



**T.C.**

**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOKTORA TEZİ**



***f(R)* GRAVİTASYON TEORİSİNDE KONFORMAL SİMETRİYE  
SAHİP BAZI UZAY-ZAMANLAR VE MADDE DAĞILIMLARI**

**Doğukan TAŞER**

**Fizik Anabilim Dalı**

**ÇANAKKALE**

**T.C.**  
**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**DOKTORA TEZİ**

***f(R)* GRAVİTASYON TEORİSİNDE KONFORMAL SİMETRİYE  
SAHİP BAZI UZAY-ZAMANLAR VE MADDE DAĞILIMLARI**

**Doğukan TAŞER**

**Fizik Anabilim Dalı**

**Tezin Sunulduğu Tarih: 30/06/2017**

**Tez Danışmanı:**

**Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU**

**ÇANAKKALE**

Doğukan TAŞER tarafından Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU yönetiminde hazırlanan ve 30/06/2017 tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan “f(R) Gravitasyon Teorisinde Konformal Simetriye Sahip Bazı Uzay-Zamanlar ve Madde Dağılımları” başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda DOKTORA TEZİ olarak oybirliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

Prof. Dr. İsmail TARHAN .....

Başkan

Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU .....

Üye

Yrd. Doç. Dr. Özlem KOCAHAN YILMAZ .....

Üye

Yrd. Doç. Dr. Necati KAYA .....

Üye

Yrd. Doç. Dr. Emine Canan GÜNAY DEMİREL .....

Üye

Prof. Dr. Levent GENÇ

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

Sıra No:.....

## İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI



**Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.**

Doğukan TAŞER

## TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleŐtirilmesinde, çalıŐmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOğRU, alıŐma sũresince tũm zorlukları benimle gũęũsleyen, hayatımın her evresinde bana destek olan değerli aileme sonsuz teŐekkũrlerimi sunarım.

Doğukan TAŞER  
anakkale, Haziran 2017



## SİMGELER VE KISALTMALAR

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| “ $\partial$ ” veya “ $,$ ” | Kısmi türev  |
| $L$                         | Lagrangian yoğunluğu                               |
| $R$                         | Ricci skaleri                                      |
| $R_{ik}$                    | Ricci tensörü                                      |
| $G_{ik}$                    | Einstein tensörü                                   |
| $\Lambda$                   | Kozmolojik sabit                                   |
| $\chi$                      | $\frac{8\pi G}{c^4}$ değerindeki çiftlenim sabiti  |
| $T_{ik}^{(m)}$              | Madde formunun enerji-momentum tensörü             |
| $T_{ik}^{(eff)}$            | Etkin enerji-momentum tensörü                      |
| $T_{ik}^{(c)}$              | Eğrilik enerji-momentum tensörü                    |
| $\nabla_i$                  | Kovaryant türev                                    |
| $\square$                   | d’Alambert operatörü                               |
| $\phi_i$                    | Monopol skaler alanı                               |
| $u^i$                       | 4-lü hız   |
| $x^a$                       | Koordinatlar                                       |
| $\dot{A}$                   | Herhangi bir $A$ fonksiyonunun $r$ ’ye göre türevi |
| $A'$                        | Herhangi bir $A$ fonksiyonunun $t$ ’ye göre türevi |
| $\Lambda - \text{CDM}$      | Soğuk karanlık madde modeli                        |

## ÖZET

### **$f(R)$ GRAVİTASYON TEORİSİNDE KONFORMAL SİMETRİYE SAHİP BAZI UZAY-ZAMANLAR VE MADDE DAĞILIMLARI**

Doğukan TAŞER

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı Doktora Tezi

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

30/06/2017, 53

Bu tez çalışmasında,  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde bazı uzay-zamanlar ve madde dağılımları araştırıldı. İlk olarak, monopol ve ideal akışkanlı küresel simetrik uzay-zaman incelendi.  $f(R)$  gravitasyon teorisine göre, konformal ve küresel simetrik uzay-zamanda bulunan monopol ve ideal akışkan kaynağının geçilebilir kurt deliği geometrisi ne izin verdiği gösterildi. İkinci olarak elektromanyetik alan ve Chaplygin gazlı konformal ve küresel simetrik uzay-zaman araştırıldı.  $f(R)$  gravitasyon teorisine göre, elektromanyetik alan ve Chaplygin gazlı konformal ve küresel simetrik uzay-zamanda statik elektrik alanın her koşulda ortadan kalması gerektiği gösterildi. Daha sonra, ideal akışkan ve sicim bulutlu konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zaman incelendi. Bu uzay-zamanda başlangıçta kütleli sicimler baskınken sonraki evrelerde kütesiz sicimlerin baskın olduğu elde edildi. Son olarak, ideal akışkanlı konformal simetrik Friedmann-Robertson-Walker uzay-zaman zamanı incelendi. İdeal akışkanlı konformal simetrik Friedmann-Robertson-Walker uzay-zamanının farklı uygulanabilir  $f(R)$  modelleri kullanılarak özellikleri araştırıldı. Elde edilen çözümlerin fiziksel ve geometrik özellikleri tartışıldı.

**Anahtar sözcükler:**  $f(R)$  Gravitasyon Teorisi, Konformal Simetri, İdeal Akışkan, Monopol, Chaplygin Gaz, Sicim Bulutu.

## ABSTRACT

### SOME SPACE-TIMES AND MATTER DISTRIBUTIONS WITH CONFORMAL SYMMETRIES IN $f(R)$ GRAVITY

Doğukan TAŞER

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Doctoral Dissertation in Physics Science

Advisor: Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

30/06/2017, 53

In this thesis, some space-times and matter distributions with conformal symmetries in the frame of  $f(R)$  gravity is investigated. Firstly, conformally and spherically symmetric sapace-time with monopole and perfect fluid is examined. It is shown that monopol and perfect fluid in conformally and spherically symmetric sapace-time lead to traversable wormhole geometry according to  $f(R)$  gravity. Secondly, conformally and spherically symmetric sapace-time with electromagnetic field and Chaplygin gas is investigated. It is shown that static electrical field in in conformally and spherically symmetric sapace-time with electromagnetic field and Chaplygin gas need to vanish in all conditions according to  $f(R)$  gravity. Then, conformally symmetric Bianchi type-I space-time with string cloud and perfect fluid is examined. We have obtained that massive strings were dominant in the beginning of the universe while massless strings were dominant in subsequent phases. Lastly, conformally symmetric Freidmann-Robertson-Walker space-time with perfect fluid is analysed. Properties of conformally symmetric Freidmann-Robertson-Walker space-time with perfect fluid are examined by using different viable  $f(R)$  models. Also, we discussed geometrical and physical features of the obtained solutions.

**Keywords:**  $f(R)$  Gravity, Conformal Symmetry, Perfect Fluid, Monopole, Chaplygin Gas, String Cloud.



## İÇİNDEKİLER

Sayfa No

|  |     |
|--|-----|
| TEZ SINAVI SONUÇ FORMU .....   | ii  |
| İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI .....   | iii |
| TEŞEKKÜR.....  | iv  |
| SİMGELER VE KISALTMALAR.....   | v   |
| ÖZET.....  | vi  |
| ABSTRACT.....  | vii |
| ŞEKİLLER DİZİNİ.....   | ix  |
| BÖLÜM 1  |     |
| GİRİŞ.....   | 1   |
| BÖLÜM 2  |     |
| ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....  | 4   |
| BÖLÜM 3  |     |
| MATERYAL VE METOT .....  | 7   |
| BÖLÜM 4  |     |
| ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA .....  | 12  |
| 4.1. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Monopol ve İdeal Akışkanlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller .....                                     | 12  |
| 4.2. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Elektromanyetik Alan ve Chaplygin Gazlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller .....                        | 19  |
| 4.3. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkan ve Sicim Bulutlu Bianchi-I Tipi Uzay-Zaman Modelleri .....                                    | 21  |
| 4.4. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkanlı Konformal Simetrik Friedmann-Robertson-Walker (FRW) Uzay-Zaman Modelleri.....               | 25  |
| BÖLÜM 5  |     |
| SONUÇ VE ÖNERİLER.....   | 28  |
| 5.1. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Monopol ve İdeal Akışkanlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller İçin Sonuç ve Öneriler .....              | 28  |
| 5.2. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Elektromanyetik Alan ve Chaplygin Gazlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller İçin Sonuç ve Öneriler ..... | 33  |
| 5.3. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkan ve Sicim Bulutlu Bianchi-I Tipi Uzay-Zaman Modelleri için Sonuç ve Öneriler.....              | 36  |
| 5.4. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkanlı Konformal Simetrik Friedmann-Robetson-Walker (FRW) Modelleri İçin Sonuç ve Öneriler .....   | 41  |
| KAYNAKLAR .....  | 45  |
| ÖZGEÇMİŞ .....   | I   |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

- Şekil 5.1. (a) İdeal akışkan enerji yoğunluğu ( $c_4 = -1, \chi = 1, \eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ ) (b) İdeal akışkan basıncı ( $c_4 = -1, \chi = 1, \eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ ) ..... 32
- Şekil 5.2. (a) İdeal akışkan enerji yoğunluğu ( $c_4 = 1, \chi = 1, \eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ ) (b) İdeal akışkan basıncı ( $c_4 = 1, \chi = 1, \eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ ) ..... 33
- Şekil 5.3. (a) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = 1, m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = \frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ ) (b) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = 1, m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = \frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ ) (c) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = -1, m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = -\frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ ) (d) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = -1, m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = -\frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ ) ..... 35
- Şekil 5.4. (a) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = 1, m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(\frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ ) (b) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = 1, m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(\frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ ) (c) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = -1, m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(-\frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ ) (d) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = -1, m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(-\frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ ) ..... 36
- Şekil 5.5. Sicim gerilim yoğunluğunun, parçacık enerji yoğunluğunun ve enerji yoğunluğu ( $\psi = 1, \omega = 1, c_8 = 2, c_9 = c_{10} = c_{11} = c_{12} = c_{13} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < \infty$ ) ..... 37
- Şekil 5.6.  $\frac{\rho_p}{|\lambda|}$  oranı ( $\psi = 1, \omega = 1, c_8 = 2, c_9 = c_{10} = c_{11} = c_{12} = c_{13} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < \infty$ ) ..... 38
- Şekil 5.7. Yavaşlama parametresi ( $\psi = 1, \omega = -0.5, c_8 = c_9 = c_{10} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < 10$ ) ..... 39
- Şekil 5.8. Enerji yoğunluğu, parçacık enerji yoğunluğu, sicim gerilim yoğunluğu ( $\psi = 1, \omega = -0.5, c_8 = c_9 = c_{10} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < \infty$ ) ..... 40
- Şekil 5.9.  $\frac{\rho_p}{|\lambda|}$  oranı ( $\psi = 1, \omega = -0.5, c_8 = c_9 = c_{10} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < 4.5$ ) ..... 41
- Şekil 5.10. (a) İdeal akışkanın basıncı ( $f(R) = R^n, c_{16} = c_{17} = 1, \psi = 1, k = 1, \omega = 0.1$  ve  $n = 0.1$ ) (b) İdeal akışkanın enerji yoğunluğu ( $f(R) = R^n, c_{16} = c_{17} = 1, \psi = 1, k = 1, \omega = 0.1$  ve  $n = 0.1$ ) ..... 43
- Şekil 5.11. (a) İdeal akışkanın basıncı ( $f(R) = R + \varepsilon R^2, c_{16} = c_{17} = 1, \psi = 1, k = 1, \omega = 1$  ve  $\varepsilon = -1$ ) (b) İdeal akışkanın enerji yoğunluğu ( $f(R) = R + \varepsilon R^2,$

$c_{16} = c_{17} = 1, \psi = 1, k = 1, \omega = 1$  ve  $\varepsilon = -1$ ) ..... 44



## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Son zamanlarda yapılan Süpernova Ia ve kozmik mikrodalga fon ışınımı gözlemleri günümüzde evrenin ivmeli olarak genişlediğini göstermektedir (Riess ve ark., 1998; Perlmutter ve ark., 1999; Bennett ve ark., 2003; Tegmark ve ark. 2004; Agrawal ve Pawar, 2017). Bugün en temel problemlerden biri evrenin neden ivmeli olarak genişlediği veya karanlık enerji problemidir. Kozmoloji ve temel fizik arasındaki bağlantı, bu genişlemenin arkasındaki fiziksel mekanizmayı anlamak için önemli bir anahtardır. Bu bağlamda kabul edilebilir karanlık enerji modelleri oluşturmak için literatürde birçok çalışma bulunmaktadır. Yapılan bu çalışmalara rağmen, karanlık enerjinin kaynağını açıklamak için tatmin edici bir model bulunmamaktadır. Diğer yandan son on yılda yapılan birçok çalışma, aslında teorik olarak evrenin ivmeli genişlemesinin arkasındaki fiziksel mekanizmanın, Einstein Genel Relativite teorisinin modifikasyonları ile açıklanabileceğini göstermiştir. Modifiye edilmiş gravitasyon teorilerinden biri de  $f(R)$  gravitasyon teorisidir. Bu teori, Genel Relativitenin Einstein-Hilbert etkisine, eğrilik skalerinin üssü ile orantılı terimlerin eklenmesi ile türetilmiştir (Santos ve Santos, 2012).  $f(R)$  gravitasyon teorisi farklı kullanılabilir  $f(R)$  modellerine sahiptir.  $f(R)$  gravitasyon teorisinde evrenin genişlemesinden sorumlu tutulabilecek terimler, kullanılan etki tanımından doğrudan gelmektedir (Nojiri ve Odintsov, 2006a). Farklı  $f(R)$  modellerinin kullanılabilir olması da, evrenin erken zaman genişlemesi ile son zaman ivmelenmesi evrelerini birlikte başarı ile açıklamaktadır (Nojiri ve Odintsov, 2007; Nojiri ve Odintsov, 2008). Evrenin genişleme hızı evrimi boyunca farklı değerlere sahip olmuştur. Örneğin, erken evrende pozitif ivmeli büyük genişleme hızına sahipken, sonraki evrelerde yine pozitif ancak daha küçük ivmeli hızlandığı, günümüzde ise nispeten daha büyük değerli pozitif ivmeli genişleme gösterdiği öngörülmektedir. Evrenin evrimi sırasında, genişleme hızındaki bu değişiklikler  $f(R)$  gravitasyon teorisinin doğal bir sonucu olarak ifade edilmektedir (Nojiri ve Odintsov, 2006b).  $f(R)$  gravitasyon teorisi yüksek enerji fiziğinde de, Hiyerarşi Probleminin açıklanması ve gravitasyon ile Büyük Birleşim Kuramının birleşimi gibi bazı konuların incelenmesinde de kullanılmaktadır (Nojiri ve Odintsov, 2006b). Ayrıca,  $f(R)$  gravitasyon teorisi günümüzdeki karanlık enerji baskınlığının açıklanabilmesine ve karanlık enerji ile karanlık maddenin tek temelde açıklanabilmesine de olanak sağlamaktadır.

İlk olarak Buchdahl (1970) tarafından ortaya atılan  $f(R)$  gravitasyon teorisi çok sayıda kullanılabilir  $f(R)$  fonksiyonunun varlığı sayesinde, kabul edilebilir ve popüler bir

gravitasyon teorisi haline gelmiştir. (Capozziello ve ark., 2006; Amendola ve ark., 2007a; Hu ve Sawicki, 2007; Appleby ve Battye, 2008; Sotiriou ve ark., 2008; Capozziello ve Francaviglia, 2008; Sotiriou ve Faraoni, 2010; Felice ve Tsujikawa; 2010).

Caroll ve ark. (2004),  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde evrenin son zaman ivmelenmesini incelemiştir. Nojiri ve Odintsov (2007; 2008),  $f(R)$  gravitasyon teorisinin erken zaman şişmesi ile son zaman ivmelenmesinin birleştirilmesine izin verdiğini göstermiştir. Amendola ve Tsujikava (2008),  $f(R)$  modellerini kozmik mikrodalga fon ışınımı ve Süpernova Ia verileri aracılığıyla yerel gravitasyon kısıtlamaları altında incelemiştir. Ayrıca Amendola ve Tsujikava (2008), güneş sistemi testlerini kullanarak bazı  $f(R)$  modellerinin uygulanabilirlik açısından hükümsüz olduğu göstermiştir.  $f(R)$  gravitasyon teorisinin limit durumları enerji koşullarının dikkate alınması ile belirlenmiştir (Kung, 1996; Bergliaffa 2006; Santos ve ark., 2007; Bertolami ve Sequeira, 2009). Yapılan bu çalışmalar  $f(R)$  gravitasyon teorisini daha da güçlü kılmaktadır.

Modern fiziğin en önemli kavramsal araçlarından biri simetri kavramıdır. Hepimizin simetrisinin ne olduğuyla ilgili sezgisel bir fikri olsa da, bilim her zaman geçerli bir tanıma ihtiyaç duyar. Günümüzde yaygın olarak kullanılan simetri kavramı Weyl tarafından yapılmıştır: “Bir nesneye simetrik diyebilmek için nesnenin bir işleme maruz kalması ve sonrasında tamamen aynı kalıyor olması gereklidir. Böyle bir işlem nesnenin bir simetrisi olarak adlandırılır” (Feynman ve ark., 1965). Simetrilere örnek olarak öteleme, dönme, yansıma, eksensel ve küresel simetri gibi örnekler verilebilir. Eğer bir nesne diğer bir nesneye göre daha fazla simetriye sahip ise o nesne için daha simetrik diyebiliriz. Genel olarak daha yalın veya sade nesne ve teoriler daha fazla simetriye sahiptirler. Bu bağlamda fizik kanunları da simetriktir ve korunum yasaları uzay-zaman simetrisinin bir sonucudur. Noether (1918) Lagrange fonksiyonunun zamandan bağımsız olduğu durumda sistemin enerjisinin korunduğunu, Lagrange fonksiyonunun yer değiştirmelerden bağımsız olduğunda sistemin momentumunun korunduğunu ve Lagrange fonksiyonunun dönmelerden bağımsız olduğu durumda sistemin açısal momentumunun korunduğunu göstermiştir. Aynı zamanda alan denklemlerinin çözümlerinde eğer belirli bir yönde çözüm elde edilir ise bu çözüm simetriden dolayı diğer yönler içinde geçerli olacaktır. Bu nedenle alan denklemlerinin çözümlerinde küresel, silindirik, eksensel vb. simetri özelliklerinden faydalanılır.

$\Gamma$  herhangi bir geometrik nesne olmak üzere,  $\bar{x}^a = x^a + \varepsilon \xi^a(x^b)$  dönüşümü altında belirlenen bazı önemli simetri özellikleri vardır. Bu simetritler uzay-zaman geometrisini

fiziksel ve geometrik açıdan derinlemesine incelememize olanak sağlar. Bunlardan ilki kollinasyonel simetridir. Kollinasyonel simetridir kendi içinde izometridir, affine kollinasyonlar, projektif kollinasyonlar, Ricci kollinasyonları ve eğrilik kollinasyonları olmak üzere sınıflandırılır (Duggal ve Sharma, 1986). Kollinasyonel simetridir Christoffel sembolleri, Ricci eğrilik tensörü ve Riemann eğrilik tensörü bileşenlerinin matematiksel özelliklerinden faydalanılarak uzay-zamanın geometrik özelliklerinin anlaşılmasına olanak sağlar. Diğer bir simetri ise miras (inheritance) simetridir ve  $\mathcal{L}_\xi \Gamma = k \psi \Gamma$  şeklinde tanımlanır (Katzin ve ark., 1969). Miras simetridir kendi içinde konformal simetri, homotetik hareketler, eğrilik miras hareketler, Ricci miras simetridir, büzülmüş Ricci miras simetridir, Weyl projektif miras simetridir, Weyl konformal miras simetridir olmak üzere sınıflandırılır. Konformal simetri (konformal dönüşüm)  $\mathcal{L}_\xi g_{\mu\nu} = 2\psi g_{\mu\nu}$  şeklinde tanımlanan simetridir (Katzin ve ark., 1969). Simetriyi doğuran  $\xi$  vektör alanlarına da konformal Killing vektör alanları denir. Konformal dönüşümler altında geometri değişir (Katzin ve ark., 1969). Örneğin çemberleri kapalı eğrilere, üçgenleri ise eğrisel üçgenlere dönüştürür. Konformal dönüşüm sırasında birbirini kesen eğri çiftleri arasındaki açı korunur. Dönüşüm sonrasında açılar birbirine eşit ve aynı işarete sahip ise dönüşüm konformal ve kendini koruyan dönüşüm adı verilir. Eğer işaretler farklı ise buna da konformal fakat kendini koruyan değildir adı verilir. Ayrıca konformal dönüşümde şekil genişleyebilir veya büzülebilir.

Alan denklemlerinin tam çözümleri araştırılırken uzay-zaman geometrisinin simetri özellikleri kullanılarak bazı bilinmeyen nicelikler düzenlenebilir. Bu nedenle miras simetri denklemlerin çözümünü bulmak için bir olanak sağlar. Sefiedgar ve ark. (2012),  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde konformal simetri ve konformal Killing simetri varlığında galaksi dönme eğriliklerini çalışmışlardır. Ayrıca konformal simetri varlığında alan denklemlerini elde etmiş ve bu durumda kararlı dairesel bir yörüngede hareket eden bir test parçacığının açısal hız davranışını incelemiştir. Bu tez çalışmasında  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde konformal simetriye sahip bazı uzay-zamanlar çeşitli madde dağılımlarının varlığında incelenmiştir.

## BÖLÜM 2

### ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

$f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde madde ve geometri arasındaki ilişkiyi veren alan denklemlerinin pek çok uygulaması yapılmıştır.

Sharif ve Shamir (2009),  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde vakum durumunda Bianchi-I ve Bianchi-V uzay-zamanlarını incelemiştir. Hubble parametresinin varyasyon yasasını kullanarak her bir uzay-zaman için iki farklı çözüm elde etmişlerdir. Elde edilen her bir çözüm için  $f(R)$  fonksiyonu belirlemiştir. Ayrıca elde edilen çözümlerin genel relativite teorisindeki ideal akışkan çözümlerine karşılık geldiğini göstermişlerdir.

Azadi ve ark. (2008), statik silindirik simetrik uzay-zamanın vakum çözümlerini  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde araştırmışlardır. Ricci skalerinin sıfır ve sabit olduğu iki durum için alan denklemleri çözümlerini elde etmişlerdir. Bu çözümlerin Ricci skalerinin sıfır olduğu durumda sicim içeren konik bir uzay-zamanın genelleştirilmiş formunu olduğunu göstermişlerdir.

Sharif ve Shamir (2010), ideal akışkanlı Bianchi-I ve Bianchi-V uzay-zamanın alan denklemlerini ve çözümlerini  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde incelemiştir. Her bir uzay-zaman için tekil ve tekil olmayan iki model önermişlerdir. Bu modeller için  $f(R)$  fonksiyonlarını ve modellerin kinematik niceliklerini incelemiştir.

Mazharimousavi ve ark. (2012), elektromanyetik alanlı küresel simetrik uzay-zamanı  $f(R)$  gravitasyon teorisinde incelemiştir. Lineer ve lineer olmayan elektromanyetik alan için alan denklemleri çözümlerini ayrı ayrı elde etmişlerdir. Lineer elektromanyetik alanın karadelik geometrisine izin verdiğini, elde edilen çözümlerin limit durumlarında küresel simetrik monopol çözümlerine indirgenildiğini göstermişlerdir. Her iki modelin de termodinamik özelliklerini araştırmışlardır.

Shojai ve Shoaji (2012),  $f(R)$  gravitasyon teorisinde ideal akışkan varlığında küresel simetrik uzay-zamanın alan denklemlerini elde etmişlerdir. Elde edilen modelin alan denklemlerini Tolman metodu ve iki farklı durum altında irdeleyerek iç çözümler elde etmişlerdir. Elde edilen iç çözüm ile dış çözümü eşleştirerek,  $f(R) = R^{1-n/2}$  modeli için bir yıldızın tam tanımını yapmışlardır.

Elmardi ve ark. (2016),  $f(R)$  gravitasyon teorisinde Chaplygin gazı incelemiştir. Chaplygin gaz durum denklemini kullanarak bir  $f(R)$  modeli oluşturmuşlardır. Elde

ettikleri modelin ikinci derecen eğrilik skalerini içerdiğini göstermiştir. Ayrıca elde ettikleri  $f(R)$  modelinin limit durumunda  $\Lambda - CDM$  modeline indirgendliğini göstermişlerdir.

Caramês ve ark. (2012), küresel monopol bulunan küresel simetrik uzay-zamanın alan denklemlerini  $f(R)$  gravitasyon teorisinde ele almışlardır. Zayıf gravitasyonel alan yaklaşımı ve  $F(R)$  fonksiyonunu radyal koordinatın bir fonksiyonu kabul ederek alan denklemlerinin çözümlerini araştırmışlardır. Elde edilen sonuçları Genel Relativite ve Brans-Dicke teorilerindeki benzer sonuçlar ile karşılaştırmışlardır.

Ulu Doğru ve Taşer (2015),  $f(R)$  gravitasyon teori çerçevesinde küresel monopol varlığında küresel simetrik uzay-zamanın alan denklemlerini ve çözümlerini herhangi bir yaklaşım kabul etmeksizin elde etmişlerdir.  $f(R)$  fonksiyonunun  $\Lambda - CDM$  modeli ile uyumlu olduğunu göstermişlerdir. Aynı zamanda elde edilen çözümün karadelik ve kurt deliği geometrisi ile aynı yapıda olabileceğini göstermişlerdir.

Lobo ve Oliveira (2009),  $f(R)$  gravitasyon teorisinde geçilebilir kurt deliği geometrisini araştırmışlardır. Anizotropik akışkan bulunan küresel simetrik uzay-zamanın bazı kabuller altında özel çözümlerini elde etmişler ve bu çözümlerin kurt deliği geometrisine karşılık geldiğini göstermişlerdir. Elde edilen sonuçlar ile daha önce Brans-Dicke teorisi kapsamında elde edilen kurt deliği sonuçlarını karşılaştırmışlardır.

Bertolami ve Ferreira (2012),  $f(R)$  gravitasyon teorisinde eğrilik ve madde çiftleniminin olmadığı durumda geçilebilir kurt deliklerini ve kapalı zamansal eğri çözümlerini araştırmışlardır. Elde ettikleri modelde kırmızıya kayma fonksiyonunun belirlenemeyeceğini ve modelin sadece baskın enerji koşulunu sağlayan madde formlarına izin verdiğini göstermişlerdir.

Bu tez çalışmasında konformal simetriye sahip uzay-zamanlar ve madde formlarının incelenmesi amaçlandığından, literatürde yer alan konformal simetrik alan denklemleri çözümlerine de değinmekte fayda vardır. Yavuz ve ark. (2005), sicime iliştilmiş kuark madde varlığında konformal ve küresel simetrik uzay-zamanı incelemişlerdir. Üç farklı durum için incelenen çözümlerin limit durumunda Reissner-Nordström uzay-zaman geometrisine indirgendliğini göstermişlerdir.

Aktaş ve Yılmaz (2007), konformal simetri altında küresel simetrik uzay-zamanda manyetize kuark ve tuhaf kuark maddeyi genel relativite teorisinde incelemiştir. Elde edilen alan denklemlerini iki farklı durum için araştırmışlardır. Her iki durum içinde manyetize tuhaf kuark yıldız modelinin kullanılabilceğini göstermişlerdir.



Rahaman ve ark. (2010), konformal simetri altında anizotropik yıldızların iç çözümünü genel relativite teorisinde araştırmışlardır. Anizotropik akışkan bulunan konformal küresel simetrik uzay-zamanda, akışkanın yoğunluk ve kütle fonksiyonları arasında özel seçimler yaparak alan denklemlerinin çözümlerini elde etmişlerdir. Akışkanın enine ve radyal basıncı, yoğunluğu ve yüzey gerilimi gibi parametrelerini incelemişlerdir.

Ray ve ark. (2008), 4-boyutlu Einstein-Maxwell uzay-zamanını konformal simetri altında yüklü akışkaniçin incelemişlerdir. Alan denklemlerinin çözümünden gravitasyonel kütleli de içeren fiziksel parametrelerin yalnızca elektromanyetik alandan kaynaklandığını gösteren bir kütle modeli elde etmişlerdir.

Mak ve Harko (2004), konformal ve küresel simetrik yüklü tuhaf kuark yıldız modeli için tam analitik çözüm elde etmişlerdir. Belli sabitler altında kuark maddenin statik yüklü bir konfigürasyonunu tanımlamışlardır.

Rahaman ve ark. (2013), konformal harekete izin veren kurt deliği çözümü önermişlerdir. Aktif gravitasyonel kütle hesaplanışını, Tolman-Oppenheimer-Volkoff denklemini ve toplam gravitasyon enerjisinin doğasını tartışmışlardır.

Yılmaz ve ark. (2005), konformal ve küresel simetrik uzay-zamanı monopol, sicim ve elektrik alan varlığında incelemişlerdir. Ayrıca aynı uzay-zamanı ideal akışkana iliştilmiş domain wall ve elektrik alan için de incelemişlerdir.

### BÖLÜM 3

#### MATERYAL VE METOT

Genel relativite teorisinde, Einstein-Hilbert etkisinin geometrik kısmı direk olarak eğrilik skalerine bağlıdır. Bundan farklı olarak Buchdal (1970) tarafından önerilen  $f(R)$  gravitasyon teorisinde, Einstein-Hilbert etkisi, eğrilik skalerinin bir fonksiyonu olan  $f(R)$  fonksiyonuna bağlı olarak tanımlanır.  $f(R)$  gravitasyon teorisinin etki fonksiyonu

$$S = \int \sqrt{-g} \left( \frac{1}{16\chi} f(R) + L_m \right) d^4x \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanır (Buchdal, 1970). Burada  $L_m$  kozmik maddenin Lagrange fonksiyonudur ve  $\chi$  çiftlenim sabitidir ( $\chi = \frac{8\pi G}{c^4}$ ). (3.1) denklemi ile verilen etki fonksiyonunun varyasyonundan, madde ve geometri arasındaki ilişkiyi ifade eden  $f(R)$  gravitasyon teorisi alan denklemleri

$$F(R)R_{ik} - \frac{1}{2} f(R)g_{ik} - \nabla_i \nabla_k F(R) + g_{ik} \square F(R) = \chi T_{ik}^{(m)} \quad (3.2)$$

şeklinindedir (Lobo ve Oliveira, 2009). Burada,  $\nabla_i$  uzay-zaman koordinatlarına göre kısmi türevi ifade eder.  $\square$  d'Alambert operatörüdür ( $\square = \nabla_i \nabla^i$ ).  $F(R) = df(R)/dR$ 'dir. (3.2) denkleminin izi dikkate alındığında

$$F(R)R - 2f(R) + 3\square F(R) = \chi T \quad (3.3)$$

elde edilir (Lobo ve Oliveira, 2009). Burada  $T = T_i^i$  enerji-momentum tensörünün izidir. (3.3) denkleminde eğrilik skaleri tamamen dinamik serbestlik derecesindedir. Bu nedenle iz denklemi kısıtlama denklemi olarak kullanılabilir. (3.2) ve (3.3) denklemleri birlikte kullanılarak alan denklemleri

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} Rg_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{(eff)} \quad (3.4)$$

şeklinde elde edilir. Burada,  $T_{\mu\nu}^{(eff)}$  etkin enerji-momentum tensörü olarak adlandırılır ve

$$T_{\mu\nu}^{(eff)} = T_{\mu\nu}^{(c)} + T_{\mu\nu}^{(\hat{m})} \quad (3.5)$$

ile ifade edilir (Lobo ve Oliveira, 2009). Burada  $T_{\mu\nu}^{(\hat{m})}$  terimi kozmik maddenin enerji-momentum tensörüne bağlı olarak ifade edilir ( $T_{\mu\nu}^{(\hat{m})} = T_{\mu\nu}^{(m)} / F$ ). Kozmik maddenin enerji-momentum tensörü, etki fonksiyonunun madde kısmından

$$T_{\mu\nu}^{(m)} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta(g^{ik})} \quad (3.6)$$

olarak elde edilir. Ayrıca  $T_{\mu\nu}^{(c)}$  terimi eğrilik enerji-momentum tensörü olarak ifade edilir ve

$$T_{\mu\nu}^{(c)} = \frac{1}{F} \left[ \nabla_\mu \nabla_\nu F - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} (RF + \square F + T) \right] \quad (3.7)$$

şeklinde tanımlanır (Lobo ve Oliveira, 2009).

Diğer yandan alan denklemlerinin tam çözümleri araştırılırken uzay-zaman geometrisinin simetri özellikleri kullanılarak bazı bilinmeyen niceliklere bilinen özellikler kazandırılabilir. Miras simetriler, hem denklemlerin çözümünü bulmak için olanak sağlar, hem de uzay-zaman geometrisinin incelenmesine yardım eder (Kramer ve ark. 1980). Miras simetriden biri de konformal Killing vektörleri altında ortaya çıkan konformal simetridir ve

$$\mathfrak{L}_\xi g_{\mu\nu} = 2\psi g_{\mu\nu}, \quad \psi = \psi(x^a) \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\xi = \xi^a(x^b) \frac{\partial}{\partial x^a}$  simetriyi doğuran vektör alanlarıdır.  $\mathfrak{L}$  operatörü  $\xi^a$  vektör alanları boyunca Lie türevini ifade eder.  $\psi(x^a)$  ise konformal faktördür (Duggal, 1992). Özellikle,  $\psi_{;ab} = 0$  ve  $\psi_{;a} \neq 0$  koşulları sağlanıyor ise  $\xi^a$  bir özel konformal Killing vektördür denir.  $\psi_{;a} = 0$  ve  $\psi \neq 0$  koşulları sağlanıyor ise  $\xi^a$  bir

homotetik vektördür denir.  $\psi = 0$  koşulu sağlanıyor ise  $\xi^a$  bir Killing vektördür denir (Wagh ve ark., 2001).

Burada, bu tez çalışmasında dikkate alınan madde formlarına ait enerji-momentum tensörlerinden bahsetmek yerinde olacaktır. Bildiğimiz gibi büyük patlama teorisine göre evren, evrim mekanizmasının erken evrelerinde ilk sıcaklığını ve enerjisini büyük bir hızla kaybetmiştir. Bu ani soğuma sırasında bir dizi simetri kırılması ve faz geçişi meydana gelmiştir. Simetri kırılmaları ve faz geçişleri sonucu topolojik kusur adı verilen madde formları meydana gelmiştir. Topolojik kusurlardan biri sıfır boyutlu monopollerdir ve evrenin O(3) simetrisinden U(1) simetrisine geçişi sırasında oluşmuştur. Küresel simetrik monopollerin Lagrange yoğunluğu

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi^a \partial^\mu \phi_a - \frac{1}{4} \lambda (\phi^a \phi_a - \eta^2)^2 \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanır (Vilenkin ve Shellard, 1994). Burada  $\eta$  monopollerin simetri kırılma ölçeğidir.  $\phi^a$  monopollerin skaler alanını gösterir ve  $\phi^a = \eta h(r) \frac{x^a}{r}$  şeklinde ifade edilir ( $a = 1, 2, 3$ ). Ayrıca  $h(r)$  fonksiyonu yarıçap sonsuza yaklaştığında ( $|r| \rightarrow \infty$ ),  $h(r) \rightarrow 1$  limit durumuna sahiptir. (3.9) denklemini kullanılarak küresel simetrik monopoller için enerji-momentum tensörü

$$T_\nu^\mu = \partial_\nu \phi_l \partial^\mu \phi^l - L \delta_\nu^\mu \quad (3.10)$$

şeklinde tanımlanır.

Diğer yandan ideal akışkan için enerji-momentum tensörü

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho) u_\mu u_\nu + p g_{\mu\nu} \quad (3.11)$$

şeklinindedir. Burada  $p$  ideal akışkanın basıncı,  $\rho$  ideal akışkanın enerji yoğunluğu ve  $u_\mu$  4-lü hız vektörüdür (Landau ve Lifshitz, 1987). Ayrıca ideal akışkanın basıncı ve enerji yoğunluğu arasında durum denklemi olarak adlandırılan

$$p = \omega\rho \quad (3.12)$$

bağıntısı vardır. Burada  $\omega$  basınç ve enerji yoğunluğu arasındaki orantı katsayısıdır. İdeal akışkan  $\omega$  sabitinin alacağı farklı değerler için saf ışınım alanı, stiff madde, karanlık enerji, hayalet enerji gibi pek çok kozmik madde formlarına indirgenebilir.

Evrenin ivmeli genişlemesini açıklamak için başvurulan tek yöntem alternatif gravitasyon teorilerini kullanmak değildir. Bu durum güçlü enerji koşulunu ( $\rho + 3p < 0$ ) ihlal eden bir madde türü olan karanlık enerjinin varlığını dikkate alarak da açıklanabilmektedir (Debnath ve ark., 2004). Farklı madde türleri karanlık enerji kaynağı olarak düşünülmektedir. Quintessence madde, çeşitli egzotik maddeler ve Chaplygin gaz bu maddelerdendir (Wetterich, 1988). Chaplygin gaz aerodinamikte bir uçağın kanadındaki kaldırma kuvvetini tanımlamak için kullanılan Chaplygin durum denkleminde dayanmaktadır (Pourhassan, 2013). Özellikle, temel model Chaplygin durum denkleminde uyan ideal akışkanlı Friedmann evreni tanımlanarak sunulur. Chaplygin gaz enerji-momentum tensörü

$$T_{\nu}^{\mu} = \left( \frac{m^2}{\rho_c} \right) (u^{\mu} u_{\nu} - \delta_{\nu}^{\mu}) + \rho_c u^{\mu} u_{\nu} \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\rho_c$  Chaplygin gazın yoğunluğu ve  $m^2$  keyfi bir sabittir (Kamenshchik ve ark., 2001).

Elektromanyetik alan için enerji-momentum tensörü

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \left( F_{\mu\alpha} F_{\nu\beta} g^{\alpha\beta} - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \right) \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlanır (Landau ve Lifshitz, 1987). Burada  $F_{\mu\nu}$  elektromanyetik alan tensörüdür ve

$$F_{\mu\nu} = A_{\mu;\nu} - A_{\nu;\mu} \quad (3.15)$$

olarak ifade edilir. Burada  $A_\mu$  4-lü potansiyellerdir ve elektrik alan varlığında 4-lü potansiyeller  $A_\mu = (\phi(r), 0, 0, 0)$  olarak dikkate alınabilir. Ayrıca, elektromanyetik alan tensörü

$$F_{[\mu\nu,\alpha]} = 0 \quad (3.16)$$

$$F^{\mu\nu}_{, \nu} = -4\pi J^\mu \quad (3.17)$$

olarak tanımlanan Maxwell denklemlerini sağlamalıdır. Burada  $J^\mu$  4-lü akı yoğunluğunu ifade etmektedir (Landau ve Lifshitz, 1987).

İdeal akışkana iliştilmiş sicim için enerji-momentum tensörü ise

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho)u_\mu u_\nu + p g_{\mu\nu} - \lambda x_\mu x_\nu \quad (3.18)$$

şeklinde tanımlanır (Bali ve ark, 2007). Burada  $p$  izotropik basınç,  $\rho$  enerji yoğunluğu ve  $\lambda$  sicim gerilim yoğunluğudur (Letelier, 1983). Ayrıca enerji yoğunluğu ve sicim gerilim yoğunluğu arasında

$$\rho = \rho_p + \lambda \quad (3.19)$$

bağıntısı vardır. Burada  $\rho_p$  sicime ilişmiş parçacıkların enerji yoğunluğudur (Letelier, 1983).

## BÖLÜM 4

### ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

#### 4.1. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Monopol ve İdeal Akışkanlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller

Statik küresel simetrik uzay-zamanın yay elemanı

$$ds^2 = -e^{\mu(r)} dt^2 + e^{\nu(r)} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (4.1)$$

şeklindedir.  $\mu$  ve  $\nu$  radyal koordinata bağlı fonksiyonlardır. (4.1) denklemi ile verilen konformal ve küresel simetrik uzay-zamanın eğrilik skaleri

$$R = e^{-\nu} \left( \frac{\dot{\mu}^2}{2} + \frac{2\dot{\nu}}{r} + \frac{2\ddot{\mu}}{r} - \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{2} + \frac{2}{r^2} - \frac{2e^{\nu}}{r^2} + \ddot{\mu} \right) \quad (4.2)$$

olarak elde edilir. Burada “.” radyal koordinata göre türevi ifade eder. (3.9), (3.10) ve (4.1) denklemleri kullanılarak küresel simetrik monopollerin enerji-momentum tensörü bileşenleri

$$T_t^t = T_r^r = \frac{\eta^2}{r^2} \quad (4.3)$$

olarak elde edilir (Barriola ve Vilenkin, 1989). (3.4)-(3.7), (3.11), (4.1) ve (4.3) denklemleri birlikte kullanılarak  $f(R)$  gravitasyon teorisinde monopol ve ideal akışkanlı küresel simetrik uzay-zamanın alan denklemleri

$$-\frac{e^{\nu}}{2r^2} + \frac{1}{2r^2} + \frac{\dot{\mu}}{2r} - \frac{\dot{\mu}^2}{8} - \frac{\ddot{\mu}}{4} + \frac{\dot{\nu}}{2r} + \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{8} + \frac{\dot{F}}{2F} \left( \frac{3\dot{\nu}}{4} + \frac{\dot{\mu}}{4} + \frac{1}{r} \right) - \frac{3\ddot{F}}{4F} - \frac{\chi\eta^2 e^{\nu}}{2Fr^2} - \frac{\chi(p+\rho)}{4F} = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{e^{\nu}}{2r^2} - \frac{1}{2r^2} + \frac{\dot{\mu}^2}{8} + \frac{\ddot{\mu}}{4} - \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{8} + \frac{\dot{F}}{2F} \left( -\frac{\dot{\nu}}{4} + \frac{\dot{\mu}}{4} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\ddot{F}}{4F} - \frac{\chi\eta^2 e^{\nu}}{2Fr^2} - \frac{\chi(p+\rho)}{4F} = 0 \quad (4.5)$$

$$-\frac{e^{\nu}}{2r^2} + \frac{1}{2r^2} - \frac{\dot{\mu}}{2r} - \frac{\dot{\mu}^2}{8} - \frac{\ddot{\mu}}{4} - \frac{\dot{\nu}}{2r} + \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{8} - \frac{\dot{F}}{2F} \left( \frac{\dot{\nu}}{4} + \frac{3\dot{\mu}}{4} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\ddot{F}}{4F} - \frac{\chi\eta^2 e^{\nu}}{2Fr^2} + \frac{3\chi(p+\rho)}{4F} = 0 \quad (4.6)$$

şeklinde elde edilir. (4.4)-(4.6) denklem sistemi beş bilinmeyenli lineer olmayan adi diferansiyel denklem sistemidir. Alan denklemi çözümlerinde uzay-zamanın simetri özellikleri kullanılarak bazı bilinmeyen nicelikler elde edilebilir. (3.8) ve (4.1) denklemleri birlikte kullanılarak konformal simetri altında küresel simetrik uzay-zaman için

$$\xi^1 \dot{\nu} + 2\xi_{,1}^1 = \psi \quad (4.7)$$

$$2\xi^1 + 2r\xi_{,2}^2 = \psi r \quad (4.8)$$

$$2 \sin \theta \xi^1 + 2 \cos \theta \xi^2 + 2r \sin \theta \xi_{,3}^3 = \psi r \sin \theta \quad (4.9)$$

$$\dot{\mu} \xi^1 + 2\xi_{,4}^4 = \psi \quad (4.10)$$

eşitlikleri elde edilir (Herrera ve Leon, 1985). Simetriye neden olan vektör alanının  $\xi^i = (\xi^1, 0, 0, \xi^4)$  olarak seçildiği durumda (4.7)-(4.10) denklem sisteminden

$$\xi^1 \dot{\mu} = \psi \quad (4.11)$$

$$\xi^4 = c_1 \quad (4.12)$$

$$\xi^1 = \frac{\psi r}{2} \quad (4.13)$$

elde edilir (Herrera ve Leon, 1985). Burada  $c_1$  sabittir. Bu tez çalışmasında, tüm  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ 'ler integral sabitlerini temsil etmektedir. (4.7), (4.11)-(4.13) denklemlerinin ortak çözümünden metrik potansiyeller ve homotetik vektör alanı

$$e^\mu = c_2^2 r^2 \quad (4.14)$$



$$e^v = \frac{c_3^2}{\psi^2} \quad (4.15)$$

$$\xi^a = c_1 \delta_4^a + \left( \frac{\psi r}{2} \delta_1^a \right) \quad (4.16)$$

şeklinde elde edilir (Herrera ve Leon, 1985). Bu durumda, konformal ve küresel simetrik uzay-zaman için yay elamanı

$$ds^2 = -c_2^2 r^2 dt^2 + \frac{c_3^2}{\psi^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (4.17)$$

formuna indirgenecektir (Herrera ve Leon, 1985). (4.17) denklemi ile verilen konformal ve küresel simetrik uzay-zamanın eğrilik skaleri ise

$$R = \frac{2}{r^2} - \frac{6\psi^2}{r^2 c_3^2} - \frac{6\dot{\psi}\psi}{B^2 r} \quad (4.18)$$

olarak elde edilir. (3.4)-(3.7), (3.11), (4.3) ve (4.17) denklemleri birlikte kullanılarak  $f(R)$  gravitasyon teorisinde monopol ve ideal akışkanlı konformal ve küresel simetrik uzay-zamanın alan denklemleri

$$\frac{3\psi^2}{2c_3^2 r^2} - \frac{3\dot{\psi}\psi}{2c_3^2 r} - \frac{1}{2r^2} - \frac{3\ddot{F}\psi^2}{4c_3^2 F} + \frac{3\dot{F}}{4F} \left( \frac{\psi^2}{c_3^2 r} - \frac{\dot{\psi}\psi}{c_3^2} \right) - \frac{\chi\eta^2}{2Fr^2} - \frac{\chi(p+\rho)}{4F} = 0 \quad (4.19)$$

$$-\frac{\psi^2}{2c_3^2 r^2} + \frac{\dot{\psi}\psi}{2c_3^2 r} + \frac{1}{2r^2} + \frac{\ddot{F}\psi^2}{4c_3^2 F} - \frac{\dot{F}}{4F} \left( \frac{\psi^2}{c_3^2 r} - \frac{\dot{\psi}\psi}{c_3^2} \right) + \frac{\chi\eta^2}{2Fr^2} - \frac{\chi(p+\rho)}{4F} = 0 \quad (4.20)$$

$$-\frac{\psi^2}{2c_3^2 r^2} + \frac{\dot{\psi}\psi}{2c_3^2 r} - \frac{1}{2r^2} + \frac{\ddot{F}\psi^2}{4c_3^2 F} - \frac{\dot{F}}{4F} \left( \frac{\psi^2}{c_3^2 r} - \frac{\dot{\psi}\psi}{c_3^2} \right) - \frac{\chi\eta^2}{2Fr^2} + \frac{3\chi(p+\rho)}{4F} = 0 \quad (4.21)$$

şeklinde elde edilir (Taşer ve Ulu Doğru, 2016a). (4.19)-(4.21) denklem sistemi dört bilinmeyenli lineer olmayan adi diferansiyel denklem sistemi oluşturur. (3.12) denklemi ile verilen ideal akışkanın basınç ve enerji yoğunluğu arasındaki durum denklemini kullanmak, alan denklemlerinde yer alan bilinmeyenlerin elde edilmesinde fayda sağlayacaktır. (3.12), (4.19) ve (4.20) denklemleri birlikte dikkate alınırsa

$$-\frac{\chi(\omega+1)\rho}{F} + \frac{\chi\eta^2}{Fr^2} + \frac{1}{r^2} = 0 \quad (4.22)$$

eşitliği elde edilir. (4.22) denkleminde  $F(r)$  fonksiyonu, ideal akışkanın yoğunluğuna bağlı olarak

$$F(r) = -\chi\eta^2 + \chi(\omega+1)\rho r^2 \quad (4.23)$$

şeklinde elde edilir. (4.19)-(4.21) ve (4.23) denklemlerini birlikte kullanarak yoğunluk ve konformal faktör elde edilebilir:

$$\rho(r) = \frac{1}{\omega+1} \left( \frac{\eta^2}{r^2} + \frac{c_4}{\chi r^4} \right) \quad (4.24)$$

$$\psi(r) = \pm c_3 \sqrt{-\frac{\chi\eta^2 r^2 + c_4}{6c_4}} \quad (4.25)$$

(3.12) ve (4.24) denklemlerinden ideal akışkanın basıncı ise aşağıdaki formda elde edilebilir:

$$p(r) = \frac{\omega}{\omega+1} \left( \frac{\eta^2}{r^2} + \frac{c_4}{\chi r^4} \right) \quad (4.26)$$

Diğer yandan, (4.23) ve (4.24) denklemleri gravitasyon teorisinin belirleyici fonksiyonu olan  $F(r)$  fonksiyonunun radyal koordinata bağlı olarak ifade etmeyi sağlar:

$$F(r) = \frac{c_4}{r^2} \quad (4.27)$$

Elde edilen bu tam çözüm monopol ve ideal akışkanlı konformal ve küresel simetrik model için oldukça değerlidir. Bu çözüm için uygun  $f(R)$  modeli, monopol ve ideal akışkan enerji-momentum tensörlerinin izinin (3.3) denklemi ile birlikte kullanılmasından belirlenebilir. Uzay-zamanı dolduran madde formunun monopol ve ideal akışkan olması durumunda, bu maddenin enerji-momentum tensörü izi

$$T = \frac{2\eta^2}{r^2} + 3p - \rho \quad (4.28)$$

şeklinindedir. (3.3) ve (4.24)-(4.27) denklemleri kullanılarak, radyal koordinata bağlı  $f(r)$  fonksiyonu

$$f(r) = \frac{1}{\omega + 1} \left\{ (1 - \omega) \frac{\chi\eta^2}{r^2} + \frac{2c_4}{r^4} \right\} \quad (4.29)$$

şeklinde elde edilir. Konformal ve küresel simetrik uzay-zamana ait eğrilik skalerinin radyal koordinata bağlı değişimi (4.18) ve (4.25) denklemlerinin birlikte dikkate alınmasıyla

$$R(r) = \frac{2\chi\eta^2}{c_4} + \frac{3}{r^2} \quad (4.30)$$

şeklinde elde edilir. (4.30) denklemden değişken değiştirme yardımıyla

$$r(R) = \sqrt{\frac{3c_4}{Rc_4 - 2\chi\eta^2}} \quad (4.31)$$

olduğu açıkça görülmektedir. Dolayısıyla, (4.29) ve (4.31) denklemlerinden, monopol ve ideal akışkanlı konformal ve küresel simetrik uzay-zaman için  $f(R)$  fonksiyonu

$$f(R) = \frac{1}{9(\omega+1)} \left\{ 2c_4 R^2 - \chi \eta^2 (3\omega+5)R + \frac{2\chi^2 \eta^4 (3\omega+1)}{c_4} \right\} \quad (4.32)$$

şeklinde elde edilir.

Hatırlayacak olursak, Morris ve Thorne (1988), Lorentz kurt delikleri için uzay-zaman yay elemanını

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{b(r)}{r}} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (4.33)$$

olarak tanımlamışlardır. Burada  $\Phi(r)$  ve  $b(r)$  sırasıyla kıızıla kayma fonksiyonu ve şekil fonksiyonudur. Böhmer ve ark. (2007) ise Lorentz tipi kurt deliği geometrisinden yola çıkarak konformal simetriye sahip ve geçilebilirlik özelliği olan yeni bir kurt deliği modeli önermişlerdir. Bu geçilebilir kurt deliklerinin kıızıla kayma ve şekil fonksiyonları

$$\Phi(r) = \frac{1}{2} \ln(\gamma^2 r^2) - k \int \frac{dr}{r \sqrt{1 - \frac{b(r)}{r}}} \quad (4.34)$$

$$b(r) = r[1 - \psi^2(r)] \quad (4.35)$$

formuna sahip olmalıdır (Böhmer ve ark., 2007). Burada  $k$  ve  $\gamma$  keyfi sabitlerdir ve statik olmayan vektör alanı  $\xi = \alpha(t,r)\partial_t + \beta(t,r)\partial_r$  şeklindedir (Böhmer ver ark, 2007). Statik uzay-zaman geometrileri için  $k$  keyfi sabiti  $k = 0$  değerini almaktadır (Böhmer ver ark, 2007). Benzer yöntem izlenerek, bu tez çalışmasında elde edilen monopol ve ideal akışkanlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zaman çözümlerinden, bu madde formları tarafından desteklenen konformal ve küresel simetrik kurt delikleri de oluşturulabilir. (4.17), (4.25) ve (4.33)-(4.35) denklemleri kullanılarak, monopol ve ideal akışkan kaynaklı konformal ve küresel simetrik kurt delikleri için kıızıla kayma ve şekil fonksiyonları

$$\Phi(r) = \frac{1}{2} \ln(c_2^2 r^2) \quad (4.36)$$

$$b(r) = r \left\{ \frac{6c_4 + c_3^2 \chi \eta^2 r^2 + c_3^2 c_4}{6c_4} \right\} \quad (4.37)$$

olarak elde edilir. Elde edilen çözümler statik küresel simetrik uzay-zaman geometrisinden türetildiğinden  $k=0$ 'dır. Kurt delikleri uzay-zamanın farklı bölgeleri arasında bağlantı sağlamaktadır. Dolayısıyla kurt deliklerinin uzayda ve zamanda yolculuğa izin veren yapılar olduğu düşünülmektedir (Fuller ve Wheeler, 1962; Morris ve ark., 1988; Kim ve Thorne, 1991; Gonzales ve ark., 2009). Uzay-zamanda yolculuğa olanak tanıyan kurt deliklerine geçilebilir kurt delikleri denmektedir. (4.36) ve (4.37) denklemlerindeki gibi elde ettiğimiz kıvrılma kayma ve şekil fonksiyonlarını tanımlamak, önerilen kurt deliği modelinin geçilebilir bir kurt deliği olduğunu belirlemede yeterli değildir. Geçilebilir kurt deliği modelleri tanımlayabilmek için, boyutunu, kararlılığını, enerji koşullarını ve boğaz yarıçapını kısıtlayan bazı koşulların sağlanması gerekmektedir. Geçilebilirlik koşulları (i)  $b(r_0) = r_0$ , (ii)  $b'(r_0) < 1$  ve (iii)  $r > r_0$  bölgesinde  $b(r) < r$  şeklindedir (Morris ve Thorne, 1988). Bu bağlamda, monopol ve ideal akışkan kaynaklı, konformal ve küresel simetrik kurt deliklerinin, geçilebilirlik şartlarını hangi kısıtlamalar altında sağlayacağı da araştırılabilir. (4.37) denklemi  $b(r_0) = r_0$  koşulu ile birlikte dikkate alınırsa, kurt deliğinin boğaz kısmının orjine uzaklığını veren yarıçap değerinin

$$r_0^2 = -\frac{c_4}{\chi \eta^2} \quad (4.38)$$

olması gerektiği anlaşılır. (4.38) denkleminde her zaman  $\chi > 0$  ve  $\eta^2 > 0$ 'dır. Bu nedenle,  $r_0$  değerinin fiziksel olarak anlamlı olabilmesi için  $c_4 < 0$  olmalıdır. Bu durumda  $b'(r_0) < 1$  olarak verilen ikinci koşul

$$b'(r_0) = 1 - \frac{c_3^2}{3} \quad (4.39)$$

formuna indirgenir. Her durumda,  $c_3^2 > 0$  olacağı için, ikinci koşul da sağlanmaktadır.  $r > r_0$  bölgesinde  $b(r)$  fonksiyonu incelenecek olursa,

$$r^2 > -\frac{c_4}{\chi\eta^2} \quad (4.40)$$

denklemi elde edilir. (4.38) ve (4.40) denklemleri birlikte incelendiğinde açık bir şekilde  $r > r_0$  olduğu görülmektedir. Dolayısıyla üçüncü koşul da sağlanmaktadır. Bu durumda (4.37) denklemi ile verilen şekil fonksiyonunun geçilebilirlik koşullarını sağladığı açıktır. Metrik potansiyelleri (4.36) ve (4.37) denklemlerindeki gibi verilen, monopol ve ideal akışkan kaynaklı, konformal ve küresel simetrik kurt delikleri, keyfi sabitlerin  $c_4 < 0$  kısıtlaması altında geçilebilir kurt deliği geometrisi tanımlamaktadır (Taşer ve Ulu Doğru, 2016a).

#### 4.2. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Elektromanyetik Alan ve Chaplygin Gazlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller

Bu bölümde, elektromanyetik alan ve Chaplygin gazlı konformal ve küresel simetrik uzay-zamanlar,  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde incelenecektir. Statik küresel simetrik uzay-zamanlar ve konformal simetrisine ait özellikler Bölüm 4.1’de irdelenmişti. (3.4)-(3.7), (3.13), (3.14) ve (4.1) denklemleri birlikte kullanılarak,  $f(R)$  gravitasyon teorisinde elektromanyetik alan ve Chaplygin gazlı küresel simetrik uzay-zamanın alan denklemleri

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2r^2} + \frac{1}{2r^2 e^\nu} + \frac{\dot{\mu}}{2re^\nu} + \frac{\dot{\nu}}{2re^\nu} + \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{8e^\nu} - \frac{\ddot{\mu}}{4e^\nu} - \frac{\dot{\mu}^2}{8e^\nu} + \frac{\dot{F}}{2Fe^\nu} \left( \frac{3\dot{\nu}}{4F} + \frac{\dot{\mu}}{4F} + \frac{1}{r} \right) - \frac{3\ddot{F}}{4Fe^\nu} \\ & + \frac{(m^2 + \rho^2)}{4F\rho^2} - \frac{E^2}{F} = 0 \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$-\frac{1}{2r^2} - \frac{1}{2r^2 e^\nu} - \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{8e^\nu} + \frac{\ddot{\mu}}{4e^\nu} + \frac{\dot{\mu}^2}{8e^\nu} + \frac{\dot{F}}{2Fe^\nu} \left( -\frac{\dot{\nu}}{4F} + \frac{\dot{\mu}}{4F} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\ddot{F}}{4Fe^\nu} + \frac{m^2 + \rho^2}{4F\rho^2} + \frac{E^2}{F} = 0 \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2r^2} + \frac{1}{2r^2 e^\nu} - \frac{\dot{\mu}}{2re^\nu} - \frac{\dot{\nu}}{2re^\nu} + \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{8e^\nu} - \frac{\ddot{\mu}}{4e^\nu} - \frac{\dot{\mu}^2}{8e^\nu} - \frac{\dot{F}}{2Fe^\nu} \left( \frac{\dot{\nu}}{4F} + \frac{3\dot{\mu}}{4F} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\ddot{F}}{4Fe^\nu} \\ & - \frac{3(m^2 + \rho^2)}{4F\rho^2} - \frac{E^2}{F} = 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

şeklinde elde edilir. (4.41)-(4.43) denklemleri beş bilinmeyenli ve lineer olmayan adi diferansiyel denklem sistemi oluşturur. Bölüm 4.1’de tercih edildiği gibi, bu denklem sisteminin çözümünde uzay-zamanın simetri özelliklerinden faydalanılabilir. Dolayısıyla,

(4.17) denklemi ile verilen konformal ve küresel simetrik uzay-zaman için, (4.41)-(4.43) denklemleri

$$-\frac{3\psi^2}{2c_3^2 r^2} + \frac{3\dot{\psi}\psi}{2c_3^2 r} + \frac{1}{2r^2} + \frac{3\ddot{F}\psi^2}{4c_3^2 F} - \frac{3\dot{F}}{4F} \left( \frac{\psi^2}{c_3^2 r} + \frac{\dot{\psi}\psi}{c_3^2} \right) + \frac{\chi\eta^2}{2Fr^2} + \frac{1}{4F} \left( \frac{m^2}{\rho} + \rho \right) - \frac{E^2}{F} = 0 \quad (4.44)$$

$$\frac{\psi^2}{2c_3^2 r^2} - \frac{\dot{\psi}\psi}{2c_3^2 r} - \frac{1}{2r^2} - \frac{\ddot{F}\psi^2}{4c_3^2 F} + \frac{\dot{F}}{4F} \left( \frac{\psi^2}{c_3^2 r} + \frac{\dot{\psi}\psi}{c_3^2} \right) - \frac{\chi\eta^2}{2Fr^2} + \frac{1}{4F} \left( \frac{m^2}{\rho} + \rho \right) + \frac{E^2}{F} = 0 \quad (4.45)$$

$$\frac{\psi^2}{2c_3^2 r^2} - \frac{\dot{\psi}\psi}{2c_3^2 r} + \frac{1}{2r^2} - \frac{\ddot{F}\psi^2}{4c_3^2 F} + \frac{\dot{F}}{4F} \left( \frac{\psi^2}{c_3^2 r} + \frac{\dot{\psi}\psi}{c_3^2} \right) + \frac{\chi\eta^2}{2Fr^2} - \frac{3}{4F} \left( \frac{m^2}{\rho} + \rho \right) - \frac{E^2}{F} = 0 \quad (4.46)$$

sistemine indirgenir. (4.44)-(4.46) denklem sisteminin çözümü

$$F(r) = \frac{c_5}{r^2} \quad (4.47)$$

$$\psi(r)^2 = -\frac{c_3^2}{6} \quad (4.48)$$

$$\rho(r) = \frac{c_5}{r^4} \pm \sqrt{\frac{c_5^2}{r^8} + 4m^2} \quad (4.49)$$

$$E(r) = 0 \quad (4.50)$$

olarak elde edilir (Taşer ve Ulu Doğru, 2016b). (4.47)-(4.50) denklemlerinden oluşan sistemin tüm çözümlerinde elektrik alanın ortadan kalktığı görülmektedir. Diğer yandan

Chaplygin gaz için durum denkleminin  $p(r) = -\frac{m^2}{\rho(r)}$  olduğunu hatırlarsak, Chaplygin

gazın basıncı

$$p(r) = -\frac{m^2}{\frac{c_5}{r^4} \pm \sqrt{\frac{c_5^2}{r^8} + 4m^2}} \quad (4.51)$$

şeklinde elde edilir. Chaplygin gazlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zamana ait eğrilik skaleri, (4.18) ve (4.48) denklemlerinden

$$R(r) = -\frac{3}{r^2} \quad (4.52)$$

olarak elde edilir. (4.52) denkleminde radyal koordinat izole edildiğinde,

$$r(R) = \pm \sqrt{-\frac{3}{R}} \quad (4.53)$$

fonksiyonu elde edilir. (4.47) ve (4.53) denklemleri birlikte kullanılarak,  $F(R)$  fonksiyonu

$$F(R) = -\frac{c_5 R}{3} \quad (4.54)$$

olarak elde edilir. (4.54) denkleminde  $F(R) = df(R)/dR$  bağıntısı kullanılarak, Chaplygin gazlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zaman için  $f(R)$  fonksiyonu

$$f(R) = -\frac{c_5}{6} R^2 + c_6 \quad (4.55)$$

şeklinde bulunur.

### 4.3. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkan ve Sicim Bulutlu Bianchi-I Tipi Uzay-Zaman Modelleri

Bilindiği gibi, homojen ve anizotropik özelliklere sahip Bianchi-I tipi uzay-zamanın yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + A(t)^2 dx^2 + B(t)^2 dy^2 + C(t)^2 dz^2 \quad (4.56)$$



şeklinde tanımlanır. Burada  $A(t)$ ,  $B(t)$  ve  $C(t)$  zaman koordinatına bağlı fonksiyonlardır. (4.71) eşitliği kullanılarak Bianchi-I tipi uzay-zamana ait eğrilik skaleri

$$R = \frac{2A''}{A} + \frac{2B''}{B} + \frac{2C''}{C} + \frac{2A'B'}{AB} + \frac{2A'C'}{AC} + \frac{2B'C'}{BC} \quad (4.57)$$

olarak elde edilir. Burada “ ’ ” işareti zaman koordinatına göre kısmi türevi ifade eder. (3.4)-(3.7), (3.18) ve (4.56) denklemleri birlikte kullanılarak ideal akışkan ve sicim bulutlu Bianchi-I tipi uzay-zamanın f(R) gravitasyon teorisi çerçevesindeki alan denklemleri

$$\begin{aligned} & -\frac{B'C'}{2BC} - \frac{B''}{2B} - \frac{C''}{2C} + \frac{3A'F'}{4AF} + \frac{A'B'}{2AB} + \frac{A'C'}{2AC} + \frac{A''}{2A} - \frac{B'F'}{4BF} - \frac{C'F'}{4CF} \\ & - \frac{F''}{4F} + \frac{(3\lambda - \rho - p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{A'C'}{2AC} - \frac{A''}{2A} - \frac{C''}{2C} + \frac{3B'F'}{4BF} + \frac{A'B'}{2AB} + \frac{B'C'}{2BC} + \frac{B''}{2B} - \frac{A'F'}{4BF} - \frac{C'F'}{4CF} \\ & - \frac{F''}{4F} - \frac{(\lambda + \rho + p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{A'B'}{2AB} - \frac{A''}{2A} - \frac{B''}{2B} + \frac{3C'F'}{4CF} + \frac{A'C'}{2AC} + \frac{B'C'}{2BC} + \frac{C''}{2C} - \frac{A'F'}{4AF} - \frac{B'F'}{4BF} \\ & - \frac{F''}{4F} - \frac{(\lambda + \rho + p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} & \frac{A''}{2A} + \frac{B''}{2B} + \frac{3C''}{2C} - \frac{A'B'}{2AB} - \frac{A'C'}{2AC} - \frac{B'C'}{2BC} - \frac{A'F'}{4AF} - \frac{B'F'}{4BF} - \frac{C'F'}{4CF} \\ & + \frac{3F''}{4F} - \frac{(\lambda - 3\rho - 3p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.61)$$

şeklinde elde edilir. (4.58)-(4.61) denklemlerinin oluşturduğu yedi bilinmeyenli lineer olmayan adi diferansiyel denklem sisteminin çözümlerinde, Bianchi-I tipi uzay-zamanın konformal simetrisinden faydalanmak yerinde olacaktır. Simetriye neden olan vektör alanı  $\xi^i = (0,0,0,\xi^4)$  olarak dikkate alınır, (3.8) ve (4.56) denklemleri ile birlikte kullanılarak ise

$$2A' \xi^4 = \psi \quad (4.62)$$

$$2B' \xi^4 = \psi \quad (4.63)$$

$$2C' \xi^4 = \psi \quad (4.64)$$

$$2\xi_{,4}^4 = \psi \quad (4.65)$$

elde edilir. (4.62)-(4.65) denklemlerinden oluşan sistemin ortak çözümlerinden, homotetik vektör alanı ve metrik potansiyeller

$$\xi^4 = \frac{\psi t}{2} + c_7 \quad (4.66)$$

$$A(t) = c_8 \frac{\psi t}{2} + c_9 \quad (4.67)$$

$$B(t) = c_{10} \frac{\psi t}{2} + c_{11} \quad (4.68)$$

$$C(t) = c_{12} \frac{\psi t}{2} + c_{13} \quad (4.69)$$

olarak elde edilir. Bu durumda konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zaman için yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + \left( c_8 \frac{\psi t}{2} + c_9 \right)^2 dx^2 + \left( c_{10} \frac{\psi t}{2} + c_{11} \right)^2 dy^2 + \left( c_{12} \frac{\psi t}{2} + c_{13} \right)^2 dz^2 \quad (4.70)$$

şeklinde tanımlanabilir. (3.4)-(3.7), (3.18) ve (4.70) denklemleri birlikte kullanılarak  $f(R)$  gravitasyon teorisinde, ideal akışkanlı ve sicimli konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zaman için alan denklemleri

$$\begin{aligned} & \frac{c_8 c_{10} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{10} \psi t + 2c_{11})} + \frac{c_8 c_{12} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{12} \psi t + 2c_{13})} - \frac{c_{10} c_{12} \psi^2}{2(c_{10} \psi t + 2c_{11})(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \\ & + \frac{F'}{F} \left( \frac{3c_8 \psi}{4(c_8 \psi t + 2c_9)} - \frac{c_{10} \psi}{4(c_{10} \psi t + 2c_{11})} - \frac{c_{12} \psi}{4(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \right) - \frac{F''}{4F} + \frac{(3\lambda - \rho - p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.71)$$

$$\begin{aligned} & \frac{c_8 c_{10} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{10} \psi t + 2c_{11})} - \frac{c_8 c_{12} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{12} \psi t + 2c_{13})} + \frac{c_{10} c_{12} \psi^2}{2(c_{10} \psi t + 2c_{11})(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \\ & - \frac{F'}{F} \left( \frac{c_8 \psi}{4(c_8 \psi t + 2c_9)} - \frac{3c_{10} \psi}{4(c_{10} \psi t + 2c_{11})} + \frac{c_{12} \psi}{4(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \right) - \frac{F''}{4F} - \frac{(\lambda + \rho + p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{c_8 c_{10} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{10} \psi t + 2c_{11})} + \frac{c_8 c_{12} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{12} \psi t + 2c_{13})} + \frac{c_{10} c_{12} \psi^2}{2(c_{10} \psi t + 2c_{11})(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \\ & - \frac{F'}{F} \left( \frac{c_8 \psi}{4(c_8 \psi t + 2c_9)} + \frac{c_{10} \psi}{4(c_{10} \psi t + 2c_{11})} - \frac{3c_{12} \psi}{4(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \right) - \frac{F''}{4F} + \frac{(\lambda + \rho + p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.73)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{c_8 c_{10} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{10} \psi t + 2c_{11})} - \frac{c_8 c_{12} \psi^2}{2(c_8 \psi t + 2c_9)(c_{12} \psi t + 2c_{13})} - \frac{c_{10} c_{12} \psi^2}{2(c_{10} \psi t + 2c_{11})(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \\ & - \frac{F'}{F} \left( \frac{c_8 \psi}{4(c_8 \psi t + 2c_9)} - \frac{c_{10} \psi}{4(c_{10} \psi t + 2c_{11})} + \frac{c_{12} \psi}{4(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \right) + \frac{3F''}{4F} - \frac{(\lambda - 3\rho - 3p)}{4F} = 0 \end{aligned} \quad (4.74)$$

formuna indirgenir. (3.12) denklemleri ile verilen ideal akışkan durum denklemleri ve (4.71)-(4.74) denklemlerinin oluşturduğu sistem, birlikte dikkate alındığında

$$F(t) = \frac{c_{14}}{c_8 \psi t + 2c_9} \quad (4.75)$$

$$\rho(t) = - \frac{c_{14} \psi^2 (c_8^2 c_{10} c_{12} \psi^2 t^2 + 4c_8 \psi t (c_8 c_{11} c_{12} + c_8 c_{10} c_{13} - c_9 c_{10} c_{12}) - 4c_9^2 c_{10} c_{12} + 8c_8 c_{11} c_{13})}{(c_8 \psi t + 2c_9)^3 (c_{10} \psi t + 2c_{11})(c_{12} \psi t + 2c_{13})(1 + \omega)} \quad (4.76)$$

$$p(t) = - \frac{\omega c_{14} \psi^2 (c_8^2 c_{10} c_{12} \psi^2 t^2 + 4c_8 \psi t (c_8 c_{11} c_{12} + c_8 c_{10} c_{13} - c_9 c_{10} c_{12}) - 4c_9^2 c_{10} c_{12} + 8c_8 c_{11} c_{13})}{(c_8 \psi t + 2c_9)^3 (c_{10} \psi t + 2c_{11})(c_{12} \psi t + 2c_{13})(1 + \omega)} \quad (4.77)$$

$$\lambda(t) = \frac{4c_{14} \psi^2 (c_8 c_{11} - c_9 c_{10})(c_8 c_{13} - c_9 c_{12})}{(c_8 \psi t + 2c_9)^3 (c_{10} \psi t + 2c_{11})(c_{12} \psi t + 2c_{13})} \quad (4.78)$$

elde edilir (Taşer ve Ulu Doğru, 2017). (3.19) denklemi, (4.76) ve (4.78) denklemlerinin birlikte kullanılmasından ise, sicime iliştilmiş parçacıkların enerji yoğunluğu

$$\rho_p(t) = -\frac{c_{14}\psi^2(c_8^2c_{10}c_{12}\psi^2t^2 + 4c_8\psi t(c_8c_{11}c_{12} + c_8c_{10}c_{13} - c_9c_{10}c_{12}) - 4c_9^2c_{10}c_{12} + 8c_8c_{11}c_{13})}{(c_8\psi t + 2c_9)^3(c_{10}\psi t + 2c_{11})(c_{12}\psi t + 2c_{13})(1 + \omega)} - \frac{4c_{14}\psi^2(c_8c_{11} - c_9c_{10})(c_8c_{13} - c_9c_{12})}{(c_8\psi t + 2c_9)^3(c_{10}\psi t + 2c_{11})(c_{12}\psi t + 2c_{13})} \quad (4.79)$$

olarak elde edilir. Diğer yandan, (4.57), (4.67)-(4.69) denklemlerinden konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zaman için eğrilik skaleri

$$R(t) = \frac{2\psi^2(3c_8c_{10}c_{12}\psi t + 2c_8c_{10}c_{13} + 2c_8c_{11}c_{12} + 2c_9c_{10}c_{12})}{(c_8\psi t + 2c_9)(c_{10}\psi t + 2c_{11})(c_{12}\psi t + 2c_{13})} \quad (4.80)$$

olarak bulunur. (3.3) denklemi ile verilen alan denklemlerinin izi, (4.75)-(4.78) denklemleri ile birlikte kullanıldığında, ideal akışkanlı ve Chaplygin gazlı, konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zaman için zamansal koordinata bağlı  $f(t)$  fonksiyonu

$$f(t) = \frac{c_{14}\psi^2}{(c_8\psi t + 2c_9)^2} \left( -\frac{3c_8^2}{2(c_8\psi t + 2c_9)} + \frac{3c_8c_{10}}{2(c_{10}\psi t + 2c_{11})} + \frac{3c_8c_{12}}{2(c_{12}\psi t + 2c_{13})} \right) + \frac{(c_8^2c_{10}c_{12}\psi^2t^2 + 4c_8\psi t(c_8c_{11}c_{12} + c_8c_{10}c_{13} - c_9c_{10}c_{12}) - 4c_9^2c_{10}c_{12} + 8c_8c_{11}c_{13})(3\omega - 1)}{2(c_8\psi t + 2c_9)(c_{10}\psi t + 2c_{11})(c_{12}\psi t + 2c_{13})(1 + \omega)} + \frac{3c_8c_{10}c_{12}\psi t + 2c_8c_{10}c_{13} + 2c_8c_{11}c_{12} + 2c_9c_{10}c_{12}}{(c_{10}\psi t + 2c_{11})(c_{12}\psi t + 2c_{13})} + \frac{2(c_8c_{11} - c_9c_{10})(c_8c_{13} - c_9c_{12})}{(c_8\psi t + 2c_9)(c_{10}\psi t + 2c_{11})(c_{12}\psi t + 2c_{13})} \quad (4.81)$$

şeklinde elde edilir.

#### 4.4. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkanlı Konformal Simetrik Friedmann-Robertson-Walker (FRW) Uzay-Zaman Modelleri

Son yapılan gözlemler evrenin büyük ölçekte homojen ve izotropik olduğunu işaret etmektedir (Huang ve ark., 2010). Evrenin bugün ki durumu ile uyum içinde bulunan, homojen ve izotropik özelliğe sahip olan FRW uzay-zamanı için yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right) \quad (4.82)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $a(t)$  ölçek faktörü olarak adlandırılan, zamana bağlı bir fonksiyondur (Zhi ve ark., 2014).  $k$  ise evrenin eğriliğini ifade eden ve  $k = -1, 0, 1$  değerlerini alabilen bir sabittir.  $k = -1$  değeri açık evren modelini,  $k = 0$  değeri düz evren modelini ve  $k = 1$  değeri kapalı evren modelini ifade etmektedir (Friedmann, 1924; Lemaitre, 1933; Robertson, 1935; Walker, 1937). (4.82) denklemi kullanılarak FRW uzay-zamanın eğrilik skaleri

$$R = \frac{6}{a^2} (aa'' + a'^2 + k) \quad (4.83)$$

olarak elde edilir. Burada “ ‘ ” işareti zaman koordinatına göre türevi ifade eder. (3.4)-(3.7), (3.11) ve (4.82) denklemleri birlikte kullanılarak  $f(R)$  gravitasyon teorisinde ideal akışkanlı FRW uzay-zamanının alan denklemleri

$$\frac{k}{2a^2} + \frac{a'F'}{4aF} - \frac{F''}{4F} + \frac{a'^2}{2a^2} - \frac{a''}{2a} - \frac{(\rho + p)}{4F} = 0 \quad (4.84)$$

$$-\frac{3k}{2a^2} + \frac{3a'F'}{4aF} + \frac{3F''}{4F} - \frac{3a'^2}{2a^2} + \frac{3a''}{2a} + \frac{3(\rho + p)}{4F} = 0 \quad (4.85)$$

şeklinde elde edilir. Lineer bağımsız iki denklem olmasına karşılık, bu denklemlerde dört bilinmeyen yer almaktadır. Dolayısıyla denklem çözümlerinde bilinmeyenlerin bulunmasına fayda sağlayacağından, FRW uzay-zamanının konformal simetrisi araştırılabilir. Simetrisinin yönünü tanımlayan vektör alanı  $\xi^i = (0, 0, 0, \xi^4)$  olarak düşünüldüğünde, (3.8) ve (4.82) denklemleri birlikte kullanılarak

$$2a'\xi^4 = \psi \quad (4.86)$$

$$2\xi_{,4}^4 = \psi \quad (4.87)$$

elde edilir. (4.86) ve (4.87) denklemlerinden, metrik potansiyel ve homotetik vektör alanı

$$\xi^4 = \frac{\psi t}{2} + c_{15} \quad (4.88)$$

$$a(t) = c_{16} \frac{\psi t}{2} + c_{17} \quad (4.89)$$

olarak elde edilir. Konformal simetrik FRW uzay-zamanı için yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + \left( c_{16} \frac{\psi t}{2} + c_{17} \right)^2 \left( \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right) \quad (4.90)$$

formuna indirgenir. (3.4)-(3.7), (3.11) ve (4.90) denklemleri birlikte kullanılarak  $f(R)$  gravitasyon teorisinde ideal akışkanlı konformal simetrik FRW uzay-zamanının alan denklemleri ise

$$\frac{2k}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2} + \frac{c_{16}\psi F'}{4(c_{16}\psi t + 2c_{17})F} - \frac{F''}{4F} + \frac{c_{16}^2\psi^2}{2(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2} - \frac{(p + \rho)}{4F} = 0 \quad (4.91)$$

$$-\frac{6k}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2} - \frac{3c_{16}\psi F'}{4(c_{16}\psi t + 2c_{17})F} + \frac{3F''}{4F} - \frac{3c_{16}^2\psi^2}{2(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2} + \frac{3(p + \rho)}{4F} = 0 \quad (4.92)$$

şeklinde elde edilir. (4.91)-(4.92) denklem sistemi, (3.12) denklemi ile verilen ideal akışkanın durum denklemi birlikte kullanılarak, enerji yoğunluğu ve basıncın  $F(t)$  fonksiyonuna bağlı ifadesi aşağıdaki şekilde çözümlenebilir (Taşer ve Ulu Doğru, 2016c):

$$\rho = \frac{8kF}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2(\omega + 1)} + \frac{c_{16}\psi F'}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})(\omega + 1)} - \frac{F''}{(\omega + 1)} + \frac{2c_{16}^2\psi^2 F}{2(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2} \quad (4.93)$$

$$p = \frac{1}{\omega} \left( \frac{8kF}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2(\omega + 1)} + \frac{c_{16}\psi F'}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})(\omega + 1)} - \frac{F''}{(\omega + 1)} + \frac{2c_{16}^2\psi^2 F}{2(c_{16}\psi t + 2c_{17})^2} \right) \quad (4.94)$$

## BÖLÜM 5

### SONUÇ VE ÖNERİLER

#### 5.1. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Monopol ve İdeal Akışkanlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller İçin Sonuç ve Öneriler

Bölüm 4.1’de monopol ve ideal akışkanlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zamanlar için  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde alan denklemleri ve çözümleri elde edildi. Literatürde,  $f(R)$  gravitasyon teorisi ile ilgili çalışmalarda, çoğunlukla kullanılabilir  $f(R)$  modelleri, alan denklemlerine empoze edilerek çözümler aranmaktadır (Aghamohammadi ve ark, 2010; Shojai ve Shojai, 2012; Sharif ve Kausar, 2011, Hendi ve ark., 2012). Bu tez çalışması kapsamında Bölüm 4.1’de ele almış olduğumuz monopol ve ideal akışkanlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zamanlara ait alan denklemi çözümleri, bu model için kullanılabilir  $f(R)$  fonksiyonunu doğrudan tayin etmektedir. Model için,  $f(R)$  fonksiyonunun genel formu ancak (4.32) denklemi ile verildiği formda olabilir. Diğer taraftan, elde edilen  $f(R)$  fonksiyonunun fiziksel olarak anlamlı bir model ile uyumluluğu analiz edilebilir.  $f(R)$  gravitasyon teorisi literatürde birçok uygulanabilir  $f(R)$  modelleri aracılığıyla modern kozmolojinin bazı problemlerini düzeltmede başarılı olmaktadır (Nojiri ve Odintsov, 2006a). Kullanılabilir  $f(R)$  modellerinden biri  $R^{-1}$  terimini içeren modeldir. Bu model,  $\Lambda$ -CDM modelinden elde edilmektedir ve evrenin son zaman ivmelenmesini açıklamada başarılı olmuştur (Sokolowski, 2007). Aynı zamanda  $R^2$  terimini içeren  $f(R)$  modeli büyük eğriliklere neden olmakta ve erken dönem genişlemesini açıklamaktadır (Sokolowski, 2007). Bir diğer popüler modelde  $f(R)$  fonksiyonu  $f(R) \approx R + \alpha R^{-n}$  olarak dikkate alınır. Bu modelde,  $R + \alpha R^{-n}$  terimi, elde edilen çözümlerde fiziksel anlam olarak son dönem ivmelenmesini doğurur (Amendola ve ark., 2007b; Amendola ve ark., 2007c).  $f(R)$  gravitasyon teorisinde,  $R^n$  terimli modellerin kozmik ivmelenmeyi açıklama da başarılı olduğu genel kanısı yaygın olarak kabul edilmektedir (Cappazziello, 2003; Faroni ve Nadeau, 2005). Bu tür modeller,  $n = -1$  ve  $n = 3/2$  durumlarında Liouville alan teorisine denk özellik göstermektedir (Cappazziello, 2003; Faroni ve Nadeau, 2005). İlk uygulanabilir ve kabul gören model Starobinsky (1980) tarafından önerilmiştir. Bu modele kozmolojik sabit eklenerek  $f(R)$  fonksiyonu de-Sitter kozmolojilerine indirgenmiştir (Starobinsky, 1980). Böylece, evrenin son zaman genişlemesini açıklamada başarılı bir model olmuştur (Amendola ve ark, 2007b; Faraoni ve Nadeau, 2005). Starobinsky’nin yeniden yapılandırılmış bu modelinde  $f(R)$  fonksiyonu

$$f(R) = R + \varepsilon R^2 - 2\Lambda \quad (5.1)$$

şeklinde tanımlanır. Bölüm 4.1’de incelenmiş olan monopol ve ideal akışkanlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zamanlar için elde edilen ve (4.32) denklemi ile verilen  $f(R)$  fonksiyonu, Starobinsky’nin bu modeli ile uyumludur. (4.32) ve (5.1) denklemleri birlikte dikkate alınırsa

$$\omega = -\left(\frac{9 + 5\chi\eta^2}{9 + 3\chi\eta^2}\right) \quad (5.2)$$

şeklinde elde edilir.  $\frac{8\pi G}{c^4}$  değerindeki Genel Relativite çiftlenim sabitinin her zaman pozitif olduğu açıktır. Aynı zamanda, simetri kırılma ölçeğinin karesi de  $\eta^2 > 0$  şeklindedir. Öyleyse (5.2) denkleminde verilen  $\omega$  sabitinin değeri için

$$\omega < -1 \quad (5.3)$$

şeklinde olacağını göstermektedir. Diğer yandan (4.32) ve (5.1) denklemleri birlikte incelenirse diğer sabitler

$$\Lambda = -\frac{\chi^2\eta^4(3\omega+1)}{9c_4(\omega+1)} \quad (5.4)$$

$$\varepsilon = \frac{2c_4}{9(\omega+1)} \quad (5.5)$$

şeklinde elde edilir.

Bölüm 4.1’de, monopol ve ideal akışkanın, konformal ve küresel simetrik uzay-zamanlarda, Böhmer ve ark. (2007) tarafından önerilen konformal kurt deliklerine benzer bir geometriye kaynak olabileceği de tartışılmıştır. Bilindiği gibi, gerek geometrik gerekse madde formu için, başlangıç ve sınır-değer problemlerinin incelenmesi, elde edilen çözümlerdeki keyfi sabitlerin belirlenmesine yardımcı olmaktadır. Öyleyse, kurt deliklerinin iç ve dış çözümlerinde kullanılan başlangıç ve sınır-değer koşullarını dikkate



alalım (Lemos ve ark., 2003). Kurt deliği iç çözümüne göre  $b(r_0) = r_0$  şeklindedir (Lemos ve ark. 2003; Böhmer ve ark., 2007). Daha önce bahsettiğimiz gibi, bu koşul aynı zamanda kurt deliklerinin geçilebilirlik koşullarından da birisidir. Bu koşula göre, (4.38) denkleminde  $c_4$  sabiti

$$c_4 = -\chi\eta^2 r_0^2 \quad (5.6)$$

şeklinde elde edilir. (5.6) ile verilen  $c_4$  sabiti, kurt deliği iç çözümlerinin bazı koşullarını da sağlar ( $T_r^r|_{r \rightarrow r_0} = T_t^t|_{r \rightarrow r_0} = T_\theta^\theta|_{r \rightarrow r_0} = T_\phi^\phi|_{r \rightarrow r_0} = 0$ ) (Lemos ve ark. 2003; Böhmer ve ark., 2007). Kurt deliklerinin boğaz yarıçapı minimum ve maksimum yarıçap denen bir bölge arasında sınırlıdır. Bu yüzden limit noktalarında yarıçap değerleri  $r_{\min} = r_0$  ve  $r_{\max} = \gamma$  olarak tanımlanabilir (Lemos ve ark. 2003; Böhmer ve ark., 2007). Literatürde yapılan dış kurt deliği çözümlerinde kıvrılma kayma ve şekil fonksiyonları bu limit değerleri için sırasıyla  $\Phi(\gamma) = \frac{1}{2} \ln\left(1 - \frac{2M}{\gamma}\right)$  ve  $b(\gamma) = 2M$  olarak elde edilmiştir (Lemos ve ark. 2003; Böhmer ve ark., 2007). Kurt deliklerinin bu dış çözüm sınır koşullarından, monopol ve ideal akışkan kaynaklı, konformal ve küresel simetrik kurt deliklerinin  $c_2$  ve  $c_3$  keyfi sabitleri (4.36) ve (4.37) denklemlerinden

$$c_2 = \frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{2M}{\gamma}\right)^{1/2} \quad (5.7)$$

$$c_3 = \left(6 \left(1 - \frac{2M}{\gamma}\right) \left(\frac{\gamma^2}{r_0^2} - 1\right)^{-1}\right)^{1/2} \quad (5.8)$$

olmalıdır. Elde edilen kısıtlar altında, monopol ve ideal akışkan kaynaklı, konformal ve küresel simetrik kurt deliği çözümleri, (4.14), (4.15), (4.24)-(4.27) ve (5.6)-(5.8) denklemlerinden

$$e^\mu = \frac{1}{\gamma^2} \left(1 - \frac{2M}{\gamma}\right) r^2 \quad (5.9)$$

$$e^{\nu} = \frac{6r_0^2}{r^2 - r_0^2} \quad (5.10)$$

$$\rho(r) = \frac{1}{\omega + 1} \frac{\eta^2}{r^2} \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \quad (5.11)$$

$$p(r) = \frac{\omega}{\omega + 1} \frac{\eta^2}{r^2} \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \quad (5.12)$$

$$\psi(r) = \left\{ \frac{\left( \left( 1 - \frac{2M}{\gamma} \right) \left( \frac{r^2}{r_0^2} - 1 \right) \right)^{1/2}}{\left( \frac{\gamma^2}{r_0^2} - 1 \right)} \right\} \quad (5.13)$$

$$F(r) = -\chi \eta^2 \frac{r_0^2}{r^2} \quad (5.14)$$

şeklinde elde edilir. (4.36) ve (4.37) denklemleri ile verilen kızıl kayma ve şekil fonksiyonları ise

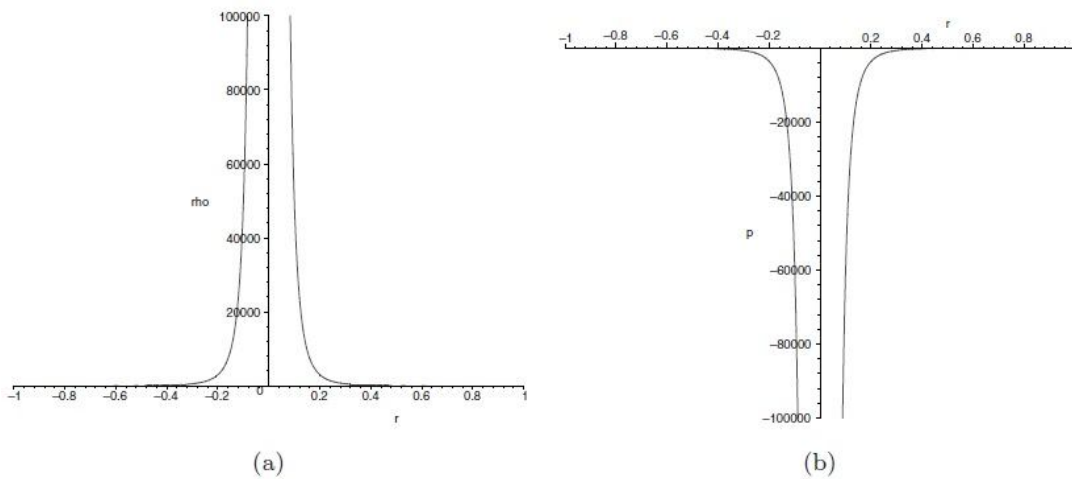
$$\Phi(r) = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{1}{\gamma^2} \left( 1 - \frac{2M}{\gamma} \right) r^2 \right] \quad (5.15)$$

$$b(r) = r \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{2M}{\gamma} \right) \left( \frac{r^2 - r_0^2}{\gamma^2 - r_0^2} \right) \right\} \quad (5.16)$$

olacaktır. Monopol ve ideal akışkan kaynaklı konformal ve geçilebilir kurt delikleri,  $r = r_0$  noktasında  $e^{\nu(r)} \Big|_{r \rightarrow r_0} \rightarrow \infty$  olduğu için tekilliğe sahiptir. Kurt deliği modelinin kararlı bir model olması açısından, bu tekillik beklenen bir tekilliktir (Böhmer ve ark., 2007).

Böhmer ve ark. (2007), statik olmayan konformal simetri altında kurt deliklerini incelemiştir. Bu tez çalışması kapsamında, statik ve geçilebilir kurt deliklerinin de belirli madde dağılımları altında var olabileceği gösterilmiştir. Böhmer ve ark. (2007)

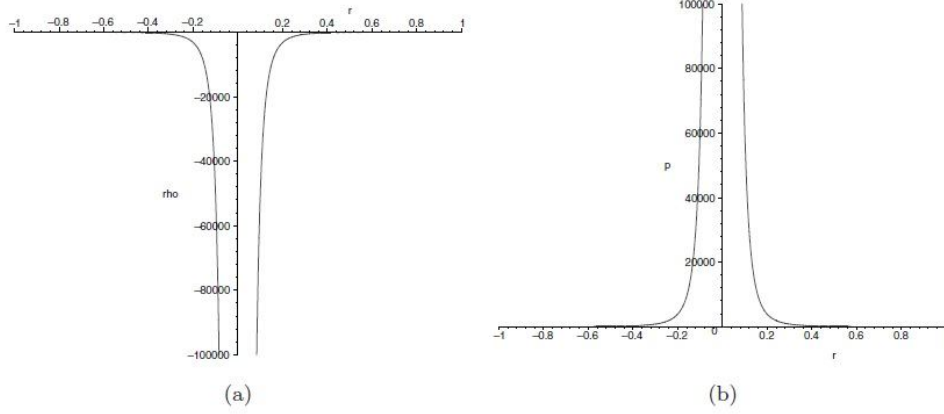
anizotropik akışkan kaynaklı konformal kurt deliklerinin  $\omega = -3$  kısıtı altında elde edilebileceğini önermişlerdir. Bu tez çalışmasında, monopol ve ideal akışkan kaynaklı, konformal simetrik ve geçilebilir kurt deliklerinin,  $\omega < -1$  kısıtı altında var olabileceği önerilmiştir. Durum denklemleri ile ideal akışkanın basınç ve yoğunluğu arasındaki ilişkiyi belirleyen bu kısıtlama aynı zamanda ideal akışkan formundaki maddenin hayalet enerji olması gerektiği sonucunu da beraberinde getirmektedir (Nemiroff ve Patla, 2008). Hayalet enerji egzotik madde ve karanlık enerjinin özel bir durumudur. Bu madde formu, hayalet bir skaler alan ile de ifade edilir (Briscese ve ark., 2007). İvmeli genişleyen FRW modellerinde, hayalet enerjinin skaler alanı sonlu zaman tekiliğine sahiptir (Briscese ve ark., 2007). Ayrıca hayalet enerji yoğunluğu zamanla artan eğilimdedir. Hayalet enerji baskın enerji koşulunu ihlal ettiğinden, literatürde kurt deliği ile ilgili çalışmalarda sıklıkla karşımıza çıkmaktadır (Kuhfitting, 2009; Rahaman ve ark., 2009; Sushkov, 2005; Lobo, 2005). Bu sonuçlar, monopol ve ideal akışkan kaynaklı konformal ve küresel simetrik uzay-zamanların, ideal akışkanın hayalet enerjisi işaret ettiği durumlarda, geçilebilir kurt deliği geometrisi oluşturabileceği bulgumuz ile uyumaktadır. Ayrıca  $f(R)$  gravitasyon teorisinin uygulanabilir ve başarılı bir teori olduğu fikrini de desteklemektedir. Bunun yanında, (4.38) denkleminde görüldüğü gibi, geçilebilirlik koşulunun sağlanması ve reel yarıçap değerlerinin varlığı için  $c_4 < 0$  olmalıdır.  $\omega < -1$  ve  $c_4 < 0$  koşulları altında, (4.24) ve (4.26) denklemleri ile verilen ideal akışkanın basınç ve yoğunluk değişimleri Şekil 5.1’de gösterilmektedir.



Şekil 5.1. (a) İdeal akışkan enerji yoğunluğu ( $c_4 = -1$ ,  $\chi = 1$ ,  $\eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ )

(b) İdeal akışkan basıncı ( $c_4 = -1$ ,  $\chi = 1$ ,  $\eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ )

Eğer,  $c_4 > 0$  durumu düşünülürse, elde edilen konformal simetrik kurt delikleri geçilebilir olma özelliğini kaybeder. Bu kurt delikleri için  $\omega < -1$  koşulu altında (4.24) ve (4.26) denklemleri ile verilen ideal akışkan yoğunluk ve basınç değişimleri Şekil 5.2’de gösterilmektedir. Bu çalışmanın sonuçlarından biri de,  $f(R)$  gravitasyon teorisinin, “monopol ve ideal akışkanın geçilebilir olmayan konformal simetrik kurt deliklerine kaynak olmasına” izin vermediğidir. Çünkü, Şekil 5.2’den görüldüğü gibi  $c_4 > 0$  durumunda yoğunluk her zaman negatif, basınç ise pozitif değerler almaktadır. Fiziksel anlamlı tüm madde formları için enerji yoğunluğunun pozitif büyüklüğe sahip olması beklenir.



Şekil 5.2. (a) İdeal akışkan enerji yoğunluğu ( $c_4 = 1$ ,  $\chi = 1$ ,  $\eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ )

(b) İdeal akışkan basıncı ( $c_4 = 1$ ,  $\chi = 1$ ,  $\eta = 1$  ve  $\omega = -1.2$ )

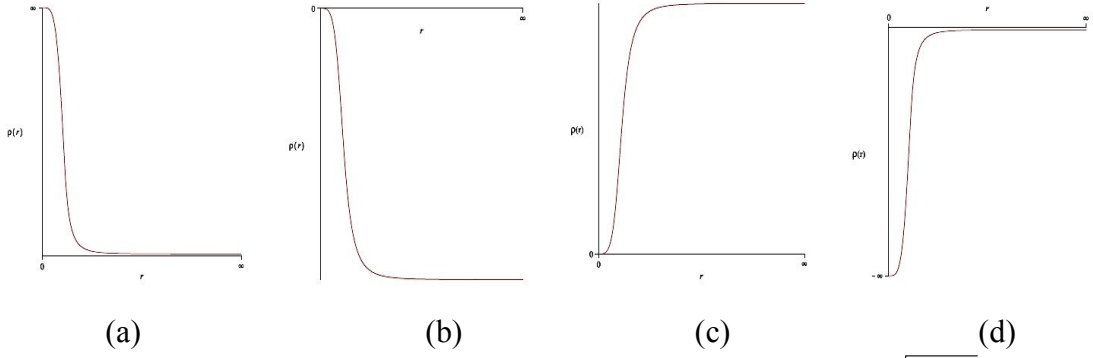
(4.32) denklemi ile elde ettiğimiz  $f(R)$  fonksiyonunun Starobinsky modeli ile uyum içinde olduğunu tartışmıştık. Elde edilen  $f(R)$  fonksiyonu, Starobinsky’nin pozitif kozmolojik sabitli de-Sitter kozmolojilerine izin vermektedir (Faroni ve Nadeau, 2005). (5.4) denkleminde görüleceği gibi  $\Lambda > 0$  olması için de  $c_4 < 0$  olmalıdır. Dolayısıyla madde formu gibi, kullanılabilir  $f(R)$  modeli de önerilen kurt deliklerinin geçilebilirlik özelliğini desteklemektedir.

## 5.2. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde Elektromanyetik Alan ve Chaplygin Gazlı Konformal ve Küresel Simetrik Modeller İçin Sonuç ve Öneriler

Bölüm 4.2’de elektromanyetik alan ve Chaplygin gazlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zamanlar için  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde alan denklemleri ve

çözümleri araştırıldı. Elde edilen çözümler,  $f(R)$  gravitasyon teorisinin, statik elektrik alan varlığında, Chaplygin gazlı konformal ve küresel simetrik uzay-zaman modellerine izin vermediğini göstermektedir. (4.44)-(4.46) denklemleri ile verilen alan denklemlerinin çözümlerinde, statik elektrik alanın sıfırdan farklı tüm değerleri için, uzay-zaman geometrisini belirleyen metrik potansiyellerin kompleks (ir-reel) değerler aldığı görülmüştür. Dolayısıyla fiziksel anlamı olmayan bu çözümlerin terkedilmesi, statik elektrik alansız, Chaplygin gaz kaynaklı, konformal ve küresel simetrik uzay-zaman geometrilerinin araştırılması doğru olacaktır. Bu çözümler (4.47)-(4.51) denklemlerinde verildiği şekilde elde edilmiştir.  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde Chaplygin gazlı konformal ve küresel simetrik uzay-zaman için  $f(R)$  fonksiyonu (4.55) denkleminde verilmiştir. (4.55) denkleminde  $f(R)$  fonksiyonunun ikinci derecen eğrilik skalerini içerdiği açıkça görülmektedir. İkinci derecen eğrilik skaleri içeren  $f(R)$  modeli  $f(R) = R - \frac{1}{6}\gamma R^2 - 2\Lambda$  şeklinde tanımlanır (Barrow ve Ottewill, 1983). Bu model izotropik ve homojen bir uzay-zaman özelliğine işaret etmektedir (Barrow ve Ottewill, 1983).  $f(R)$  fonksiyonlarındaki ikinci derecen eğrilik skaleri, evrenin erken dönem davranışını tanımlarken kullanılmaktadır (Faraoni, 2006). Elmardi ve ark. (2016),  $f(R)$  gravitasyon teorisinde Chaplygin gaz durum denklemini kullanarak sabit eğrilik durumunda bir  $f(R)$  modeli oluşturmuşlardır. Elde ettikleri modelin ikinci derecen eğrilik skalerini içerdiğini ( $f(R) = R + C_1 R^2 - 2m^2$ ) ve limit durumunda  $\Lambda$ -CDM kozmolojik modeline indirgendiğini göstermişlerdir. Chaplygin gazlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zaman için elde edilen  $f(R)$  fonksiyonu, Elmardi ve ark. (2016)'nın elde ettiği  $f(R)$  fonksiyonundan farklı olarak birinci derecen eğrilik skaleri içermemektedir. Elmardi ve ark. (2016) bu çalışmasında sabit eğrilik kullanmışlardır. Bu nedenle önerdikleri  $f(R)$  modelinde bulunan  $R$  teriminin (4.55) denkleminde verilen  $f(R)$  fonksiyonunda  $c_6$  teriminin içinde yer aldığı söylenebilir. Chaplygin gazlı, konformal ve küresel simetrik uzay-zaman için elde edilen  $f(R)$  fonksiyonu limit durumlarında sabit eğrilikli  $\Lambda$ -CDM kozmolojik modeline indirgenmektedir. Elde edilen  $f(R)$  fonksiyonu ikinci dereceden eğrilik skalerine bağlı olduğu için erken dönemi karakterize eden bir uzay-zaman geometrisini verdiği söylenebilir.

Konformal ve küresel simetrik uzay-zaman geometrisine kaynak olabilecek Chaplygin gazın yoğunluğu (4.49) denklemi ile verildiği şekilde olmalıdır. Bu yoğunluğun radyal koordinatla değişimi Şekil. 5.3.'de gösterilmektedir.



Şekil 5.3. (a) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = 1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = \frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ )

(b) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = 1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = \frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ )

(c) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = -1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = -\frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ )

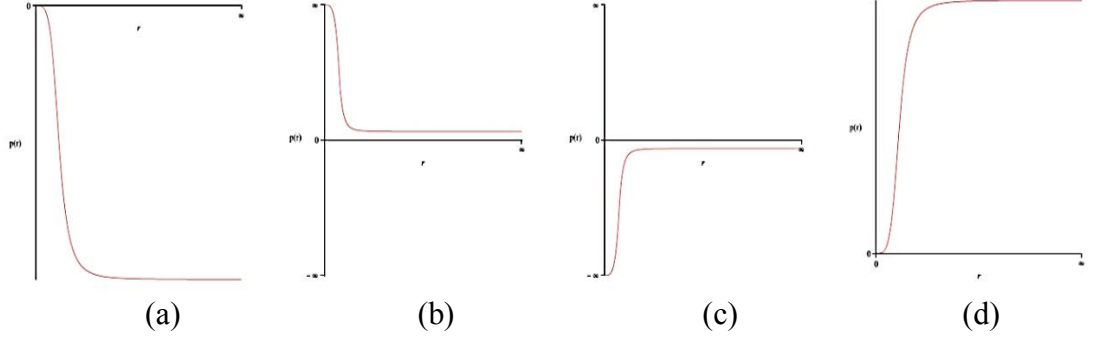
(d) Chaplygin gazın yoğunluğu ( $c_5 = -1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $\rho(r) = -\frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$ )

Chaplygin gaz, pozitif enerji yoğunluklu ve negatif basınçlı bir madde formudur (Kamenshchik ve ark., 2001). Bu özelliğinden dolayı, karanlık enerjiye aday maddeler arasında yer alır (Kamenshchik ve ark., 2001). Söz konusu özellik dikkate alındığında, Şekil 5.3.-(a) ve Şekil 5.3.-(c) fiziksel anlamlı yoğunluk dağılımlarını göstermektedir. Sonuç olarak, fiziksel anlamlı madde dağılımının tanımlanabilmesi için, sabit seçimleri

$\rho(r) = \pm \frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}$  şeklinde olmalıdır. Diğer taraftan, konformal ve küresel simetrik

uzay-zaman geometrisine kaynak olabilecek Chaplygin gazın basıncı ise (4.51) denklemi ile verildiği şekilde olmalıdır. Bu basıncın radyal koordinatla değişimi farklı keyfi sabit seçimleri için Şekil 5.4.'de gösterilmektedir. Şekil 5.4.-(a) ve Şekil 5.4.-(b)'de görüldüğü üzere Chaplygin gazın basıncı negatif değerler almaktadır. Chaplygin gazın doğası gereğince beklenen durum da negatif değerli basınca sahip olmasıdır. Şekil 5.4.-(a) ve Şekil 5.4.-(b)'de kullanılan keyfi sabit seçimleri pozitif yoğunluk dağılımını, Şekil 5.3.-(a) ve Şekil 5.3.-(c)'de kullanılan aynı keyfi sabit seçimleri ise negatif basınç dağılımını desteklemektedir. Fiziksel anlamlı basınç dağılımlarının da bu seçimler altında

$p(r) = -\left(\pm \frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$  şeklinde olması gerekmektedir.



Şekil 5.4. (a) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = 1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(\frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ )

(b) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = 1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(\frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ )

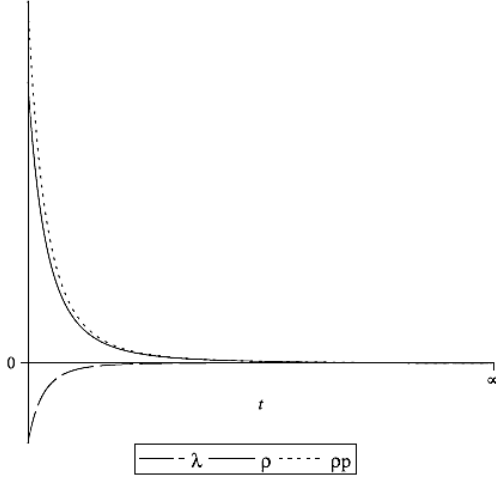
(c) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = -1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(-\frac{1}{r^4} + \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ )

(d) Chaplygin gazın basıncı ( $c_5 = -1$ ,  $m = \pm 1$  ve  $p(r) = -\left(-\frac{1}{r^4} - \sqrt{\frac{1}{r^8} + 4}\right)^{-1}$ )

### 5.3. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkan ve Sicim Bulutlu Bianchi-I Tipi Uzay-Zaman Modelleri için Sonuç ve Öneriler

Bölüm 4.3’de, ideal akışkan ve sicim bulutu kaynaklı, konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zamanlar  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde incelendi. Bu bağlamda, öncelikle Bianchi-I tipi uzay-zamanlara ait konformal simetriler ve bu simetriyi doğuran vektör alanı belirlenmiştir. İdeal akışkan ve sicim bulutu kaynaklı, konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zamanlara ait alan denklemleri (4.75)-(4.81) denklemlerinde verildiği şekilde elde edilmiştir. Çözümler, keyfi sabitlerin farklı seçimleri altında, fiziksel ve geometrik açıdan üç farklı modeli göstermektedir. Bu durumlar ve özellikleri aşağıda özetlenmiştir.

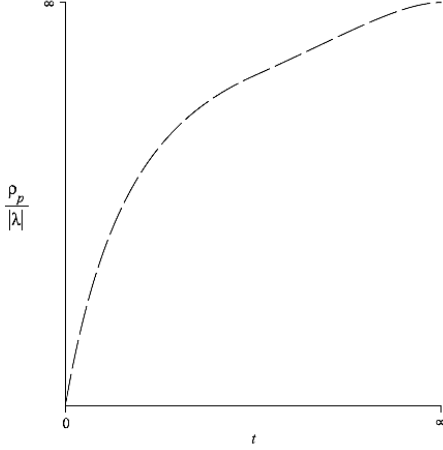
İlk olarak, (4.71)-(4.74) denklemleri ile verilen ideal akışkan ve sicim bulutlu, konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zamanlar için alan denklemlerinin genel çözümlerini dikkate alalım. Herhangi bir kısıtlama düşünülmezsizin genel çözümleri tartışalım. (4.76),(4.78) ve (4.79) denklemlerinde verilen enerji yoğunluğu, parçacık enerji yoğunluğu ve sicim gerilim yoğunluklarının zamanla değişimleri Şekil 5.5’de gösterilmektedir.



Şekil 5.5. Sicim gerilim yoğunluğunun, parçacık enerji yoğunluğunun ve enerji yoğunluğu ( $\psi = 1$ ,  $\omega = 1$ ,  $c_8 = 2$ ,  $c_9 = c_{10} = c_{11} = c_{12} = c_{13} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < \infty$ )

Şekil 5.5'den görüldüğü üzere enerji yoğunlukları pozitif değerler alırken, sicim gerilim yoğunluğu negatif değerler almaktadır. Letelier (1983) yapmış olduğu çalışmada, sicim gerilim yoğunluğunun işaret bağımsız değerler alabileceğini, ancak enerji yoğunluklarının  $\rho > 0$  ve  $\rho_p > 0$  olması gerektiğini göstermiştir. Bu bölümde elde edilen genel çözümler, Şekil 5.5'den de anlaşıldığı gibi, Letelier'in önerisini desteklemektedir. Şekil 5.5'den enerji yoğunlukları ve sicim gerilim yoğunluklarının  $t \rightarrow \infty$ 'da yok olduğu görülmektedir. Ancak ilk olarak sicim gerilim yoğunluğu, daha sonra parçacık enerji yoğunluğu ve son olarak da enerji yoğunluğu ortadan kalkmaktadır. Şekil 5.5'e göre evrenin evrimi süresince, konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zaman geometrisine kaynak olabilecek sicimlerin günümüz evrenine kadar taşınmadığı sonucuna varılabilir. Bu sonuç, sicim gerilim yoğunluğunun  $t \rightarrow \infty$ 'da yok olması gerektiğini söyleyen pek çok çalışma ve gözlemsel veriler ile uyum içindedir (Yadav, 2012; Yadav, 2014; Agarwal ve ark., 2012). Elde edilen sonuçlara göre, sicimlerin yok olmalarından bir süre sonra, bunlara iliştilmiş parçacıklarda yok olmaktadır. Diğer taraftan,  $\rho_p/|\lambda|$  oranı Şekil 5.6'da gösterilmektedir.





Şekil 5.6.  $\frac{\rho_p}{|\lambda|}$  oranı ( $\psi=1$ ,  $\omega=1$ ,  $c_8=2$ ,  $c_9=c_{10}=c_{11}=c_{12}=c_{13}=c_{14}=1$  ve  $0 < t < \infty$ )

Şekil 5.6'ya göre, konformal simetri varlığında ideal akışkana iliştirilmiş sicim bulutlu Bianchi-I uzay-zamanının başlangıç evrelerinde kütleli sicimler baskındır. İlerleyen evrelerde ise, parçacık miktarına göre kütleli sicim miktarı oldukça azalmaktadır.

İkinci olarak  $c_{11}=c_{13}=0$  ve  $c_{10}=c_{12}$  durumunu dikkate alalım. Keyfi sabitlerin bu seçimi altında, ideal akışkan ve sicim bulutu kaynaklı, konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zamanın kinematik niceliklerini hesaplayalım. Skaler genişleme faktörü  $\theta$ , yavaşlama parametresi  $q$  ve uzaysal hacim  $V$  olmak üzere; verilen uzay-zaman ve madde dağılımı için bu nicelikler

$$\theta = \frac{3c_8\psi t + 4c_9}{t(c_8\psi t + 2c_9)} \quad (5.17)$$

$$q = \frac{8c_9^2}{(3c_8\psi t + 4c_9)^2} \quad (5.18)$$

$$V = \frac{1}{2} [ c_{10}^2 \psi^2 t^2 (c_8\psi t + 2c_9) ]^{1/3} \quad (5.19)$$

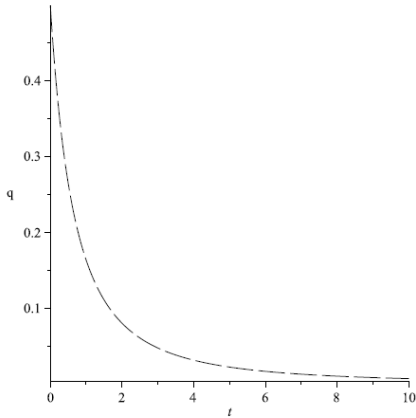
şeklindedir. Diğer yandan, shear tensörü

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^3 H_i^2 - \frac{1}{3} \theta^2 \right) \quad (5.20)$$

olarak tanımlanır. (5.19) denklemine göre uzaysal hacimin başlangıçta sıfır olduğu açıktır yani  $t \rightarrow 0$  'da,  $V \rightarrow 0$  olmaktadır. Ayrıca, uzay-zamanın izotropisindeki bozulma shear tensörü ve skaler genişleme niceliği kullanılarak belirlenebilir (Barrow, 1982). İzotropinin korunduğu durumlarda bu iki niceliğin oranı zamanla sıfıra yaklaşır (Barrow, 1982). (5.17)

ve (5.20) denklemlerine göre bu oran  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sigma}{\theta} = \frac{\sqrt{2}}{3}$  şeklindedir. Öyleyse,  $f(R)$

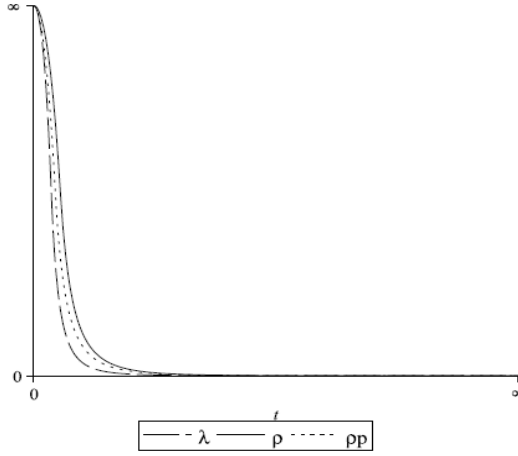
gravitasyon teorisine göre, ideal akışkan ve sicim bulutu kaynaklı, konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zaman zamanın büyük değerleri için izotropi özelliği göstermemektedir. Diğer yandan,  $q$  yavaşlama parametresi  $-1 < q < 0$  aralığında değerler aldığıında, bu durum birden şişme benzeri genişlemeyi,  $q > 0$  aralığında değerler aldığıında ise standart yavaşlama benzeri genişlemeyi işaret etmektedir (Pradhan ve Singh, 2011). (5.10) denklemi ile verilen yavaşlama parametresinin zamana göre değişimi Şekil 5.7.'de gösterilmektedir. Şekil 5.7.'den, yavaşlama parametresinin her noktada pozitif olduğu görülmektedir. Ayrıca, sicim varlığının azalması,  $q$  parametresinde azalmaya neden olmaktadır.



Şekil 5.7. Yavaşlama parametresi ( $\psi=1$ ,  $\omega=-0.5$ ,  $c_8=c_9=c_{10}=c_{14}=1$  ve  $0 < t < 10$ )

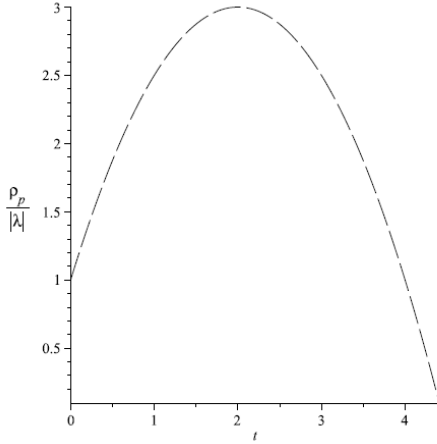
(4.76)-(4.79) denklemleri incelendiğinde  $t \rightarrow 0$  'da,  $c_9 c_{14} > 0$ ,  $\omega + 1 > 0$  ve  $-1 < \omega < 0$  koşulları altında,  $\rho \rightarrow \infty$ ,  $\rho_p \rightarrow \infty$ ,  $\lambda \rightarrow \infty$  şeklinde elde edilir. Ayrıca

$t \rightarrow \infty$ 'da,  $\rho \rightarrow 0$ ,  $\rho_p \rightarrow 0$  ve  $\lambda \rightarrow 0$  şeklinde elde edilir. Bu durum, Bianchi-I tipi uzay-zaman geometrilerinde zamanla sicim varlığının ortadan kalktığı fikrini destekler (Yadav, 2012; Yadav, 2014; Agarwal ve ark., 2012). Aynı zamanda bu sonuç, enerji yoğunluğu, parçacık enerji yoğunluğu ve sicim gerilim yoğunluğunun Şekil 5.8.'de verilen zamanla değişim grafiğinden de açıkça görülmektedir.



Şekil 5.8. Enerji yoğunluğu, parçacık enerji yoğunluğu, sicim gerilim yoğunluğu ( $\psi = 1$ ,  $\omega = -0.5$ ,  $c_8 = c_9 = c_{10} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < \infty$ )

Evrenin evrimi sürecinde  $\rho_p/|\lambda| > 1$  olduğu durumda evrende kütleli sicimler baskındır. Eğer  $\rho_p/|\lambda| < 1$  ise evrende sicimler baskın durumdadır (Kibble, 1976; Krori ve ark., 1990). Bu tez çalışması kapsamında (4.78) ve (4.79) denklemlerinden elde edilen  $\rho_p/|\lambda|$  oranının  $c_{11} = c_{13} = 0$  ve  $c_{10} = c_{12}$  koşulları altında zamanla değişimi Şekil 5.9.'da gösterilmektedir. Şekil 5.9.'dan konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zamanlarda, başlangıçta kütleli sicimler baskınken, daha sonraki evrelerde kütesiz sicimlerin baskın olduğu görülmektedir.



Şekil 5.9.  $\frac{\rho_p}{|\lambda|}$  oranı ( $\psi = 1$ ,  $\omega = -0.5$ ,  $c_8 = c_9 = c_{10} = c_{14} = 1$  ve  $0 < t < 4.5$ )

Son durum olarak, konformal simetri varlığında, ideal akışkanlı ve sicimli Bianchi-I uzay-zamanını izotropi koşulu altında inceleyelim. Bianchi-I tipi uzay-zamanların bir diğer izotropi koşulu metrik potansiyeller arasındaki  $A(t) = B(t) = C(t)$  bağıntısı ile belirlenir (ref). (4.67)-(4.69) denklemlerindeki keyfi sabitlerin  $c_8 = c_{10} = c_{12}$  ve  $c_9 = c_{11} = c_{13}$  seçimi, metrik potansiyeller arasında verilen bağıntıyı sağlamaktadır. Bu koşul altında, (4.78) denklemleri ile verilen sicim gerilim yoğunluğu sıfır olmaktadır. Bu durum, izotropi koşulunu sağlayan konformal simetrik Bianchi-I tipi uzay-zamanlara sicim bulutunun kaynak olamayacağını gösterir. Ek olarak, izotropi koşulu altında Bianchi-I evreni günümüz evrenini en iyi şekilde tanımlayan FRW evrenine indirgenmektedir ve yapılan çalışmalar göstermektedir ki günümüz evreninde sicim gözlenmemektedir (Çağlar ve Aygün, 2015; Çağlar ve Aygün, 2016). Ayrıca izotropi koşulu altında da  $\frac{\sigma}{\theta}$  oranının limit durumları sıfırdan farklı elde edilir.  $t \rightarrow \infty$ 'da, bu oranın limit değeri yine  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sigma}{\theta} = \frac{\sqrt{2}}{3}$  şeklindedir dolayısıyla ilerleyen evrelerde izotropi korunmamaktadır.

#### 5.4. $f(R)$ Gravitasyon Teorisinde İdeal Akışkanlı Konformal Simetrik Friedmann-Robertson-Walker (FRW) Modelleri İçin Sonuç ve Öneriler

Bölüm 4.4'de ideal akışkan kaynaklı konformal simetrik FRW tipi uzay-zamanlar için  $f(R)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde alan denklemleri ve çözümleri elde edildi. Bu amaç doğrultusunda, öncelikle FRW tipi uzay-zaman geometrilerinin konformal simetrisi ve bu simetrisi doğuran vektör alanları, (4.86)-(4.89) denklemleri ile verilen şekilde

belirlenmiştir. Konformal simetrik FRW tipi uzay-zaman geometrisine kaynak olabilecek ideal akışkan dağılımının yoğunluk ve basınçları,  $f(R)$  fonksiyonuna bağlı olarak hesaplanmıştır. Kullanılabilir  $f(R)$  modelleri ile ideal akışkan dağılımı ve geometriye ilişkin özellikler tartışılabilir. Öyleyse, sık kullanılan iki farklı  $f(R)$  modeli için sonuçlarımızı geliştirelim.

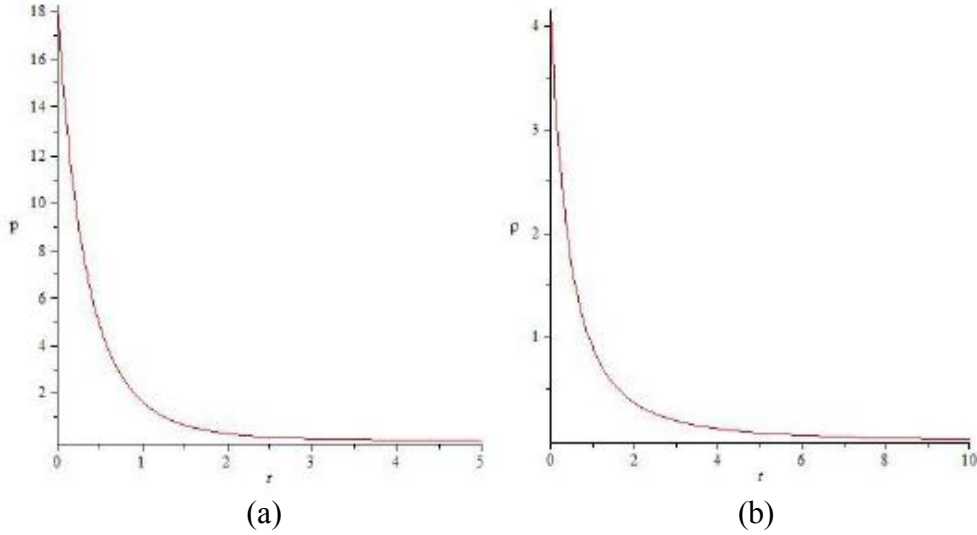
Öncelikle  $f(R) = R^n$  modelini dikkate alalım. Bu model Capozziello ve ark. (2003) ile Carloni ve ark. (2005) tarafından çalışılmıştır. Model kozmik ivmelenmeyi açıklamak için önerilmiştir. Bu model  $n \neq 2$  durumunda etki fonksiyonuna bir kozmolojik sabit eklenmedikçe de-Sitter çözümüne izin vermemektedir (Faraoni ve Nadeau, 2005).  $f(R) = R^n$  modeli çerçevesinde konformal simetrik FRW uzay-zamanında ideal akışkanın enerji yoğunluğu ve basıncı

$$\rho = \frac{2c_{16}^2 \psi^2 \left( 1 - 2n - 2n^2 + \frac{4k}{c_{16}^2 \psi^2} \right) (24k + 6c_{16}^2 \psi^2)^n}{(c_{16} \psi t + 2c_{17})^{2n+2} (\omega + 1)} \quad (5.21)$$

$$p = \frac{2c_{16}^2 \psi^2 \omega \left( 1 - 2n - 2n^2 + \frac{4k}{c_{16}^2 \psi^2} \right) (24k + 6c_{16}^2 \psi^2)^n}{(c_{16} \psi t + 2c_{17})^{2n+2} (\omega + 1)} \quad (5.22)$$

şeklinde elde edilir. (5.21) ve (5.22) denklemleri ile verilen ideal akışkanın enerji yoğunluğu ve basıncının zamanla değişimi Şekil 5.10'da gösterilmektedir.

Şekil 5.10'dan görüldüğü gibi enerji yoğunluğu ve basınç zamanla ortadan kalkmaktadır ve tüm evrelerde pozitif değerler almaktadır. Yani  $f(R) = R^n$  modeli dikkate alındığında ideal akışkanlı konformal simetrik FRW tipi uzay-zamanlar kozmik ivmelenmeye sahip bir evren modeli tanımlamaktadır. Burada  $\rho > 0$  şeklindeki fiziksel anlamlı sonuçların elde edilebilmesi için  $n$  sabiti  $-1 < n < 0.6$  aralığında kısıtlanmalıdır.



Şekil 5.10. (a) İdeal akışkanın basıncı ( $f(R) = R^n$ ,  $c_{16} = c_{17} = 1$ ,  $\psi = 1$ ,  $k = 1$ ,  $\omega = 0.1$  ve  $n = 0.1$ )

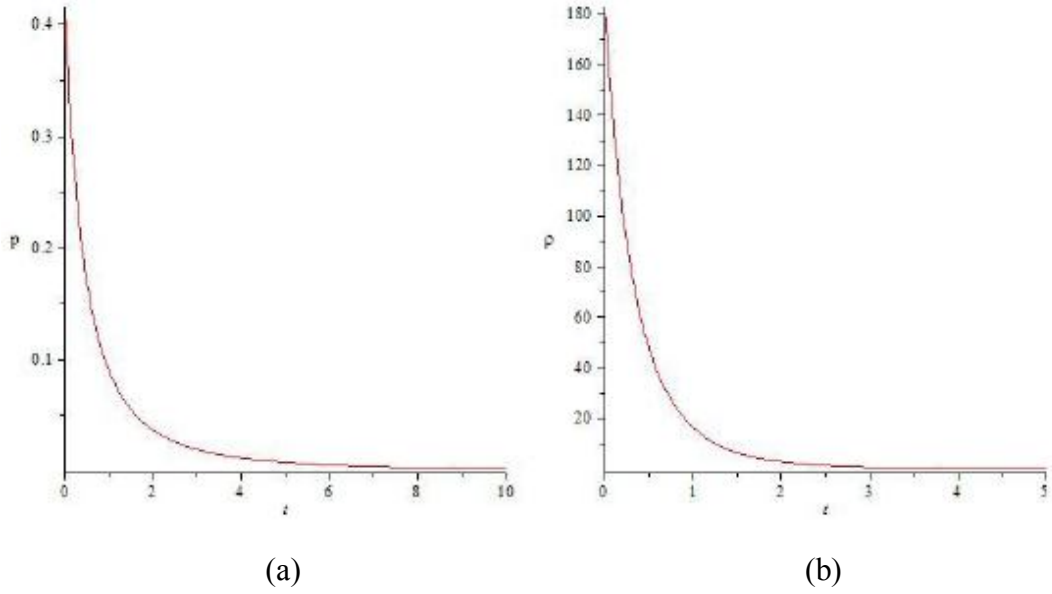
(b) İdeal akışkanın enerji yoğunluğu ( $f(R) = R^n$ ,  $c_{16} = c_{17} = 1$ ,  $\psi = 1$ ,  $k = 1$ ,  $\omega = 0.1$  ve  $n = 0.1$ )

Son olarak  $f(R) = R + \varepsilon R^2$  modelini dikkate alalım. Bu model erken dönem şişme teorisini açıklamak için önerilen ilk modellerdendir (Faraoni ve Nadeau, 2005). Herhangi bir şişme alanı tanımlamaya gereksinim duymaksızın, erken dönem şişmesi bu model ile  $f(R)$  gravitasyon teorisinde doğrudan açıklanabilmektedir (Starobinsky, 1980).  $\varepsilon$  boyutsal bir sabittir ve  $f(R)$  modeli,  $\varepsilon > 0$  olduğu durumda Minkowski uzay-zamanı ile tutarlı,  $\varepsilon < 0$  olduğu durumda ise Minkowski uzay-zamanı ile tutarsızdır.  $\varepsilon = 0$  durumu,  $f(R)$  gravitasyon teorisinin, Einstein Genel Relativitesine indirgenme limitidir (Faraoni ve Nadeau, 2005). Bu model çerçevesinde konformal simetrik FRW-tipi uzay-zaman geometrisine kaynak olabilecek ideal akışkanın enerji yoğunluğu ve basıncı

$$\rho = \frac{12(c_{16}^2\psi^2 + 4k)(16k\{c_{17}^2 + 16\varepsilon\} - 3c_{16}^2\psi^4\{t^2 + 22\varepsilon\} - 4\psi^2c_{16}^2\{3c_{16}c_{17}\psi t - kt^2 + 3c_{17}^2 + 80\varepsilon k\} + 16kc_{16}c_{17}\psi t)}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})^6(\omega + 1)} \quad (5.23)$$

$$p = \frac{12\omega(c_{16}^2\psi^2 + 4k)(16k\{c_{17}^2 + 16\varepsilon\} - 3c_{16}^2\psi^4\{t^2 + 22\varepsilon\} - 4\psi^2c_{16}^2\{3c_{16}c_{17}\psi t - kt^2 + 3c_{17}^2 + 80\varepsilon k\} + 16kc_{16}c_{17}\psi t)}{(c_{16}\psi t + 2c_{17})^6(\omega + 1)} \quad (5.24)$$

şeklinde elde edilir. Bu yoğunluk ve basıncın zamanla değişimi Şekil 5.11'de gösterilmektedir.



Şekil 5.11. (a) İdeal akışkanın basıncı ( $f(R) = R + \varepsilon R^2$ ,  $c_{16} = c_{17} = 1$ ,  $\psi = 1$ ,  $k = 1$ ,  $\omega = 1$  ve  $\varepsilon = -1$ )  
 (b) İdeal akışkanın enerji yoğunluğu ( $c_2 = 1$ ,  $c_3 = 1$ ,  $\psi = 1$ ,  $k = 1$ ,  $\omega = 1$  ve  $\varepsilon = -1$ )

$f(R) = R^n$  modeline benzer olarak, ideal akışkanın enerji yoğunluğu ve basıncı  $t \rightarrow \infty$ 'da ortadan kalkmaktadır. Konformal simetrik FRW uzay-zamanı bu durumda da kozmik ivmelenmeye sahiptir denilebilir. Diğer taraftan fiziksel anlamlı sonuçlar elde edilmesi ve enerji yoğunluğunun her yerde pozitif değer alabilmesi için, bu çözümlerde  $\varepsilon < 0$  olmalıdır. Böylece, önerilen uzay-zaman geometrisi madde varlığında Minkowski uzay-zamanına tutarlı davranmamaktadır.

## KAYNAKLAR

- Aghamohammadi A., Saaidi K., Abolhasani M. R., Vajdi A., 2010. Spherical Symmetric Solution in  $f(R)$  Model Around Charged Black Hole. *Int. J. Theor. Phys.* 49: 709.
- Agarwal S., Pandey R. K., Pradhan A., 2012. Bianchi Type-II String Cosmological Models in Normal Gauge for Lyra's Manifold with Constant Deceleration Parameter. *Ind. J. Phys.* 86:61-70.
- Agrawal P. K., Pawar D. D., 2017. Vacuum Solutions of FRW and Axially Symmetric space-time in  $f(R)$  Theory of Gravity. eprint arXiv:1703.06258.
- Aktaş C., Yılmaz İ., 2007. Magnetized quark and strange quark matter in the spherical symmetric space-time admitting conformal motion. *Gen. Rel. Gra.* 39 (6): 849-862.
- Amendola L., Polarski D., Tsujikawa S., 2007a. Power-Laws  $f(R)$  Theories are Cosmologically Unacceptable. *Int. J. Mod. Phys. D* 16: 1555.
- Amendola L., Gannouji R., Polarski D., Tsujikawa S., 2007b. Conditions for the cosmological viability of  $f(R)$  dark energy models. *Phys. Rev. D* 75: 083504.
- Amendola L., Polarski D., Tsujikawa S., 2007c. Are  $f(R)$  Dark Energy Models Cosmologically Viable?. *Phys. Rev. Lett.* 98: 131302.
- Amendola L., Tsujikawa S., 2008. Phantom crossing, equation-of-state singularities, and local gravity constraints in  $f(R)$  models. *Phys. Lett. B* 660: 125-132.
- Appleby S.A., Battye R.A., 2008. Aspects of cosmological expansion in  $F(R)$  gravity models. *JCAP* 0805: 019.
- Azadi A., Momeni D. ve Nouri-Zonoz M., 2008. Cylindrical Solutions in Metric  $f(R)$  gravity, *Phys. Lett. B* 670 (3): 210-214.
- Bali R., Pareek U.K., Pradhan A., 2007. Bianchi Type I Massive String Magnetized Barotropic Perfect Fluid Cosmological Model in General Relativity. *Chin. Phys. Lett.* 24: 2455-2458.
- Barriola M., Vilenkin A., 1989. Gravitational field of a global monopole. *Phys. Rev. Lett.* 63: 341-343.
- Barrow J. D., 1982. The Isotropy of the Universe. *Quarterly Journal of the Royal*



- Astronomical Society 23: 344.
- Barrow J. D., Ottewill A. C., 1983. The stability of general relativistic cosmological theory. *J. Phys. A: Math. Gen.* 16: 2757-2776.
- Bennett C. L., Halpern M., Hinshaw G., Jarosik N., Kogut A., Limon M., Meyer S. S., Page L., Spergel D. N., Tucker G. S., Wollack E., Wright E. L., Barnes C., Greason M. R., Hill R. S., Komatsu E., Nolte M. R., Odegard N., Peiris H. V., Verde L. ve Weiland J. L., 2003. First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations preliminary maps ve basic results. *Astrophys. J. Suppl.* 148: 1-27.
- Bergliaffa S.E.P., 2006. Constraining  $f(R)$  theories with the energy conditions. *Phys. Lett. B* 642: 311.
- Bertolami O., Sequeira M.C., 2009. Energy conditions and stability in  $f(R)$  theories of gravity with nonminimal coupling to matter. *Phys. Rev. D* 79: 104010.
- Bertolami O., Ferreira R. Z., 2012. Traversable wormholes and time machines in nonminimally coupled curvature-matter  $f(R)$  theories. *Phys. Rev. D* 85: 104050.
- Böhmer C. G., Harko T., Lobo F. S. N., 2007. Conformally symmetric traversable wormholes. *Phys. Rev. D* 76: 084014.
- Briscese F., Elizalde E., Nojiri S., Odintsov S. D., 2007. Phantom scalar dark energy as modified gravity: Understanding the origin of the Big Rip singularity. *Phys. Lett. B* 646: 105.
- Buchdahl H. A., 1970. Non-linear Lagrangians and Cosmological Theory, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 150: 1-8.
- Capozziello S., Carloni S., Troisi A., 2003. Quintessence without scalar fields. *Recent Res. Dev. Astron. Astrophys.* 1: 625.
- Capozziello S., Nojiri S., Odintsov S.D., Troisi A., 2006. Cosmological viability of  $f(R)$ -gravity as an ideal fluid and its compatibility with a matter dominated phase. *Phys. Lett. B* 639: 135.
- Capozziello S. and Francaviglia M., 2008. Extended theories of gravity and their cosmological and astrophysical applications. *Gen. Rel. Grav.* 40: 357.

- Caramês T. R. P., Mello E. R. B. D. ve Guimarães M. E. X., 2012. On the Motion of a Test Particle Around a Global Monopole in a Modified Gravity, *Mod. Phys. Lett. A* 27 (30): 1250177.
- Carloni S., Dunsby K. S., Capozziello S., Troisi A., 2005. Cosmological dynamics of  $R^n$  gravity. *Class. Quant. Grav.* 22: 4839-4868.
- Carroll, S. M., Duvvuri, V., Trodden, M., Turner, M. S., 2004. Is cosmic speed-up due to new gravitational physics?. *Phys. Rev. D* 70: 043528.
- Çağlar H., Aygün S., 2015. Bulk Viscous String Cloud with Strange Quark Matter in Self Creation Cosmology. *IOSR Journal of Mathematics* 11(6): 53-59.
- Çağlar H., Aygün S., 2016. Non-existence of Brans-Dicke theory in higher dimensional FRW universe. *Astrophys. Space Sci.* 361: 200.
- Debnath U., Banerjee A., Chakraborty S., 2004. Role of Modified Chaplygin Gas in Accelerated Universe. *Class. Quant. Grav.* 21: 5609-5618.
- Duggal K.L., Sharma R., 1986. Conformal Collineations and Anisotropic Fluids in General Relativity, *Journal of Mathematical Physics* 27: 2511-2513.
- Duggal K. L., 1992. Curvature inheritance symmetry in Riemannian spaces with applications to fluid space times. *J. Math. Phys.* 33: 2989.
- Elmardi M., Abebe A., Tekola A., 2016. Chaplygin-gas Solutions of  $f(R)$  Gravity. *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* 13 (10): 1650120.
- Faraoni V., 2006. Matter instability in modified gravity. *Phys. Rev. D* 74: 104017.
- Faraoni V., Nadeau S., 2005. Stability of modified gravity models. *Phys. Rev. D* 72: 124005.
- Felice A. ve Tsujikawa S.; 2010.  $f(R)$  theories. *Living Rev. Rel.* 13: 3.
- Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M., 1965. *The Feynman lectures on physics*, Addison-Wesley, Vol. 1, Ch.11, p.1.
- Friedmann A., 1924. Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes. *Zeitschrift für Physik A* 21(1): 326-332.
- Fuller R. W., Wheeler J. A., 1962. Causality and Multiply Connected Space-Time. *Phys.*

- Rev. 128: 919.
- Gonzalez J. A., Guzman F. S., Sarbach O., 2009. Instability of wormholes supported by a ghost scalar field: II. Nonlinear evolution. *Class. Quantum Grav.* 26: 015011.
- Hendi S. H., Panah B. E., Mousavi S. M., Some exact solutions of  $F(R)$  gravity with charged (a)dS black hole interpretation. *Gen. Relativ. Gravit.* 44: 835-853.
- Herrera J. and Leon J. P., 1985. Isotropic and anisotropic charged spheres admitting a one-parameter group of conformal motions. *J. Math. Phys.* 26: 2302.
- Hu W., Sawicki I. 2007. Models of  $f(R)$  cosmic acceleration that evade solar system tests. *Phys. Rev. D* 76: 064004.
- Huang B., Li S., Ma Y., 2010. Five-dimensional metric  $f(R)$  gravity and the accelerated universe. *Phys. Rev. D* 81: 064003.
- Kamenshchik A., Moschella U. ve Pasquier V., 2001. An alternative to quintessence. *Phys. Lett. B* 511: 265-268.
- Katzin G., Levine J., Davis W. R., 1969. Curvature Collineations : A Fundamental Symmetry Property of the Space-Times of General Relativity Defined by The Vanishing Lie Derivatives of The Riemann Curvature Tensor, *Journal of Mathematical Physics* 10: 617.
- Kibble T. W. B., 1976. Topology of cosmic domains and strings. *J. Phys. A: Math Gen.* 9: 1387.
- Kim S. W., Thorne K. S., 1991. Do vacuum fluctuations prevent the creation of closed timelike curves?. *Phys. Rev. D* 43: 3929.
- Kramer D., Stephani H., Herlt E., MacCallum M. ve Schmutzer E., 1980. Exact Solutions of Einstein's Field Equations. Cambridge Univ. Press., Cambridge.
- Krori K. D., Chaudhury T., Mahanta C. R., Mazumder A., 1990. Some exact solution in string cosmology. *Gen. Rel. Grav.* 22: 123-130.
- Kuhfittig P. K. F., 2009. A single model of traversable wormholes supported by generalized phantom energy or Chaplygin gas. *Gen. Relativ. Gravit.* 41: 1485.
- Kung J.H., 1996. Strong energy condition in  $R + R^2$  gravity. *Phys. Rev. D* 53: 3017.

- Landau L. D. ve Lifshitz E. M., 1987. The Classical Theory of Fields (4<sup>th</sup> ed.). Pergamon Pres., Oxford.
- Lemaitre G., 1933. L'Univers en expansion. Annales de la Société Scientifique de Bruxelles A 53: 51-56.
- Lemos J. P. S., Lobo F. S. N., Oliveira S. Q., 2003. Morris-Thorne wormholes with a cosmological constant. Phys. Rev. D 68: 064004.
- Letelier P. S., 1983. String cosmologies. Phys. Rev. D 28: 2414.
- Lobo F. S. N., 2005. Phantom energy traversable wormholes. Phys. Rev. D 71: 084011.
- Lobo F. S. N. ve Oliveira M. A., 2009. Wormhole Geometries in  $f(R)$  Gravity Theories of Gravity. Phys. Rev. D, 80 (10): 104012.
- Mak M. K., Harko T., 2004. Quark stars admitting a one-parameter group of conformal motions. Int. J. Mod. Phys. D 13: 149-156.
- Mazharimousavi S. B., Halilsoy M. ve Tahamtan T., 2012. Solutions for  $f(R)$  Gravity Coupled with Electromagnetic Field. Eur. Phys. Journ. C. 72: 1851.
- Morris M. S., Thorne K. S., 1988. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. Am. J. Phys. 56: 395.
- Morris M. S., Thorne K. S., Yurtsever U., 1988. Wormholes, Time Machines and the Weak Energy Condition. Phys. Rev. Lett. 61: 1446.
- Nemiroff R. J., Patla B., 2008. Adventures in Friedmann Cosmology: An Educationally Detailed Expansion of the Cosmological Friedmann Equations. Am. Journ. Phys. Rev. D 68 (12): 123512.
- Noether E., 1918. "Invariante Variationsprobleme". Nachr. D. König. Gesellsch. D. Wiss. Zu Göttingen, Math-phys. Klasse. 1918: 235–257.
- Nojiri S., Odintsov S. D., 2006a. Modified  $f(R)$  gravity consistent with realistic cosmology: From a matter dominated epoch to a dark energy universe. Phys. Rev. D 74: 086005.
- Nojiri S., Odintsov S. D., 2006b. INTRODUCTION TO MODIFIED GRAVITY AND GRAVITATIONAL ALTERNATIVE FOR DARK ENERGY. ECONF C0602061:

- Nojiri S., Odintsov S. D., 2007. Modified gravity and its reconstruction from the universe expansion history. *Journal of Physics: Conference Series* 66: 012005.
- Nojiri S., Odintsov S. D., 2008. Future evolution and finite-time singularities in  $F(R)$  gravity unifying inflation and cosmic acceleration. *Phys. Rev. D* 78: 046006.
- Perlmutter S. J., Aldering G., Goldhaber G., Knop R. A., Nugent P., Castro P. G., Deustua S., Fabbro S., Goobar A., Groom D. E., Hook I. M., Kim A. G., Kim M.Y., Lee J. C., Nunes N. J., Pain R., Pennypacker C.R., Quimby R., Lidman C., Ellis R. S., Irwin M., McMahon R. G., Ruiz-Lapuente P., Walton N., Schaefer B., Boyle B. J., Filippenko A. V., Matheson T., Fnuchter A. S., Panagia N., Newberg H. J. M., Couch W. J. ve Supernova Cosmology Project, 1999. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshif Supernovae. *Astrophys. J.*, 517: 565-586.
- Pourhassan B., 2013. Viscous Modified Cosmic Chaplygin Gas Cosmology. *Int. J. Mod. Phys. D* 22(9): 1350061.
- Pradhan A., Sing A. K., 2011. Anisotropic Bianchi Type-I String Cosmological Models in Normal Gauge for Lyra's Manifold with Constant Deceleration Parameter. *Int. J. Theor. Phys.* 50: 916-933.
- Rahaman F., Kalam M., Chakraborty S., 2009. Wormholes with varying equation of state parameter. *Acta Phys. Polon. B* 40: 25-40.
- Rahaman F., Jamil M., Sharma R., Chakraborty K., 2010. A class of solutions for anisotropic stars admitting conformal motion. *Astrophys. Space Sci.* 330: 249-256.
- Rahaman F., Ray S., Khadekar G. S., Kuhfittig P. K. F., Karar I., 2013. Noncommutative geometry inspired wormholes with conformal motion. *Int. J. Theor. Phys.* 54(2): 699-709.
- Ray S., Usmani A. A., Rahaman F., Kalam M., Chakraborty K., 2008. Electromagnetic mass model admitting conformal motion. *Indian j. Phys.* 82: 1191.
- Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P., Clochehiatti A., Diercks A., Garnavich P. M., Gilliland R. L., Hogan C. J., Jha S., Kirshner R. P., Leibundgut B., Phillips M. M., Reiss D., Schmidt B. P., Schommer R. A., Smith R. C., Spyromilio J., Stubbs C.,

- Suntzeff N. B. ve Tonry J., 1998. Observational evidence from Supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.* 116: 1009-1038.
- Robertson H. P., 1935. Kinematics and world-structure. *Astrophys. J.* 82: 284.
- Santos J., Alcaniz J.S., Reboucas M.J., Carvalho F.C., 2007. Energy conditions in  $f(R)$  gravity. *Phys. Rev. D* 76: 083513.
- Santos J., Santos C. S., 2012. Platini approach to modified  $f(R)$  gravity and its bi-metric structure. *AIP Conf. Proc.* 1471: 111.
- Sefiedgar A. S., Haghani Z., Sepangi H. R., 2012. Brane- $f(R)$  gravity and dark matter. *Phys. Rev. D.* 85: 064012.
- Sharif M., Kausar H. R., 2011. Effects of  $f(R)$  Model on the Dynamical Instability of Expansionfree Gravitational Collapse. *JCAP* 07: 022.
- Sharif H., Shamir M. F., 2009. Exact Solutions of Bianchi I and V Spacetimes in  $f(R)$  Theory of Gravity, *Class. Quantum Grav.* 26: 235020.
- Sharif H. ve Shamir M. F., 2010. Non-vacuum Bianchi Types I and V in  $f(R)$  Gravity, *Gen. Rel. Grav.* 42 (11): 2643-2655.
- Shojai A., Shojai F., 2012. Some static spherically symmetric interior solutions of  $f(R)$  gravity. *Gen. Rel. Grav.* 44(1): 211-223.
- Sokolowski L. M., 2007. Metric gravity theories and cosmology. I. Physical interpretation and viability. *Class. Quantum Grav.* 24: 3391.
- Sotiriou T. P., Liberati S., Faraoni V., 2008. Theory of Gravitation Theories: a No-Progress Report. *Int. J. Mod. Phys. D* 17: 399.
- Sotiriou T. P. and Faraoni V., 2010.  $f(R)$  theories of gravity. *Rev. Mod. Phys.* 82: 451.
- Starobinsky A. A., 1980. A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Phys. Lett. B* 91(1): 99-102.
- Sushkov S. V., 2005. Wormholes supported by a phantom energy. *Phys. Rev. D* 71: 043520.
- Taşer D., Ulu Doğru M., 2016a, Conformal and traversable wormholes with monopole and perfect fluid in  $f(R)$  gravity. *Int. J. Mod. Phys. D* 25: 1650017.

- Taşer D., Ulu Doğru M., 2016b, Spherically symmetric electromagnetic field and Chaplygin gas with conformal motion in  $f(R)$  gravity. AIP Conference Proceedings 1722: 100005.
- Taşer D., Ulu Doğru M., 2016c. Fredmann-Robertson-Walker Universe Admitting Conformal Symmetry in  $f(R)$  gravity. Turkish Physical Society 32nd International Physics Congress, Bodrum. 249.
- Taşer D., Ulu Doğru M., 2017, Conformal symmetric Bianchi type-I cosmological models in  $f(R)$  gravity. SCI kapsamında süreli bir yayında inceleme altında.
- Tegmark M., Strauss M. A., Blanton M. R., Abazajian K., Dodelson S., Sandvik H.; Wang X., Weinberg D. H., Zehavi I., Bahcall N. A., Hoyle F., Schlegel D., Scoccimarro R., Vogele M. S., Berlind A., Budavari T., Connolly A., Eisenstein D. J., Finkbeiner D., Frieman J. A., Gunn J. E., Hui L., Jain B., Johnston D., Kent S., Lin H., Nakajima R., Nichol R. C., Ostriker J. P., Pope A., Scranton R., Seljak U., Sheth R. K., Stebbins A., Szalay A. S., Szapudi I., Xu Y., Annis J., Brinkmann J., Burles S., Castander F. J., Csabai I., Loveday J., Doi M., Fukugita M., Gillespie B., Hennessy G., Hogg D. W., Ivezić Ž., Knapp G. R., Lamb D. Q., Lee B. C., Lupton R., H. McKay T. A., Kunszt P., Munn J. A., O'Connell L., Peoples J., Pier J. R., Richmond M., Rockosi C., Schneider D. P., Stoughton C., Tucker D. L., vanden Berk D. E., Yanny B., York D. G., 2004. Cosmological parameters from SDSS and WMAP. Phys. Rev. D, 69: 103501.
- Ulu Doğru M., Taşer D., 2015. Global monopole in  $f(R)$  gravity, Mod. Phys. Lett. A 30 (40): 1550217.
- Vilenkin A. ve Shellard E.P.S., 1994. Cosmic Strings and Other Topological Defects. Cambridge University Press, Cambridge.
- Wagh S. M., Saraykar R. V., Muktibodh P. S., 2001. Conformal Killing Vectors in Spherically Symmetric, Inhomogeneous, Shear-free, Separable Metric Spacetimes. eprint arXiv:gr-qc/0112033.
- Walker A. G., 1937. On Milne's theory of world-structure. Proceedings of the London Mathematical Society 42 (1): 90-127.
- Wetterich C., 1988. Cosmology and the fate of dilatation symmetry. Nucl. Phys. B 302

(1988) 668

- Yadav A. K., 2012. Bianchi-V string cosmological model and late time acceleration. *Research in Astron. Astrophys.* 12: 1467 – 1474.
- Yadav A. K., 2012. Bianchi-V string cosmology with power law expansion in  $f(R,T)$  Gravity. *Eur. Phys. J. Plus* 129: 194.
- Yavuz İ., Yılmaz İ., Baysal H., 2005. Strange Quark Matter Attached to the String Cloud in the Spherical Symmetric Space-Time Admitting Conformal Motion. *Int. J. Mod. Phys. D* 14: 1365.
- Yılmaz İ., Aygün M., Aygün S., 2005. Topological defect solutions in the spherically symmetric space-time admitting conformal motion. *Gen. Rel. Gra.* 37(12): 2093-2104.
- Zi H., Shi M., Meng X., Zhang L., 2014. A new global 1-form in Lyra geometric cosmos model. *Inter. J. of Theor. Phys.* 53(11): 4002-4011.



## ÖZGEÇMİŞ

### KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Doğukan TAŞER

Dođum Yeri : Eminönü

Dođum Tarihi : 30/05/1988

### EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fizik Bölümü

Yüksek Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Bölümü

Bildiđi Yabancı Diller : İngilizce

### BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Yayınlar -SCI -Diğer

- M. Ulu Doğru, **D. Taşer**, H. Çağlar, N. Varlıklı, D. Baykal and G. Kıy “Energy Momentum Localization of Five Dimensional Kasner-Type Space-Time”, *Bal. Phys. Let.*, 20, 201021 (2012).
- M. Ulu Doğru, G. Kıy , **D. Taşer**, H. Çağlar, N. Varlıklı and D. Baykal “ Total Energy and Momentum Five Dimensional Kaluza-Klein Space-Time”, *Bal. Phys. Let.*, 20 , 201030 (2012).
- M. Ulu Doğru, N. Varlıklı, D. Baykal, G. Kıy, **D. Taşer**, H. Çağlar and E. Gündüz, 2011,”Energy Momentum of Higher Dimensional Black Holes”, *Int. J. Theor. Phys.*, 51 , 1545-1554 (2011)-(SCI).
- M. Ulu Doğru, D. Baykal, G. Kıy, **D. Taşer**, H. Çağlar and N. Varlıklı, “Energy-Momentum Distributions of Five-Dimensional Homogeneous-Anisotropic Universe”, *Int. Jour. Of Mod. Phy. D*, 21, 10 (2012).

- S. Aygün, H. Çağlar, **D. Taşer** and C. Aktaş, “Quark and strange quark matter solutions for higher dimensional FRW universe in Lyra geometry”, *Eur. Phys. J. Plus* 130: 12 (2015).
  - M. Ulu Doğru and **D. Taşer**, “Global Monopoles in  $f(R)$  Gravity”, *Mod. Phys. Lett. A* 30, 1550217 (2015).
  - **D. Taşer** and M. Ulu Doğru, “Spherically Symmetric Electromagnetic Field and Chaplygin Gas with Conformal Motion in  $f(R)$  Gravity”, *AIP Conf.Proc.* 1722 100005 (2016).
  - **D. Taşer** and M. Ulu Doğru, “Conformal and Traversable Wormholes with Monopole and Perfect Fluid in  $f(R)$  Gravity”, *Int. J. Mod. Phys. D* 25, 1650017 (2016).
- b) Bildiriler -Uluslararası -Ulusal
- “ $f(R)$  Gravitasyon Teorisi ve Statik Gödel Evreninde Vakum Uygulamaları”, **D. Taşer**, M. Ulu Doğru, Genç Fizikçiler Kongresi, Ege Üniversitesi 2012.
  - “The Spherically Symmetric Universe with Monopole and Electric Field in the Framework of  $f(R)$  Gravity”, **D. Taşer**, M. Ulu Doğru, Turkish Physical Society 30th International Physics Congress, İstanbul University, İstanbul-TURKEY, 2-5 September 2013.
  - “Plane Symmetric String Cosmologies in  $f(R)$  Gravity”, **D. Taşer**, M. Ulu Doğru, Turkish Physical Society 31th International Physics Congress, Bodrum -TURKEY, 21-24 July 2014.
  - “Friedmann-Robertson-Walker Universe Admitting Conformal Symmetry in  $f(R)$  Gravity”, **D. Taşer**, M. Ulu Doğru, Turkish Physical Society 32th International Physics Congress, Bodrum-TURKEY, 6-9 September 2016.

c) Katıldığı Projeler

## **İŞ DENEYİMİ**

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl : ---

## **İLETİŞİM**

E-posta Adresi : dogukantaser@gmail.com

