



**T.C.**

**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**$f(R, \Phi, X)$  TEORİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ERKAN ERASLAN**

**Tez Danışmanı**

**DOÇ. DR. MELİS ULU DOĞRU**

**ÇANAKKALE – 2023**





T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

**$f(\mathbf{R}, \Phi, \mathbf{X})$  TEORİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ERKAN ERASLAN

Tez Danışmanı

DOÇ. DR. MELİS ULU DOĞRU

Bu çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri  
Koordinasyon Birimi kurumu tarafından desteklenmiştir.

Proje No: 4201

ÇANAKKALE – 2023

## ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Erkan ERASLAN

23/06/2023

## TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleŐtirilmesinde, çalıŐmam boyunca benden bir an olsun yardımlarımı esirgemeyen saygı değer danışman hocam Doç. Dr. Melis ULU DOğRU, alıŐma sÜresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen değerli EŐim ve Kedilerime, hayatımın her evresinde bana destek olan değerli Anneme sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.”

Erkan ERASLAN  
anakkale, Haziran 2023



## ÖZET

### $f(R, \Phi, X)$ TEORİ

Erkan ERASLAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

23/06/2023, 70

Bu çalışmada, alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan  $f(R, \Phi, X)$  Teori hakkında genel bilgi verilmiştir.  $f(R, \Phi, X)$  Teori kapsamında sırasıyla, Schwarzschild tipi karadelik modeli, konformal küresel simetrik uzay-zamanda akışkan dağılımları, statik olmayan Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) evreninde lineer bir  $f(R, \Phi, X)$  modeli için akışkan dağılımları, kurtelikleri ve  $f(R, \Phi, X)$  Teorinin enerji koşulları incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar ve literatür bilgileri karşılaştırılarak  $f(R, \Phi, X)$  Teorinin tutarlılığı ve geçerliliği tartışılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:**  $f(R, \Phi, X)$  Teori, Schwarzschild Uzay-zamanı, Konformal Küresel Simetrik Uzay-zaman, Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) Uzay-zamanı, Kurtelikleri, İdeal Akışkan, Enerji Koşulları

## ABSTRACT

### $f(R, \Phi, X)$ THEORY

Erkan ERASLAN

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Master of Science Thesis in Physics Science

Advisor: Assoc. Prof. Melis ULU DOĞRU

23/06/2023, 70

In this study, general information about  $f(R, \Phi, X)$  Theory, which is one of the alternative gravitation theories, is given. Within the scope of  $f(R, \Phi, X)$  Theory, Schwarzschild type blackhole model, fluid distributions in conformal spherically symmetric space-time, fluid distributions in non-static Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) universe with linear  $f(R, \Phi, X)$  model, wormholes and energy conditions of  $f(R, \Phi, X)$  theory are investigated. By comparing the results and literature information, consistency and validity of  $f(R, \Phi, X)$  theory were discussed.

**Keywords:**  $f(R, \Phi, X)$  Theory, Schwarzschild Space-time, Conformal Spherically Symmetrical Space-time, Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) Space-time, Wormholes, Perfect Fluid, Energy Conditions

# İÇİNDEKİLER

Sayfa No

JÜRİ ONAY SAYFASI.....	i
ETİK BEYAN.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET .....	iv
ABSTRACT .....	v
İÇİNDEKİLER .....	vi
SİMGELER ve KISALTMALAR.....	viii
TABLolar DİZİNİ.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	x

## BİRİNCİ BÖLÜM

### GİRİŞ

1

1. Giriş .....	1
----------------	---

## İKİNCİ BÖLÜM

### ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

6

2. Önceki Çalışmalar .....	6
----------------------------	---

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### MATERYAL YÖNTEM

10

3. Materyal Yöntem .....	10
--------------------------	----

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### ARAŞTIRMA BULGULARI

14

4.1. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Schwarzschild Tipi Karadelikler .....	14
--	----

4.2. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Konformal Küresel Simetrik Akışkan Dağılımı .....	16
--	----



4.3.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Statik Olmayan Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) Evreni .....	18
4.4.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri .....	21
4.5.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Enerji Koşulları .....	23
BEŞİNCİ BÖLÜM		30
SONUÇ ve ÖNERİLER		
5.1.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Schwarzschild Tipi Karadelikler ile İlgili Sonuç ve Öneriler	30
5.2.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Konformal Küresel Simetrik Akışkan Dağılımı ile İlgili Sonuç ve Öneriler .....	31
5.3.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Statik Olmayan Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) Evreni ile İlgili Sonuç ve Öneriler .....	33
5.4.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri ile İlgili Sonuç ve Öneriler .....	36
5.5.	$f(R, \Phi, X)$ Teoride Enerji Koşulları ile İlgili Sonuç ve Öneriler .....	43
KAYNAKÇA .....		51
ÖZGEÇMİŞ .....		I

## SİMGELER VE KISALTMALAR

GR	Genel Relativite
$g_{ik}$	Metrik tensör
$g$	Metrik tensörün determinanı
FRLW	Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker uzay-zamanı
$a(t)$	FLRW Uzay-zaman ölçek faktörü
$\partial$	Kısmi türev
$L$	Lagrangian yoğunluğu
$R$	Ricci skaleri
$R_{ik}$	Ricci tensörü
$G_{ik}$	Einstein tensörü
$\Lambda$	Kozmolojik sabit
$T_{ik}^{(e)}$	Eğrilik enerji-momentum tensörü
$T_{ik}^{(m)}$	Maddenin enerji-momentum tensörü
$T_{ik}^{(eff)}$	Etkin enerji-momentum tensörü
$\nabla_i$	Kovaryant türev
$\nabla$	Nabla operatörü
$\nabla^2$	Laplasyen operatörü
$\square$	d'Alambertian operatörü
$u^i$	4-lü hız
$x^\alpha$	Koordinatlar
$\dot{a}$	Herhangi bir $a$ fonksiyonunun $t$ 'ye göre türevi
$a'$	Herhangi bir $a$ fonksiyonunun $r$ 'ye göre türevi
$\Lambda - CDM$	Soğuk karanlık madde modeli
$C_i$	Keyfi sabitler ( $i = 1,2,3, \dots$ )
$\Phi$	Skaler potansiyel
$X$	Skaler potansiyelin kinetik terimi
NEC	Sıfır enerji koşulu
WEC	Zayıf enerji koşulu
DEC	Dominant enerji koşulu
SEC	Güçlü enerji koşulu

## TABLULAR DİZİNİ

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
Tablo 1	<i>Akışkan Yoğunluğunun <math>U</math> ve <math>w</math> Parametrelerinin Farklı Değerleri İçin Radyal Koordinata Göre Değişimi</i>	32



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1	Enerji Yoğunluğu ( $U = 0, w = 1, C_6 = 1, C_7 = 1$ )	32
Şekil 2	Enerji Yoğunluğu ( $U = 1, w = -\frac{1}{3}, C_6 = 1, C_7 = 1$ )	32
Şekil 3	Enerji Yoğunluğu ( $U = 1, w = 1, C_6 = 1, C_7 = 1$ )	32
Şekil 4	Enerji Yoğunluğu ( $U = -1, w = -\frac{1}{3}, C_6 = 1, C_7 = 1$ )	32
Şekil 5	Enerji Yoğunluğu ( $U = -1, w = 1, C_6 = 1, C_7 = 1$ )	32
Şekil 6	Erken Evrende Elde Edilen Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $k = C_{11} = 0, \varepsilon = \alpha = C_8 = C_9 = C_{10} = 1, \beta = -1, w = -\frac{1}{3}$ )	34
Şekil 7	Erken Evrende Elde Edilen Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $k = -1, \varepsilon = \alpha = C_8 = C_9 = C_{10} = 1, C_{11} = 0, \beta = -1, w = -\frac{1}{3}$ )	34
Şekil 8	Erken Evrende Elde Edilen Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $k = 1, \varepsilon = \alpha = C_8 = C_9 = C_{10} = 1, C_{11} = 0, \beta = -1, w = -\frac{1}{3}$ )	35
Şekil 9	Evren Son Dönem Genişlemesinde Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $\varepsilon = \alpha = C_8 = C_{10} = 1, C_9 = C_{12} = 0, \beta = -1, w = -\frac{1}{3}, H_0 = 1$ )	36
Şekil 10	$b(r) = r_0$ Durumundaki Sıfır Yoğunluklu Kurtdelikleri ( $C_{13} = 1$ )	37
Şekil 11	$b(r) = r_0$ Durumundaki Sıfır Yoğunluklu Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu ( $C_{13} = 1, w = -\frac{1}{3}$ )	38
Şekil 12	$b(r) = r_0$ Durumundaki Sıfır Yoğunluklu Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu ( $C_{13} = 1, w = \frac{1}{3}$ )	38
Şekil 13	$b(r) = 2m$ Durumundaki Visser-Kar-Dadhich Kurtdelikleri, ( $C_{13} = 1$ )	39
Şekil 14	$b(r) = 2m$ Durumundaki Visser-Kar-Dadhich Kurtdeliklerinin (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $C_{13} = 1, w = -\frac{1}{3}$ )	40

<b>Şekil 15</b>	$b(r) = 2m$ Durumundaki Visser-Kar-Dadhich Kurtdeliklerinin (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $C_{13} = 1, w = \frac{1}{3}$ )	40
<b>Şekil 16</b>	$b(r) = r^n$ Durumunda Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri, ( $C_{13} = 1, n = \frac{1}{2}$ )	41
<b>Şekil 17</b>	$b(r) = r^n$ Durumunda Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri, ( $C_{13} = 1, n = 2$ )	41
<b>Şekil 18</b>	$b(r) = r^n$ Durumundaki Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $w = -\frac{1}{3}, n = \frac{1}{2}$ )	42
<b>Şekil 19</b>	$b(r) = r^n$ Durumundaki Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $w = \frac{1}{3}, n = 2$ )	43
<b>Şekil 20</b>	Enerji Koşulunda NEC ( $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 10$	44
<b>Şekil 21</b>	Enerji Koşulunda WEC ( $\rho_{eff} \geq 0$ ve $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 10$	44
<b>Şekil 22</b>	Enerji Koşulunda DEC ( $\rho_{eff} \geq 0$ ve $\rho_{eff} \pm p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 10$	45
<b>Şekil 23</b>	Enerji Koşulunda SEC ( $\rho_{eff} + 3p_{eff} \geq 0$ ve $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 10$	45
<b>Şekil 24</b>	Enerji Koşulunda NEC ( $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 1$	47
<b>Şekil 25</b>	Enerji Koşulunda WEC ( $\rho_{eff} \geq 0$ ve $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 1$	47
<b>Şekil 26</b>	Enerji Koşulunda DEC ( $\rho_{eff} \geq 0$ ve $\rho_{eff} \pm p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 1$	48
<b>Şekil 27</b>	Enerji Koşulunda SEC ( $\rho_{eff} + 3p_{eff} \geq 0$ ve $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ), $0 \leq t \leq 1$	48
<b>Şekil 28</b>	Radyasyon, Madde ve Karanlık Enerji Baskın Dönemlerinde Enerji Yoğunluğu	50

## BİRİNCİ BÖLÜM

### GİRİŞ

İnsanlar tarihleri boyunca evreni anlamaya ve açıklamaya çalışmışlardır. Antik dönemde evreni görebildikleri coğrafya kadar olduğunu düşünmüşlerdir. Bilinen en eski harita olan Babil Dünya Haritası'na göre, evreni bir okyanus ve Dünya'yı da bu okyanusta yüzen bir tabak olarak tasvir etmişlerdir. Haritanın merkezinde Babil ülkesinin bulunduğu Fırat ve Dicle nehirleri geçmektedir (Horowitz, 1988). Evreni gözlem ve rasyonel düşünmeye dayalı olarak, mitoloji kullanmadan tasarlayarak ifade eden ilk kişi Anaksimandros'dur (Wolpert, 2002). Akılcı çıkarımlara ve simetriye önem veren bir düşündürdür. Evreni dairesel bir sistem kullanarak açıklamaya çalışmıştır. En dışta Güneş dairesi sonra içe doğru Ay dairesi ve en içte yıldızlar dairesi bulunan bir evren tasvir etmiştir. Yeryüzünü şekil bakımından silindir biçimde düşünmüş ve havada asılı bir şekilde evrenin merkezinde olduğu sistem tasarlamıştır (Wolpert, 2002).

Aristoteles'e göre küre en mükemmel biçimdir. Bu sebeple evreni küresel bir biçimde düşünmüştür. Yer evrenin merkezinde bulunur ve evren sonludur. Evren iç içe geçmiş kürelerden oluşmaktadır. En içte Yer küresi, sonrasında Ay küresi, sırasıyla Merkür, Venüs, Güneş, Mars, Jüpiter, Satürn ve en dışta ise yıldızlar küresi bulunmaktadır. Aristoteles, evreni Ay altı ve Ay üstü olarak ikiye ayırmıştır. Ay üstü kısmında hiçbir şey değişmez, herşey düzenlidir. Tüm gök cisimleri onları tutan kürelere sabitlenmiştir ve küreler arasında geçiş yoktur. Buna karşılık Ay altı evren her türlü değişimin ve düzensizliğin olduğu kısımdır.

Aristarkus, yıldızlar ve Güneş'in hareketsiz olduğunu, Yer'in Güneş'in çevresinde dolandığını söyleyerek Güneş merkezli teoriyi ortaya atan ilk kişidir (Wolpert, 2002). Güneş, yıldızlar küresinin merkezinde bulunur ve diğer tüm gezegenler (Yer de dahil) Güneş'in etrafında dairesel bir yörüngede dolanırlar.

Batlamyus, Yer'in durağan olduğu savını kanıtlamaya çalışmış, ardından Yer'in evrenin merkezinde olduğu geometrik bir model önermiştir (Wolpert, 2002). Bu modele göre evren küreseldir ve Yer bu evrenin merkezinde yer alır. Diğer tüm cisimler Yer'in etrafında düzgün hızlarla, dairesel hareket yaparlar. Sabit yıldızlar küresi evrenin sonudur. Gezegenlerin geriye doğru hareketini açıklamak için de çember merkezli düzenek adını verdiği bir başka hareket sistemini önerir (Wolpert, 2002).

Uzun bir süre Aristoteles evreni kabul gördükten sonra, Kopernik, Aristarkus'un Güneş merkezli evren modelini geliştirerek tekrar gündeme getirmiştir (Hawking, 2009). Evren ve Yer küreseldir. Gök kürelerin hareketi dairesel, düzenli ve sonsuzdur. Bütün gök cisimleri Güneş'in etrafında dolanırlar. Kopernik bu teoriyi her ne kadar sağduyuya dayalı ve gözlemlere dayanmayan bir biçimde açıklasa da, teori büyük bir devrim yaratmıştır.

Brahe, Kopernik'in önerdiği Güneş merkezli evren modeline karşı çıkmıştır (Hawking, 2009). Bu model hem Aristoteles fiziğine uymamakta hem de inancıyla bağdaşmamaktadır (Hawking, 2009). Brahe, Kopernik'in modelinin yanlış olduğunu göstermek için uzun gökyüzü gözlemleri yapmıştır. Bir süpernova patlaması gözlemiştir. Aristoteles'e göre Ay üstü evrende hiçbir şey değişmemeliydi. Brahe ayrıca bir de kuyruklu yıldız gözlemiştir. Bu kuyruklu yıldızın yörüngesini hesapladığında, gezegenlerin yörüngesine çapraz olarak ilerlediğini görmüştür. Aristoteles'e göre gezegenler saydam kürelere sabittir ve herhangi bir geçişe izin verilmemektedir. Brahe bu bulgularıyla Aristoteles fiziğine ve evren modeline büyük darbeler vurmuştur (Hawking, 2009).

Kepler gezegenlerin hareketini üç kanun ile açıklamıştır (Özemre, 1982):

- i. Gezegenel hareketler bir çember şeklinde değil, bir elips şeklindedir ve Güneş yörüngenin merkezinde değil, odak noktalarından birindedir.
- ii. Yörüngede dolanan bir gezegenin ne hızı ne de açısal hızı sabittir, sabit olan alansal hızdır.
- iii. Bir gezegenin yörüngesel periyodunun karesi, gezegenin Güneş'e olan en küçük ve en büyük uzaklıklarının ortalamasının küpü ile orantılıdır.

Aynı dönemde Galileo kinematikle alakalı ünlü Pisa kulesi deneyleri ile Aristoteles fiziğini derinden sarsmıştır (Hawking, 2009). Bir teleskop geliştirmiş ve Güneş sistemindeki diğer gezegenlerin hareketlerinin Aristoteles evren modeline uymadığını göstermiştir. Düşen cisim ve salınım deneyleri ile kinematik kanunların temelini hazırlayarak, Newton'a dinamik kanunlarının kapılarını açmıştır (Özemre, 1982).

Kepler kanunlarının birinci ve ikincisinden yörüngesi Güneş'i odaklarından biri olarak kabul eden bir elips olan herhangi bir gezegenin, ivmesinin Güneş'e olan uzaklığının karesiyle ters orantılı olduğunu  $\mathbf{a} = -\frac{h^2}{p} \frac{1}{r^2} \mathbf{e}_r$  olarak göstermek mümkündür (Özemre, 1982). Burada  $\mathbf{a}$  ivme,  $\frac{h^2}{p}$  çiftlenim sabiti,  $r$  Güneş'e olan uzaklık,  $\mathbf{e}_r$  birim vektördür. Kepler'in üçüncü kanunu göz önüne alınarak  $\frac{h^2}{p}$  oranı her gezegen için aynı olmaktadır. Bunu

bir sabit olarak alırsak gezegenin ivmesini dinamik bir bakış açısıyla değerlendirerek bir gezegenin üzerine etkiyen kuvveti  $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r$  olarak buluruz. Burada  $\mathbf{F}$  yerçekim kuvveti,  $G$  evrensel çekim sabiti,  $M$  Güneş'in kütlesi,  $m$  gezegenin kütlesi,  $r$  Güneş ile gezegen arasındaki uzaklık,  $\mathbf{e}_r$  birim vektördür. Kısacası Kepler kanunları ivme alanı tanımına denktir. Bu ivme alanını dinamik görüş açısıyla kuvvet alanı olarak yorumlamak da mümkündür (Özemre, 1982). Kuvvet alanının bir çekim alanı olduğunu ve hem Güneş'in hem de gezegenin kütlesi bakımından simetrik bir görünümde olmasından dolayı; sanki Güneş'in gezegene uyguladığı çekim kuvvetini, gezegenin de Güneş'e uyguluyormuş gibi yorumlanabilmesi mümkün olmaktadır. Bu durumun tüm evrende geçerli olması gerektiğini ilk ortaya atan Newton olmuştur (Özemre, 1982). Newton, evrendeki her cismin kütlesiyle doğru ve aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı bir gravitasyon kuvveti olduğu temel varsayımını ortaya atmıştır.

Gravitasyonun temel problemi belirli bir  $\rho(r)$  kütle dağılımı için  $g(r)$  alan şiddetinin belirlenmesidir (Özemre, 1982). Bunun için  $-\nabla g(r) = \nabla^2 \Phi(r) = 4\pi G\rho(r)$  Poisson denkleminde  $\Phi(r)$  gravitasyon potansiyelini tayin ederek  $g(r)$  alan şiddetini hesaplamak gerekir. Bu çözüm  $\rho(r) \neq 0$  olduğu durum için cismin içindeki gravitasyon potansiyelini ve  $\rho(r) = 0$  olduğu durum için ise kendi dışında yarattığı gravitasyon potansiyelini verecektir (Özemre, 1982). Klasik gravitasyon teorisi, Dünya üzerindeki hareketlerin incelenmesinde gezegenlerin ve diğer gök cisimlerinin yörüngelerinin belirlenmesinde çok başarılı olmuştur. Hatta, önce Neptün gezegeni daha sonra Plüton cüce gezegeni, sadece hesaplamalar yardımıyla keşfedilmiştir. Klasik gravitasyon teorisinin bu başarılarına rağmen açıklayamadığı bazı durumlar da ortaya çıkmıştır. Bunlardan başlıcaları;

- i. Özellikle Güneş'e yakın gezegenlerde bariz görünen perihel noktası ilerlemesi,
- ii. Gök cisimlerinin yanından geçen ışığın yörüngesinin doğrudan sapması,
- iii. Işığın bir gravitasyonel alandan geçerken frekansının azalması olarak sayılabilir (Özemre, 1982).

Einstein, önce 1905'te Özel Relativite ve sonra 1915'te Genel Relativite Teorilerini yayınlayarak yepyeni bir evren modeli yaratmıştır. Genel Relativite Teorisinin alan denklemleri Einstein-Hilbert eylemi  $S = \frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g} R d^4x + S_m$  ile hesaplanmaktadır (Einstein, 1915). Burada, ilk kısımda geometrik etkiyi ve ikinci kısımda maddesel etkiyi temsil eden integraller hesaplanmaktadır.  $R$  Ricci skaleridir ve uzayın eğriliğinden türetilir,



$g$  uzay-zaman metrik potansiyelinin determinanı ve  $S_m$  maddenin etki integralidir.  $\frac{1}{16\pi G}$  çiftlenim sabitidir. Alan denklemi:  $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = 16\pi GT_{\mu\nu}$  olarak bulunur. Burada  $R_{\mu\nu}$  Ricci eğrilik tensörü,  $g_{\mu\nu}$  metrik tensör,  $\Lambda$  kozmolojik terim,  $T_{\mu\nu}$  enerji-momentum tensörüdür.

Einstein Genel Relativite Teorisinin de açıklayamadığı bazı durumlar ortaya çıkmıştır. Bunlardan başlıcaları;

- i. Einstein'ın alan denklemlerine keyfi bir müdahalede bulunarak elle kozmolojik bir terim eklemesi,
- ii. Evrenin farklı evreleri (yani erken evren simetri kırılmaları ve evrenin çeşitli madde baskın dönemleri) için tek bir teori ile önermemekte oluşu,
- iii. Evrenin erken dönem şişmesini (inflation) ve geç dönem ivmelenerek genişlemesini aynı anda açıklayamaması olarak sıralanabilir (Özemre, 1982;Asmodelle, 2017).

Genel Relativitede bu eksikliklerinin tartışma konusu olmasından sonra birçok alternatif teori arayışı olmuştur. Teoriler ile birlikte gözlemsel testlerde büyük ölçüde gelişmiştir. Daha yeni teorilerin büyük çoğunluğu şişme, karanlık madde ve karanlık enerji gibi yapılarla ilişkilendirilmiştir. Kozmolojinin gözlemsel sonuçlarını açıklamak için son zamanlarda klasik düzeyde birçok farklı yaklaşım önerilmiştir. Bununla birlikte tatmin edici bir sonuç henüz bulunamamıştır.

Birçok alternatif gravitasyon teorisi bulunmaktadır. Bunlardan başlıca güncel teoriler olarak  $f(R)$  teori,  $f(R, \Phi)$  teori, k-essence teori ve  $f(R, \Phi, X)$  teori sayılabilir.  $f(R)$  teori, alan denklemlerine Ricci skaleri yerine  $R$ 'nin kütleçekimi hareketine bağlı bir  $f$  fonksiyonu dahil edilerek Buchdahl (1970) tarafından oluşturulmuştur.  $f(R, \Phi)$  teori, Hwang (1990) tarafından ortaya atılmıştır. Burada  $\Phi$  maddenin potansiyel enerjisinden kaynaklı bir skaler alanı temsil etmektedir. k-essence teoriyi ilk olarak Chiba ve ark. (2000) ortaya atmıştır. Bu teoriyle evrenin şişme dinamikleri negatif basınçla açıklanmaya çalışılmıştır.  $f(R, \Phi, X)$  teori, Hwang ve Hoh (2002) tarafından ortaya atılmıştır. Skaler-tensör bir teoridir. Sırasıyla,  $R$  Ricci skalerini,  $\Phi$  skaler potansiyeli ve  $X$  kinetik terimi ifade etmektedir (Bahamonde ve ark., 2015). Bu teori  $f(R)$  teori, k-essence teori gibi bilinen karanlık enerji ve değiştirilmiş gravitasyon teorilerini içerir. Bu yüzden özellikle geç zaman genişlemesini ve  $\Lambda - CDM$  evrimini incelemede başarı potansiyeli yüksek bir teoridir.  $f(R, \Phi, X)$  Teori hem Einstein çerçevesindeki hemde Jordan çerçevesindeki modelleri destekleyebilmektedir. Fakat hibrit

bir teori olmasından dolayı elde edilen diferansiyel denklem sistemlerini çözmesi nisbeten daha zor olabilmektedir.

Bu tez çalışmasında statik ve statik olmayan küresel simetrik uzay-zamanlarda ideal akışkan dağılımı incelenmiştir. İkinci bölümde,  $f(R, \Phi, X)$  Teoride daha önce yapılmış çalışmalardan bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde, etki fonksiyonları, alan denklemleri, statik ve statik olmayan uzay-zamanlar verilmiştir. Dördüncü bölümde,  $f(R, \Phi, X)$  Teori kapsamında sırasıyla, Schwarzschild tipi karadelik modeli, konformal küresel simetrik uzay-zamanda akışkan dağılımları, statik olmayan Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) evreninde lineer bir  $f(R, \Phi, X)$  modeli için akışkan dağılımları, kurt delikleri ve  $f(R, \Phi, X)$  Teorinin enerji koşulları incelenmiştir. Beşinci bölümde, elde edilen sonuçlar ve literatür bilgileri karşılaştırılarak  $f(R, \Phi, X)$  Teorinin tutarlılığı ve geçerliliği tartışılmıştır.

## İKİNCİ BÖLÜM

### ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Alternatif Gravitasyon Teorilerinden biri olan  $f(R, \Phi, X)$  teori, yeni ortaya atılmış bir teori olmasına karşın son zamanlarda oldukça ilgi görmüştür. Bunun nedeni hem skaler hem de tensörel altyapıda olmasıdır. Tanımlanan  $f(R, \Phi, X)$  fonksiyonunda sırasıyla,  $R$  Ricci skalerini,  $\Phi$  skaler potansiyeli ve  $X$  kinetik terimi ifade etmektedir. Kapsamlı bir teori olmasının yanında, içerdiği parametre sayısının fazla olması araştırmaları güçleştirmektedir. Buna rağmen parametrelerin eliminasyonu ile diğer alternatif teorilere indirgenebildiğinden, farklı teorileri bir araya getirebilen hibrit bir teori olmasından dolayı  $f(R, \Phi, X)$  teori çerçevesinde birçok madde ve uzay-zaman geometrisi incelenmekte, bunların birbiri üzerindeki etkileri ortaya koyulmaktadır.

Hwang ve Noh (2002) ilk kez  $f(R, \Phi, X)$  teori çerçevesinde takyonik yoğunlaşma içeren genelleştirilmiş gravitasyon teorisi için kozmolojik pertürbasyonları, erken dönem şişmesi (slow-roll inflation) ve vakum durumu kuantum dalgalanmalarından faydalanarak incelemiştir.

Tsujikawa (2007), Lagrangian yoğunluğu  $f = F(\Phi)R + 2p(\Phi, X)$  olan bir model dikkate alarak, Einstein-Çerçevesinde (Einstein-Frame) çiftlenimli karanlık enerji senaryoları ile ilişkilendirmiştir. Ayrıca konformal dönüşümlü pertürbasyon denklemlerini türetmiştir. Madde baskın çağda karanlık enerjinin, enerji fraksiyonunun sabit olduğu durumda, hem Jordan hem de Einstein-Çerçevelerindeki tedirginliklerin evrimini de incelemiştir.

Figueró ve Saa (2009), minimal olmayan çiftlenim durumunda, kompleks ve homojen olmayan pertürbasyon analizlerinde tekilliklerin odağında bulunan  $F(\Phi) = 0$  hiperyüzeyi için anizotropik tekillikleri araştırmışlardır. Elde edilen sonuçlardan fiziksel olarak anlamlı  $f(R, \Phi, X)$  modellerini tartışmışlardır.

Bamba ve ark. (2010),  $f(R, \Phi, X)$  teori kapsamında Jordan-Çerçevesinde (Jordan-Frame) yerel enerji korunumunu sağlayan karanlık bileşenlere ait enerji-momentum tensörünün kullanışlı bir tanımını veren  $f(R, \Phi, X)$  modeli için denge termodinamiği ve ufuk entropilerini araştırmışlardır.

Felice ve ark. (2010) Galileon kozmolojilerine uygun ve alan denklemlerini ikinci dereceden denklemler olarak tanımlayabilen skaler alan katkısı altında yoğunluk pertürbasyonlarını incelemişlerdir. Elde edilen sonuçlardan teorik ve gözlemsel bakış açısı ile modellerin geçerliliğini test etmişlerdir.

Bamba ve ark. (2011)  $f(R, \Phi, X)$  teoride genişleyen kozmolojik arka planda, görünür ufukta termodinamiğin dengede ve denge dışı durumdaki tanımını sunmuşlardır.

Wei (2012),  $f(R, \Phi, X)$  teoride Friedman-Robertson-Walker (FRW) evreninin toplam enerjisini ve entropi üretimini hesaplamıştır. Görünen ufuk ile evrenin akışkanı arasındaki enerji alışverişini tanımlayarak FRW evreninin görünür ufuk için termodinamiğin birinci yasasını da önermiştir.

Bahamonde ve ark. (2015) genelleştirilmiş alternatif bir yerçekimi teorisi olan  $f(R, \Phi, X)$  teoride, çeşitli karanlık enerji ve alternatif yerçekimi modelleri ortaya koymuşlardır. Ayrıca evrenin son dönem ivmeli genişlemesi için bu teori kapsamındaki modelleri ve uygulamaları da incelemişlerdir.

Keskin (2018)  $f(R, \Phi, X)$  teoride geometri ve skaler alan arasındaki bağlantıyı veren bir model dikkate alarak evrenin erken dönem şişmesini ve son dönem genişlemesini incelemiştir. Şişme mekanizmalarını gözlemsel veriler ile değerlendirip osilasyon yapan skaler alan için çeşitli kısıtlamaları elde etmiştir.

Bahamonde ve ark. (2019) küresel simetrik uzay-zamanların tam çözümlerini,  $f(R, \Phi, X)$  teoride Noether simetrisini kullanarak incelemişlerdir. Noether simetrisini elde ederek korunum denklemleri ve alan denklemlerinin tam çözümlerini sunmuşlardır.

Shamir (2020) Noether simetri yaklaşımını kullanarak FRW uzay-zamanı kapsamında farklı evrim senaryolarının var olabileceğini göstermiştir. Alternatif gravitasyonun Noether simetri denklemleri, FRW evreni için üç alt durumda incelenerek, korunan niceliklerin, kozmolojik bağlamda tam çözümler bulmak için önemli role sahip olduğunu ortaya koymuştur.

Odintsov ve ark. (2020) k-essence  $f(R)$  yerçekimi teorisi için skaler potansiyel olmadan, madde ve radyasyon baskın dönemlerde ideal akışkan varlığında geç zaman genişlemesini incelemişlerdir. Alan denklemlerini, durum denklemini kırmızıya kaymanın ve Hubble parametresinin bir fonksiyonu olarak dikkate alıp Friedmann denklemlerini

kırmızıya kaymaya bağlı yazarak, uygun başlangıç koşullarından çözümler elde etmişlerdir. Söz konusu çözümlerdeki kırmızıya kaymanın uygun gözlemsel sonuçlarını kullanıp son dönem genişlemesini yorumlamışlardır.

Oikonomou ve Chatzarakis (2020), k-essence  $f(R)$  gravitasyon teorisi için vakum durumunda faz uzayını detaylı olarak incelemişlerdir. Önerdikleri modelin erken evrendeki şişme dönemini açıklamada kullanışlı bir yol olduğunu göstermişlerdir. Ayrıca geliştirilen modelin radyasyon ve madde baskın dönemlerdeki genişlemeyi destekleyen bir matematiksel yapıya sahip olduğunu, kanonik ve hayalet skaler alanlar için de başarı gösterdiğini ortaya koymuşlardır.

Malik ve ark. (2020)  $f(R, \Phi, X)$  teorisindeki Noether simetri yaklaşımı ile Bianchi Tip-I uzay-zamanlarını ele almışlardır. Basınç ve yoğunluk değişimlerini grafikize ederek enerji koşullarını irdelemişlerdir. Çözümlerden elde edilen güçlü enerji koşulunun azalan eğiliminin karanlık enerji destekli genişleyen evren modeline işaret ettiğini önermişlerdir.

Gonçalves ve Santos (2020) k-essence ve  $f(R)$  yerçekimi teorisini birleştirerek, Gödel tipi evrenler için nedenselliğin ihlalini araştırmışlardır. Dikkate alınan gravitasyonel modelin nedensel ve nedensel olmayan çözümlere izin verdiğini göstermişlerdir. Nedensel olmayan çözüm için kritik yarıçapı hesaplanmışlardır. Nedenselliğin ihlalinin maddenin yapısına bağlı olduğunu göstermişlerdir.

Shamir ve ark. (2021)  $f(R, \Phi, X)$  teoride kurtdeliği çözümlerini çalışmışlardır. Anizotropik akışkan dolu kurtdeliği geometrisi için iki ayrı şekil fonksiyonu dikkate alıp, enerji koşullarını incelemişlerdir. Her iki şekil fonksiyonu için de enerji koşullarının ihlal edildiğini göstermişlerdir. Bu durumun egzotik maddeyi işaret ettiğini ve dolayısıyla elde edilen modelin geçilebilir kurtdeliği modeli olabileceğini öne sürmüşlerdir.

Malik ve Nafees (2021)  $f(R, \Phi, X)$  yerçekimi teorisi kapsamında anizotropik akışkan, izotropik akışkan ve barotropik akışkan ile dolu küresel simetrik uzay-zamanların geçilebilir kurtdeliği geometrisine izin verip vermediğini araştırmışlardır. Bu bağlamda elde edilen çözümlerin sıfır enerji ve zayıf enerji koşullarını hesaplanmışlar ve ihlal edildiğini göstermişlerdir.

Shamir ve ark. (2021)  $f(R, \Phi, X)$  teoride Gaussian ve Lorentzian kurtdelikleri için iki ayrı model elde ederek, Tolman-Oppenheimer-Volkoff denklemi yardımıyla bu

modellerin gözlem verileriyle karşılaştırmışlardır. Sıfır enerji koşulunu elde edilen modelin ihlal ettiğini ve bu durumun kurtdeliği doğasına uygun olduğunu göstermişlerdir.

Malik ve ark. (2022a) anizotropik kompakt yıldız modelini  $f(R, \Phi, X)$  teori kapsamında ortaya koymuşlardır. Elde edilen model Her X1, SAX J 1808.4-3658 ve 4U 1820-30 yıldız gözlemleri ile karşılaştırmışlardır. Kompakt yıldızların enerji yoğunluğunun, teğetsel basıncın, radyal basıncın, denge koşullarının, enerji koşullarının, kütle-yarıçap ilişkisinin, kompaktlık ve kararlılık analizinin grafiksel değerlendirmesinden, kompakt yıldız adaylarının davranışlarının teoriden elde edilen model ile uyumunu karşılaştırmışlardır.

Malik ve ark. (2022b) silindirik simetrik uzay-zamanı ele alarak,  $f(R, \Phi, X)$  yerçekimi teorisinin alan denklemlerini ve tam çözümlerini altı farklı durumda tartışmışlardır. Söz konusu model için enerji koşullarını elde ederek, sıfır enerji koşulunun ihlal edildiğini ve dolayısıyla çözümün silindirik ve geçilebilir kurtdeliğine işaret ettiğini göstermişlerdir.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM MATERYAL VE YÖNTEM

Genel Relativite etki fonksiyonu yaygın olarak bilindiği üzere:

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g} R d^4x + S_m \quad (3.1)$$

şeklinde verilmektedir (Einstein, 1915).  $S_m$  maddenin etki fonksiyonunu gösterir. Genel Relativite Teorisinin alan denklemleri, denklem (3.1)'in varyasyonundan türetilirse:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = T_{ik} \quad (3.2)$$

olmaktadır. Son dönemde ortaya çıkan alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan  $f(R)$  teorisinin etki fonksiyonu ise:

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g} f(R) d^4x + S_m \quad (3.3)$$

şeklinde verilmektedir (Buchdahl, 1970; Lobo and Oliveira, 2009). Burada,  $f(R)$  Ricci skalerine bağlı bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır.  $f(R)$  teori alan denklemleri, (3.3) denkleminin varyasyonundan aşağıdaki gibi elde edilir:

$$f_R R_{ik} - \frac{1}{2} f(R) g_{ik} - (\nabla_i \nabla_k - g_{ik} \square) f_R = T_{ik}. \quad (3.4)$$

Burada  $f_R \equiv \frac{df}{dR}$ ,  $\square$  d'Alambertian operatörü ve  $\nabla_i, x^i$  koordinatına göre kovaryant türevdir.

Diğer taraftan  $f(R, \Phi)$  teori etki fonksiyonu:

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g} (f(R, \Phi) d^4x + u(\Phi) \nabla_l \Phi \nabla^l \Phi) + S_m \quad (3.5)$$

şeklindedir (Hwang, 1990).  $f(R, \Phi)$   $R$  Ricci skalerine ve  $\Phi$  skaler alanına bağlı bir fonksiyondur.  $u(\Phi)$  skaler alanın kinetik terimidir.  $f(R, \Phi)$  teori alan denklemleri (3.5) denkleminin varyasyonundan aşağıdaki gibi elde edilir:

$$f_R R_{ik} - \frac{1}{2} (f + u(\Phi) \nabla_l \Phi \nabla^l \Phi) g_{ik} - \nabla_i \nabla_k f_R + u(\Phi) \nabla_i \Phi \nabla_k \Phi + g_{ik} \square f_R = T_{ik}. \quad (3.6)$$

Bir diğer alternatif gravitasyon teorisi olan k-essence teori etki fonksiyonu:

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g} [R + f(\Phi) \mathcal{G}(X)] d^4x + S_m \quad (3.7)$$

şeklindedir (Armendariz-Picon ve ark., 2000). Burada,  $\Phi$  skaler potansiyeli ve  $X$  kinetik terimine bağlı olarak tanımlanan fonksiyondur. k-essence teori alan denklemleri (3.7) denkleminin varyasyonundan türetildiğinde:

$$G_{ik} + f(\Phi) [\mathcal{G}_X \Phi_{,i} \Phi_{,k} - \mathcal{G}(X) g_{ik}] = T_{ik} \quad (3.8)$$

veya

$$f(\Phi) [\mathcal{G}_X \nabla_k \Phi^{,k} + \mathcal{G}_{XX} \nabla_k X \Phi^{,k}] + f_\Phi [\mathcal{G}(X) - 2X \mathcal{G}_X] = 0 \quad (3.9)$$

olmaktadır (Armendariz-Picon ve ark., 2000). Burada  $\mathcal{G}_X \equiv \frac{d\mathcal{G}}{dX}$  ve  $f_\Phi \equiv \frac{df}{d\Phi}$  dir.

Bu tez çalışması kapsamında dikkate alınmış olan  $f(R, \Phi, X)$  teori etki fonksiyonu ise:



$$S = \frac{1}{16\pi G} \int \sqrt{-g} f(R, \Phi, X) d^4x + S_m \quad (3.10)$$

şeklindedir (Tsujiikawa, 2007).  $f(R, \Phi, X)$  sırasıyla  $R$  Ricci skaleri,  $\Phi$  skaler potansiyeli ve  $X$  kinetik terimine bağlı olarak tanımlanan fonksiyondur.  $X$  terimi şu şekilde verilmektedir:

$$X(\Phi) = -\frac{1}{2} [\Phi^{,\alpha} \Phi_{,\alpha}] \xi. \quad (3.11)$$

Burada  $\xi$  bir parametre olup alan denklemlerinde  $\xi = 1$  olarak seçilebilir (Tsujiikawa, 2007).  $f(R, \Phi, X)$  teori alan denklemleri, (3.10) denkleminin varyasyonundan:

$$F G_{ik} - \frac{1}{2} (f(R, \Phi, X) - RF) g_{ik} - \nabla_i \nabla_k F + g_{ik} \nabla_\alpha \nabla^\alpha F - \frac{\xi}{2} H(\nabla_i \Phi)(\nabla_k \Phi) = T_{ik} \quad (3.12)$$

olmaktadır (Bahamonde ve ark., 2015). Burada  $F \equiv \frac{df}{dR}$  ve  $H \equiv \frac{df}{dX}$  dir.  $f(R, \Phi, X)$  teori kapsamında Klein-Gordon denklemleri şu şekilde verilmektedir:

$$\nabla_i (H \nabla^i \Phi) + \xi N = 0 \quad (3.13)$$

burada  $N \equiv \frac{df}{d\Phi}$  olarak tanımlanmaktadır (Tsujiikawa, 2007).

Bilindiği üzere ideal akışkan için enerji-momentum tensörü aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$T_{ik} = (p + \rho) u_i u_k + p g_{ik} \quad (3.14)$$

Burada,  $\rho$  enerji yoğunluğunu,  $p$  basıncı ifade etmektedir.  $u_i$  ise dörtlü hız vektörüdür. Bu tez çalışmasında gözlemci tümleşik (co-moving) hareket dikkate alınmıştır. Aynı zamanda

$$ds^2 = B^2(r)dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) - A^2(r)dt^2 \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlanan statik ve

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)\right] \quad (3.16)$$

şeklinde tanımlanan statik olmayan küresel simetrik uzay-zamanlar araştırılmaktadır.  $A(r)$  ve  $B(r)$  radyal koordinata bağlı metrik potansiyelleri,  $a(t)$  ölçek faktörünü ve  $k = -1, 0, +1$  değerlerini alabilen evrenin eğriliği ile ilişkili bir parametreyi simgelemektedir.

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM ARAŞTIRMA BULGULARI

### 4.1. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Schwarzschild Tipi Karadelikler

Karadelik, olay ufku içinden ışık dahil hiçbir şeyin kaçamayacağı kadar güçlü kütleçekimine sahip uzay-zaman bölgesi olarak tanımlanabilir (Wald, 2010). En sade şekilde tanımlanan statik karadeliklerin yalnızca kütlesi vardır fakat elektrik yükü veya açısal momentumu bulunmamaktadır. Bu karadelik modelini Schwarzschild (1916) ortaya atmıştır. Einstein alan denklemlerinin küresel simetrik vakum çözümlerinden elde edilen Schwarzschild uzay-zamanı:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2) - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 \quad (4.1)$$

olarak verilmektedir. Burada  $M$  Schwarzschild yarıçapıdır. Schwarzschild modeli  $r = 0$  ve  $r = 2M$  durumlarında tekillikçe sahip olmaktadır. Her iki tekillik karadeliğinin ufuk bölgelerini tanımlar. Denklem (3.15)'de  $A(r) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{1/2}$  ve  $B(r) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1/2}$  olacak şekilde dikkate alındığında, Schwarzschild modelinde Ricci skaleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$R = 0. \quad (4.2)$$

Yaygın olarak bilindiği üzere, ideal akışkan, Durum Denklemi olarak bilinen ve basınç ve yoğunluğun doğru orantılı olduğunu gösteren eşitliği sağlar. Durum Denklemi  $p = w\rho$  olarak verilir. Burada  $w$  orantı katsayısıdır. Statik küresel simetrik uzay-zaman ve Schwarzschild modeli ilişkisi dikkate alınarak denklemler (3.10)-(3.15)'den küresel simetrik ideal akışkanın  $f(R, \Phi, X)$  teori alan denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$-6\epsilon H\Phi'^2 rM + 3\epsilon H\Phi'^2 r^2 - 12F''rM + 2r^2\rho + 6F''r^2 + 12MF' - 4F'r$$

$$+2w\rho r^2 = 0, \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} -2\varepsilon H\Phi'^2 rM + \varepsilon H\Phi'^2 r^2 - 4F''rM - 2r^2\rho + 2F''r^2 + 12MF' - 4F'r \\ -2w\rho r^2 = 0, \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} -((2Mr - r^2)(F'') + \left(-\frac{r}{2} + M\right)\varepsilon Hr\Phi'^2 + (6M - 2r)(F')) \\ -3\left(w - \frac{1}{3}\right)\rho r^2\left(-\frac{r}{2} + M\right) - 2(r - 2M)\rho r^2 = 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Burada kesme işareti radyal koordinata göre kısmi türevi göstermektedir. (3.13) ve (4.1) denklemlerinden Klein-Gordon denklemi ise aşağıdaki gibi türetilir:

$$\frac{(-r+2M)H'\Phi'}{r} + H\left(-\frac{\Phi'}{r} + \frac{(-r+2M)\Phi'}{r^2} + \frac{(-r+2M)\Phi''}{r}\right) - \varepsilon N = 0. \quad (4.6)$$

Denklemler (4.3)-(4.6)'nın denklem sistemini sağlayan bir ortak çözüm aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$p = w\rho = w\left(\frac{(-6M+2r)C_2}{\sqrt{(-r+2M)r(w+1)}}\right), \quad (4.7)$$

$$F = C1 + \frac{\left(3M^2\sqrt{(-r+2M)r}\arctan\left(\frac{M-r}{\sqrt{(-r+2M)r}}\right) + 6M^2r - Mr^2 - r^3\right)C2}{\sqrt{(-r+2M)r}}, \quad (4.8)$$

$$N = \frac{df}{d\Phi} = 0, \quad (4.9)$$

$$H = \frac{df}{dX} = 0. \quad (4.10)$$

$p \rightarrow 0$  ve  $\rho \rightarrow 0$  yaklaşıklığında denklemler (4.7)-(4.10)'da verilen çözüm, Schwarzschild modelinin de doğasına uygun olarak aşağıdaki forma indirgenir:

$$p = \rho = 0, \quad (4.11)$$

$$\Phi = C3, \quad (4.12)$$

$$F = C4, \quad (4.13)$$

$$N = \frac{df}{d\Phi} = 0, \quad (4.14)$$

$$H = \frac{df}{dX} = 0. \quad (4.15)$$

## 4.2. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Konformal Küresel Simetrik Akışkan Dağılımı

Bir vektör alanı olan  $\xi^a$  tarafından üretilen tek parametrelili bir konformal hareket grubunun uzay zamanı:

$$L_{\xi}g_{ab} = \psi g_{ab} \quad (4.16)$$

eşitliğini sağlar (Herrera ve ark., 1984). Burada  $L_{\xi}$ ,  $\xi$  vektör alanına göre Lie Türevidir.  $\psi$  koordinatların keyfi bir fonksiyonudur ve  $\psi = 2$  ideal akışkan için geçmişte sıkça çalışılmış bir değerdir (Eardley, 1974). Denklem (4.16)'daki  $\psi$  fonksiyonunun keyfi bir seçimiyle uyumlu simetriler ele alınır. Herrera ve ark. (1984) demektedir ki Homotetik simetriler ( $\psi = Sabit$ ) yerine genel uyumlu simetrilerin kullanılması, dış Schwarzschild çözümüne uydurulabilecek maddenin statik ve küresel simetrik dağılımlarını bulmamıza izin verebilir.

Bu bölümde denklem (3.15) ile verilen statik küresel simetrik uzay-zamanda ideal akışkan maddesinin konformal simetri altındaki dağılımı  $f(R, \Phi, X)$  teori çerçevesinde dikkate alınmaktadır. Denklem (3.15)'deki metrik potansiyeller  $A(r)$  ve  $B(r)$ ,  $\xi^1 = Sabit$ ,  $\xi^0 = \xi^2 = \xi^3 = 0$  vektör alanı ile dikkate alındığında denklem (4.16)'da verilen konformal simetri tanımını ancak aşağıdaki değerleri aldığıda sağlarlar (Herrera ve ark., 1984):

$$A(r) = C_6 r, \quad (4.17)$$

$$B(r) = \frac{C_7}{\psi(r)}. \quad (4.18)$$

Burada  $\psi(r)$  radyal koordinata bağlı herhangi bir fonksiyon,  $C_6$  ve  $C_7$  keyfi sabitlerdir (Herrera ve ark., 1984). Denklemler (3.15), (4-17)-(4.18)'den Ricci skaleri:

$$R = \frac{-6\psi\psi'rr - 6\psi^2 + 2C_7^2}{r^2 C_7^2} \quad (4.19)$$

olarak bulunur. İdeal akışkan için alan denklemleri statik konformal küresel simetrik uzay-zamanda durum denklemleri ile birlikte göz önüne alındığında, denklemler (3.10)-(3.15) ve (4.17)-(4.18)'den şu şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} & -6F''\psi^2r^2 - 6r\psi\psi'(rF' + 2F) + 6F'\psi^2r - 3\varepsilon H\Phi'^2\psi^2r^2 + 12F\psi^2 \\ & + 6C_7^2\left(-\frac{2F}{3} + r^2\rho\left(w - \frac{1}{3}\right)\right) - 8w\rho C_7^2r^2 = 0, \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} & 2F''\psi^2r^2 + 2r\psi\psi'(F'r + 2F) - 2F'\psi^2r + \varepsilon H\Phi'^2\psi^2r^2 - 4F\psi^2 \\ & - 2C_7^2(-2F + r^2\rho(w + 1)) = 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} & -3C_6^2\left(\frac{F''\psi^2r^2}{3} + \frac{r\psi\psi'(rF' + 2F)}{3} - \frac{F'\psi^2r}{3} + \frac{\varepsilon H\Phi'^2\psi^2r^2}{6} - \frac{2F\psi^2}{3}\right) \\ & + C_7^2\left(-\frac{2F}{3} + r^2\rho(w + 1)\right) = 0. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Denlemler (3.13) ve (3.15)'den Klein-Gordon denklemi aşağıdaki şekilde türetilir:

$$\frac{\psi^2 H' \Phi'}{C_7^2} + H \left( \frac{\psi \psi' \Phi'}{C_7^2} + \frac{\psi^2 \Phi''}{C_7^2} - \frac{3\psi^2 \Phi'}{r C_7^2} \right) + \varepsilon N = 0. \quad (4.23)$$

$f(R, \Phi, X)$  Teorinin kaynak fonksiyonunu teoride geliştirme yapan diğer çalışmalarda da dikkate alındığı gibi

$$f(R, \Phi, X) = R + UR^2 + X - V(\Phi) \quad (4.24)$$

olarak düşünelim. Denklem (4.24)'de,  $U$  keyfi bir sabit,  $V(\Phi) = V_0\Phi^m$  ve  $\Phi \equiv \Phi(r) = \Phi_0(dr^{-1})^\sigma$  şeklinde tanımlanabilir (Adnan, 2022).  $m$ ,  $d$ ,  $\sigma$  sabitlerdir. Denklemler (4.20)-(4.23)'ün denklem sisteminin çözümü denklem (4.24) dikkate alınarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$F = \frac{r^4(r^2+4U)c_7^2-12UC_6^2}{r^6C_7^2}, \quad (4.25)$$

$$\Phi = \Phi_0 \left(\frac{d}{r}\right)^\sigma, \quad (4.26)$$

$$\psi = \frac{C_6}{r^2}, \quad (4.27)$$

$$H = -\frac{2(r^8(r^2-4U)c_7^4-6r^4C_6^2(r^2-6U)c_7^2-648UC_6^4)\left(\frac{d}{r}\right)^{-2\sigma}}{\varepsilon C_6^2 \phi_0^2 C_7^2 r^6 \sigma^2}, \quad (4.28)$$

$$N = -\frac{1}{\varepsilon^2 \phi_0 \sigma C_7^4 r^{12}} \left( 2 \left(\frac{d}{r}\right)^{-\sigma} \left( r^8((\sigma+4)r^2 - 4U(\sigma+2))c_7^4 - 6C_6^2 C_7^2 r^4 (r^2 \sigma + 6U(\sigma-2)) - 648UC_6^4(\sigma-6) \right) \right), \quad (4.29)$$

$$p = w\rho = \frac{w(r^4(r^2-4U)c_7^2-12UC_6^2)}{C_7^2 r^8(w+1)}. \quad (4.30)$$

### 4.3. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Statik Olmayan Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) Evreni

Uzay-zaman geometrisinin homojen, izotrop ve genişleyen modeli en genel formda şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right] \quad (4.31)$$

burada  $a(t)$  ölçek faktörüdür.  $k = -1, 0, +1$  gibi değerler alabilen evrenin eğrilik modelini belirleyici bir parametredir. Denklem (4.31) ile verilen kozmolojilerin Ricci skaleri

$$R = \frac{6a\ddot{a}+6\dot{a}^2+6k}{a^2} \quad (4.32)$$

olarak bulunur. İdeal akışkan için alan denklemleri statik olmayan FLRW uzay-zamanında durum denklemi ile birlikte göz önüne alındığında, denklemler (3.10)-(3.13)'den şu şekilde elde edilir:

$$\varepsilon H \dot{\Phi}^2 a^2 + 2\rho a^2(w+1) + 2\ddot{F}a^2 + 4Fa\ddot{a} - 2\dot{F}a\dot{a} - 4F\dot{a}^2 - 4Fk = 0, \quad (4.33)$$

$$-3\varepsilon H \dot{\Phi}^2 a^2 - 6\rho a^2(w+1) - 6\ddot{F}a^2 - 12Fa\ddot{a} + 6\dot{F}a\dot{a} + 12F\dot{a}^2 + 12Fk = 0. \quad (4.34)$$

Burada karakter üzerine gelen nokta işareti zamana göre kısmi türevi temsil eder. Denklemler (3.13) ve (4.31)'den Klein-Gordon denklemi aşağıdaki şekilde türetilir:

$$-\dot{H}\dot{\Phi} + H\left(-\ddot{\Phi} - \frac{3\dot{a}\dot{\Phi}}{a}\right) + \varepsilon N = 0. \quad (4.35)$$

Bahamonde ve ark. (2015) Noether simetrisini kullanarak çözümlerle desteklenen birkaç farklı kullanılabilir model önermiştir. Bahamonde ve ark. (2015) tarafından önerilen  $f(R, \Phi, X) = f_0 R + f_1 X^q - V(\Phi)$  modelini ele alarak, evrenin doğasına uygun olan kuvvet serisi ve üstel genişleme modellerini tartışmak faydalı olur.

Erken genişleme dönemi için  $a(t)$  ölçek faktörü,  $a(t) \propto t^n$  olarak zamanın pozitif kuvvetleriyle doğru orantılıdır (Padmanabhan, 1993).  $n = \frac{2}{3}$  madde baskın genişleme dönemini,  $n = \frac{1}{2}$  ise radyasyon baskın genişleme dönemini gösterir (Padmanabhan, 1993). Denklemler (4.33)-(4.35)'i kullanarak  $f(R, \Phi, X)$  teori için alan denklemlerini ölçek faktörünü de hesaba katarak düzenlersek:

$$\varepsilon H \dot{\Phi}^2 t^{2n} + 2\rho t^{2n}(w+1) + 2\ddot{F}t^{2n} - 4Fnt^{2n-2} - 2\dot{F}nt^{2n-1} - 4Fk = 0, \quad (4.36)$$

$$-3\varepsilon H \dot{\Phi}^2 t^2 - 6\rho t^2(w+1) - 6\ddot{F}t^2 + 12Fkt^{-2n+2} + 6\dot{F}nt + 12Fn = 0, \quad (4.37)$$

$$-\dot{H}\dot{\Phi} + H(-\ddot{\Phi} - 3\dot{\Phi}nt^{-1}) + \varepsilon N = 0 \quad (4.38)$$

olur. Denklemler (4.36)-(4.38)'den,  $f(R, \Phi, X)$  teori kapsamında ideal akışkanlı FLRW evreni için alan denklemi sisteminin bir çözümü şu şekilde elde edilir:

$$H = \frac{2^{1-C_{10}} t^{4-3\beta} C_9 C_{10} \varepsilon (\alpha^2 \beta^2 t^{2\beta-2})^{C_{10}+3C_{11}} \alpha^2 \left(\frac{2C_{10}-2}{3}\right) \beta + n - \frac{2C_{10}+1}{3} t^{-3n+1-\beta} \beta^2}{\alpha^3 \beta^3 (2C_{10}\beta - 2C_{10} - 2\beta + 3n + 3)}, \quad (4.39)$$



$$p = w\rho = \frac{w}{2(w+1)} \left( -\frac{2^{1-C_{10}}t^{2-\beta}C_9C_{10}\varepsilon^2(\alpha^2\beta^2t^{2\beta-2})^{C_{10}}}{\alpha\beta(2C_{10}\beta-2C_{10}-2\beta+3n+3)} - \alpha\beta C_{11}\varepsilon t^{-3n+\beta-1} + \frac{4nC_8}{t^2} + 4kC_8t^{-2n} \right), \quad (4.40)$$

$$\Phi = \alpha t^\beta, \quad (4.41)$$

$$F = C_8, \quad (4.42)$$

$$N = C_9C_{10}X^{C_{10}-1}. \quad (4.43)$$

Burada  $C_i$  ( $i = 1,2,3, \dots$ ) sabitleri gösterir. Gözlemsel veriler, mevcut evrenin hızlanan bir şekilde genişlediğini göstermektedir. FLRW kozmolojilerinde bu,  $H_0$  'ın Hubble sabitini temsil ettiği üstel ölçek faktörü  $a(t) = e^{H_0 t}$  ile açıklanır (Padmanabhan, 1993). Bu noktada evrenin son dönem genişlemesini  $f(R, \Phi, X)$  teoride yorumlamak için söz konusu üstel ölçek faktörü ve  $f(R, \Phi, X) = f_0 R + f_1 X^q - V(\Phi)$  modelini ele alalım. Bu durumda denklemler (4.33)-(4.35)'den alan denklemleri ve Klein-Gordon denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$e^{2H_0 t} [\varepsilon H \dot{\Phi}^2 + 2\rho(w+1) + 2\ddot{F} - 2\dot{F}H_0] - 4Fk = 0, \quad (4.44)$$

$$-3\varepsilon H \dot{\Phi}^2 - 6\rho(w+1) - 6\ddot{F} + 6\dot{F}H_0 + 12Fke^{-2H_0 t} = 0, \quad (4.45)$$

$$-\dot{H}\dot{\Phi} + H(-\ddot{\Phi} - 3\dot{\Phi}H_0) + \varepsilon N = 0. \quad (4.46)$$

Denklemler (4.44)-(4.46)'dan  $f(R, \Phi, X)$  teoride ideal akışkanlı FLRW evreni için son dönem genişlemesine karşılık gelebilecek bir çözüm aşağıdaki gibi önerilmektedir:

$$H = \frac{H_1(t)}{\Phi e^{3H_0 t}}, \quad (4.47)$$

$$p = w\rho = -\frac{we^{-2H_0 t}}{2(w+1)} (\varepsilon\alpha\beta t^{\beta-1} e^{-H_0 t} H_1(t) - 4C_8 k), \quad (4.48)$$

$$\Phi = \alpha t^\beta, \quad (4.49)$$

$$F = C_8, \quad (4.50)$$

$$N = C_9C_{10}X^{C_{10}-1}. \quad (4.51)$$

Burada

$$H_1(t) = \int \epsilon C_9 C_{10} e^{3H_0 t} \left( \frac{\alpha \beta t^{\beta-1}}{\sqrt{2}} \right)^{2C_{10}-2} dt + C_{12} \quad (4.52)$$

şeklindedir.

#### 4.4. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri

Kurtdelikleri, bir köprü gibi iki farklı uzay-zamanı birbirine bağladığı düşünülen yapılardır. İlk olarak Einstein ve Rosen (1935) tarafından ortaya atılmıştır. Schwarzschild çözümündeki tekilikleri ortadan kaldırması sonucunda tekilik ve ufuk içermeyen bir çözüm sunmaktadır. Kurtdelikleri iki farklı uzay-zamanı birleştirdiği için zaman ve uzay yolculuğu gibi çalışmalarda sıklıkla karşımıza çıkar. Evrende Planck ölçeğinde çok sayıda kurtdeliği olduğu düşünülmektedir (Lemos ve ark., 2003). Bu kurtdelikleri o kadar küçüktür ki içinden geçmek imkansızdır. Ancak bu kurtdelikleri, egzotik malzemelerle desteklenirse kabul edilebilir bir boyuta ulaşabilir (Morris ve Thorne, 1988). Sıfır radyal tedirginlikli kurtdelikleri geometrisini tanımlayan metrik, denklem (3.15)'te  $A(r) = 1$  ve  $B(r) = \left(1 - \frac{b(r)}{r}\right)^{-\frac{1}{2}}$  olmak kaydı ile aşağıdaki şekilde tanımlanır (Adamiak, 2008):

$$ds^2 = -dt^2 + \left(1 - \frac{b(r)}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (4.53)$$

Bu kurtdeliklerinin radyal yönde herhangi bir gelgiti yoktur veya hareket etmez (Adamiak, 2008). Destekleyici kozmik madde formu, bozulmuş anizotropik akışkan olabilir (Adamiak, 2008). Denklem (4.53) ile verilen yay elemanı için Ricci skaleri şu şekilde hesaplanır:

$$R = \frac{2b'(r)}{r^2}. \quad (4.54)$$

Kurtdelikleri, uzay-zamanın farklı bölgelerini birbirine bağlama özelliklerinden dolayı diğer evrenlere geçmenin bir yolu da olabilir (Adamiak, 2008). Bunun için egzotik maddelerle takviye edilmeleri gerekir (Adamiak, 2008). Kurtdeliğinin geçilebilir olması için

kurtdeliğinin boğaz yarıçapının  $r_0 \leq r < +\infty$  aralığında olduğu varsayılır. Kırmızıya kayma fonksiyonu her yerde sonlu değerlere sahipken şekil fonksiyonu aşağıdaki değerleri sağlamalıdır (Morris ve Thorne, 1988):

$$b(r_0) = r_0, \quad (4.55)$$

$$b'(r_0) < 1, \quad (4.56)$$

$$b(r_0) < r, r > r_0. \quad (4.57)$$

Kurtdeliklerinin geçilebilir olması için önerilen modelin denklemler (4.55)-(4.57)'yi karşılaması gerekir. Bir kurtdeliğinin yapısı statik olmayan, dönen, yüklü ve benzeri donanıma sahipse, geçilebilirlik koşulları bu denklemlerden farklıdır (Adamiak, 2008). İdeal akışkanlı Sıfır radyal tedirginlikli kurtdelikleri için alan denklemleri denklemler (3.10)-(3.13) ve (4.53)'den aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} &(-6r^2F'' - 3r^2\epsilon H\Phi'^2)(r - b(r)) + (3r^2b'(r) + 4r^2 - 7rb(r))F' \\ &+ 4Fb'(r)r - 8Fb(r) - 2r^3(p + \rho) = 0, \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} &(2r^2F'' + r^2\epsilon H\Phi'^2)(r - b(r)) - (b'(r)r^2 + 4r^2 - 5b(r)r^2)F' + 4b(r)F \\ &- 2r^3(p + \rho) = 0, \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} &(-2rF'' - r\epsilon H\Phi'^2)(r - b(r)) + (b'(r)r - 4r + 3b(r))F' \\ &+ 4b'(r)F - 6r^2(p + \rho) = 0. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Denklemler (3.13) ve (4.53) denklemlerinden Klein-Gordon denklemi aşağıdaki şekilde türetilir:

$$\begin{aligned} &-\frac{(-r+b(r))H'\Phi'}{r} + H \left( -\frac{(-r+b(r))\Phi'}{r^2} - \frac{(-1+b'(r))\Phi'}{r} - \frac{(-r+b(r))\Phi''}{r} + \right. \\ &\left. \frac{(b'(r)r-b(r))\Phi'}{2r^2} \right) + \epsilon N = 0. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Denklemler (4.58)-(4.61) olarak elde edilen lineer olmayan diferansiyel denklem sisteminin ortak çözümü:

$$F(r) = C_{13}, \quad (4.62)$$

$$N(r) = C_{14}C_{15}X(r)^{C_{15}-1}, \quad (4.63)$$

$$H(r) = \frac{C_{13}b'(r)r-3b(r)}{\Phi'^2 \epsilon r^2(r-b(r))}, \quad (4.64)$$

$$p(r) = w\rho(r) = \frac{wC_{13}(b'(r)r+b(r))}{2r^3(w+1)} \quad (4.65)$$

olarak elde edilir. Çözümlerde ideal akışkan için durum denklemi ( $p = w\rho$ ) dikkate alınmıştır. Görüldüğü gibi elde edilen  $p(r)$  ve  $\rho(r)$  değerleri  $b(r)$  fonksiyonunun durumuna göre değişmektedir. Bu nedenle, farklı kurtdeliği modellerini ve madde dağılımlarını işaret eden şekil fonksiyonu ile elde edilen çözümü genişletmek ve tartışmak mümkündür. Bu farklı kurtdeliği model ve akışkan dağılımları ve tez çalışmasının sonuç ve tartışma bölümünde irdelenmektedir.

#### 4.5. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Enerji Koşulları

FLRW uzay-zaman geometrisi evrenin en genel ve doğaya uygun kozmolojik modellerinden biridir. Homojenlik ve izotropiye sahip FLRW uzay-zaman geometrisi  $x^i$  koordinatları için aşağıdaki şekilde genelleştirilebilir:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \sum_1^3 (dx^i)^2, \quad (4.66)$$

burada  $a(t)$ , doğrudan evrenin boyutuyla ilgili ölçek faktörüdür. En küçük etki ilkesine uygun olarak,  $f(R, \Phi, X)$  teorinin genel alan denklemleri Denklem (3.10)'un varyasyonundan aşağıdaki şekilde de tanımlanabilir:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{1}{F}T_{\mu\nu}^{(e)} + \frac{1}{F}T_{\mu\nu}^{(m)}, \quad (4.67)$$

burada  $T_{\mu\nu}^{(m)}$  madde alanına bağılı olan enerji-momentum tensörünü temsil etmektedir:

$$T_{\mu\nu}^{(m)} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}L_m)}{\delta(g^{\mu\nu})}. \quad (4.68)$$

Denklem (4.67)'de  $T_{\mu\nu}^{(e)}$ , Genel Relativite'nin modifikasyonu nedeniyle alan denklemlerine eklenen ekstra terimleri içerir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$T_{\mu\nu}^{(e)} = \frac{1}{2}(f(R, \Phi, X) - RF)g_{\mu\nu} + \nabla_\nu \nabla_\mu F - g_{\mu\nu} \nabla_\alpha \nabla^\alpha F + \frac{1}{2}H \nabla_\mu \Phi \nabla_\nu \Phi. \quad (4.69)$$

Burada  $\varepsilon = 1$  alınır. Denklem (4.66) ile verilen FRLW kozmolojilerinin  $k = 0$  durumunda Ricci skaleri:

$$R = \frac{6\dot{a}^2 + 6a\ddot{a}}{a^2} \quad (4.70)$$

olarak bulunur. Evrenin farklı dönemlerdeki ivmeli genişlemeyi araştırmak için en yararlı kozmik madde biçimlerinden biri kuşkusuz ideal akışkandır. İdeal akışkan, durum denklemleri yardımı ile evrenin evrimi sırasında oluşan ilk madde örneklerine indirgenebildiği gibi karanlık enerji modellerine de hizmet eder. Denklemler (3.10), (3.13)-(3.14), (4.66)-(4.69)'dan  $f(R, \Phi, X)$  teorisindeki ideal akışkanlı FLRW uzay-zamanının alan denklemleri şu şekilde elde edilir:

$$-H\dot{\Phi}^2 a^2 - 4Fa\ddot{a} - 2a^2\ddot{F} + 4F\dot{a}^2 + 2a\dot{a}\dot{F} - 2a^2(p + \rho) = 0, \quad (4.71)$$

$$-3H\dot{\Phi}^2 a^2 - 12Fa\ddot{a} - 6a^2\ddot{F} + 12F\dot{a}^2 + 6a\dot{a}\dot{F} - 6a^2(p + \rho) = 0, \quad (4.72)$$

$$-\dot{H}\Phi + H\left(-\ddot{\Phi} - \frac{3\Phi\dot{a}}{a}\right) + N = 0. \quad (4.73)$$

Radyasyonun hakim olduğu, maddenin hakim olduğu ve karanlık enerjinin hakim olduğu dönemlerde evrenin hızlanan genişlemesini yorumlayabilmek için, bahsi geçen dönemlerde ideal akışkanın madde formlarına dönüşmesini sağlayan uygun Durum Denklemi,  $p = w\rho$  şeklinde olacaktır. Dolayısıyla, genelleştirilmiş  $f(R, \Phi, X) = R + R^2 + \gamma(\Phi, X)$  fonksiyonu, söz konusu dönemler için yararlı olan ve Genel Relativite, Starobinsky-tipi  $f(R)$  kozmolojilerine indirgenebilen hibrit bir  $f(R, \Phi, X)$  modeli olarak işlev görür (Oikonomou ve Chatzarakis, 2020). Bu hibrit modelde,  $f(R)$ -sınıfı teoriler ve skaler-tensör-teoriler, elde edilen alan denklemlerinin limit durumlarında birlikte düşünülebilirler.

Mevcut evrenin teorik tahminler ve gözlemsel verilerle modellenmesine, en başarılı örnek Einstein'ın önerdiği geometri ve madde ilişkilerine dayanan alan denklemlerinin çözümlerinden elde edilmektedir. Uzay-zaman geometrileri ve simetriler kozmik madde ve enerjiye rehberlik eder. Gözlemsel verilere verilen yanıt, alan denklemlerinin çözümlerinden elde edilen madde dağılımlarının davranışındaki başarıyı belirler. Öte yandan alan denklemleri, karanlık enerji, takyon, hayalet enerji ve kurtdelikleri gibi doğal karşılıkları henüz tam olarak gözlemlenemeyen bazı kozmolojik fenomenlere de işaret etmektedir. Bu durum, söz konusu fenomenin egzotik özellikleri ile ve dinamik bileşenlerle yorumlanır. Basitçe evrendeki radyasyon, galaksiler ve diğer baryonik maddeler gibi normal maddelerin gözlemlenebilir olduğu ve pozitif enerji yoğunluğuna sahip olduğu söylenebilir. Kozmik maddelerin gözlemlenebilirliğini belirlemenin alternatif bir yolu, enerji koşulları altındaki davranışlarını izlemektir (Kontou ve Sanders, 2020). Alan denklemleri, maddenin sadece enerji-momentum tensörünü içerir. Bu nedenle, denklemler kozmik maddenin dinamik özellikleri hakkında sınırlı bilgi sunar. Enerji-momentum tensörünün değişimleri ile birlikte çeşitli kısıtlamaları belirleyen enerji koşulları, yerçekimi davranışını da analiz eder (Hawking ve Ellis, 2023). Öte yandan koşullar, normal maddenin tekilliklerini belirleyen Penrose ve Hawking kısıtlamaları için önemli bir adımdır. Ek olarak, söz konusu sistemin kararlılığını sunarlar (Carroll, 2004). Genel Görelilikte ideal akışkan için Sıfır Enerji Koşulunun (NEC):  $\rho + p \geq 0$ , Zayıf Enerji Koşulunun (WEC):  $\rho \geq 0$  ve  $\rho + p \geq 0$ , Dominant Enerji Koşulunun (DEC):  $\rho \geq 0$  ve  $\rho \pm p \geq 0$ , Güçlü Enerji Koşulunun (SEC):  $\rho + 3p \geq 0$  ve  $\rho + p \geq 0$  şeklindedir. Alternatif yerçekimi teorilerindeki enerji

koşulları, etkin enerji-momentum tensörü dikkate alınarak Genel Görelilikteki sonuçlardan türetilebilir. Denklem (4.67)-(4.69)'dan,  $f(R, \Phi, X)$  teorisinin etkin enerji-momentum tensörü şu şekilde elde edilir:

$$T_{\mu\nu}^{eff} = \frac{1}{F}(T_{\mu\nu}^m + \frac{1}{2}(f(R, \Phi, X) - RF)g_{\mu\nu} + \nabla_\nu \nabla_\mu F - g_{\mu\nu} \nabla_\alpha \nabla^\alpha F + \frac{1}{2}H(\nabla_\mu \Phi)(\nabla_\nu \Phi)). \quad (4.74)$$

İdeal akışkan için etkin dinamik bileşenler Denklemler (4.66), (3.14) ve (4.74)'ten aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\rho^{eff} = -\frac{1}{F}(\rho + \frac{1}{2}(f(R, \Phi, X) - RF)g_{\mu\nu} + \nabla_\nu \nabla_\mu F - g_{\mu\nu} \nabla_\alpha \nabla^\alpha F + \frac{1}{2}H(\nabla_\mu \Phi)(\nabla_\nu \Phi)), \quad (4.75)$$

$$p^{eff} = \frac{1}{Fa^2}(p + \frac{1}{2}(f(R, \Phi, X) - RF)g_{\mu\nu} + \nabla_\nu \nabla_\mu F - g_{\mu\nu} \nabla_\alpha \nabla^\alpha F + \frac{1}{2}H(\nabla_\mu \Phi)(\nabla_\nu \Phi)). \quad (4.76)$$

Denklemler (4.75)-(4.76)'dan etkin yoğunluk ve basınç  $f(R, \Phi, X)$  modeli kısıtlanmaksızın ölçek faktörüne bağlı olarak aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\rho^{eff} = \frac{3H\Phi^2 a^2 + 6\dot{F}a^2 + 12F\ddot{a}a - 6\dot{F}\dot{a}a + 12F\dot{a}^2 + 6\rho a^2(w+1)}{8Fa^2} \quad (4.77)$$

$$p^{eff} = \frac{H\Phi^2 a^2 + 2\dot{F}a^2 - 12F\ddot{a}a - 2\dot{F}\dot{a}a - 12\dot{a}^2 F + 2\rho a^2(w+1)}{8Fa^2} \quad (4.78)$$

Denklemler (4.75)-(4.76)'dan Genel Relativitedeki enerji koşulları ile birlikte düşünülürse tüm  $f(R, \Phi, X)$  modelleri için geçerli genelleştirilmiş  $f(R, \Phi, X)$  teori enerji koşulları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$NEC = \{\rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{H\dot{\Phi}^2 a + 2\ddot{F}a - 2\dot{F}\dot{a} + 2\rho a(w+1)}{2Fa} \geq 0, \quad (4.79)$$

$$WEC = \begin{cases} \rho^{eff} \geq 0, \frac{3H\dot{\Phi}^2 a^2 + 6\ddot{F}a^2 + 12F\ddot{a}a - 6\dot{F}\dot{a}a + 12F\dot{a}^2 + 6\rho a^2(w+1)}{8Fa^2} \geq 0, \\ \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{H\dot{\Phi}^2 a + 2\ddot{F}a - 2\dot{F}\dot{a} + 2\rho a(w+1)}{2Fa} \geq 0, \end{cases} \quad (4.80)$$

$$DEC = \begin{cases} \rho^{eff} \geq 0, \frac{3H\dot{\Phi}^2 a^2 + 6\ddot{F}a^2 + 12F\ddot{a}a - 6\dot{F}\dot{a}a + 12F\dot{a}^2 + 6\rho a^2(w+1)}{8Fa^2} \geq 0, \\ \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{H\dot{\Phi}^2 a + 2\ddot{F}a - 2\dot{F}\dot{a} + 2\rho a(w+1)}{2Fa} \geq 0, \\ \rho^{eff} - p^{eff} \geq 0, \frac{H\dot{\Phi}^2 a^2 + 2\ddot{F}a^2 + 12F\ddot{a}a - 2\dot{F}\dot{a}a + 12F\dot{a}^2 + 2\rho a^2(w+1)}{4Fa^2} \geq 0, \end{cases} \quad (4.81)$$

$$SEC = \begin{cases} \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{H\dot{\Phi}^2 a + 2\ddot{F}a - 2\dot{F}\dot{a} + 2\rho a(w+1)}{2Fa} \geq 0, \\ \rho^{eff} + 3p^{eff} \geq 0, \frac{3H\dot{\Phi}^2 a^2 + 6\ddot{F}a^2 - 12F\ddot{a}a - 6\dot{F}\dot{a}a - 12F\dot{a}^2 + 6\rho a^2(w+1)}{4Fa^2} \geq 0. \end{cases} \quad (4.82)$$

Bu koşullar, radyasyonun baskın olduğu, maddenin baskın olduğu ve karanlık enerjinin baskın olduğu evrenin ivmeli genişleme dönemleri için özelleştirilebilir.

(i) Kuvvet Yasası Kozmolojileri

Durum denklemi ve  $f(R, \Phi, X)$  teorisinin genelleştirilmiş Starobinsky-tipi hibrit modelini Denklemler (4.71)-(4.73)'deki alan denklemleriyle birlikte kullanarak, aşağıdaki gibi radyasyon ve maddenin egemen olduğu evrenin ortak bir çözümünü elde ederiz:

$$a(t) = C_0 t^n, \quad (4.83)$$

$$\rho(t) = \frac{p(t)}{w} = \frac{\eta m^{2\eta} C_0^{-2(1+\eta)} C_1 C_2^{2\eta} t^{-2(\eta n - \eta m + \eta - n)} + 4n t^{-2} + 144(2n^2 - n)t^{-4}}{2(w+1)}, \quad (4.84)$$

$$\Phi(t) = C_2 t^m, \quad (4.85)$$

$$H(t) = -\eta m^{2(\eta-1)} C_0^{-2(\eta+1)} C_1 C_2^{2(\eta-1)} t^{-2(\eta n - \eta m + \eta - n + m - 1)}, \quad (4.86)$$

$$N(t) = \eta m^{2\eta-1} C_0^{-2(\eta-1)} C_1 C_2^{2\eta-1} t^{-2\eta n + 2\eta m - 2\eta + 2n - m} [(2\eta - 1)(n - m + 1) - 4n]. \quad (4.87)$$



$f(R, \Phi, X)$  teorisindeki kuvvet yasası kozmolojileri için enerji koşulları Denklemler (4.83)-(4.87) ve Denklemler (4.79)-(4.82)'den aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$NEC = \{\rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{2n}{t^2} \geq 0, \quad (4.88)$$

$$WEC = \begin{cases} \rho^{eff} \geq 0, \frac{3n^2}{t^2} \geq 0, \\ \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{2n}{t^2} \geq 0, \end{cases} \quad (4.89)$$

$$DEC = \begin{cases} \rho^{eff} \geq 0, \frac{3n^2}{t^2} \geq 0, \\ \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{2n}{t^2} \geq 0, \\ \rho^{eff} - p^{eff} \geq 0, \frac{6n^2}{t^2} - \frac{2n}{t^2} \geq 0, \end{cases} \quad (4.90)$$

$$SEC = \begin{cases} \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, \frac{2n}{t^2} \geq 0, \\ \rho^{eff} + 3p^{eff} \geq 0, -\frac{6n^2}{t^2} + \frac{6n}{t^2} \geq 0. \end{cases} \quad (4.91)$$

(ii) Karanlık Enerji Baskın Dönem

Durum denklemi ve  $f(R, \Phi, X)$  teorisinin genelleştirilmiş Starobinsky-tipi hibrit modelini Denklemler (4.71)-(4.73)'deki alan denklemleriyle birlikte kullanarak, aşağıdaki gibi son dönem ivmeli genişleyen evrenin ortak bir çözümünü elde ederiz:

$$a(t) = C_3 e^{C_4 t}, \quad (4.92)$$

$$\rho(t) = \frac{p(t)}{w} = \frac{\eta m^{2\eta} C_3^{2(1-\eta)} C_5 C_6^{2\eta} t^{2\eta(m-1)} e^{2C_4 t(1-\eta)}}{2(w+1)}, \quad (4.93)$$

$$\Phi(t) = C_6 t^m, \quad (4.94)$$

$$H(t) = -\eta m^{2(n-1)} C_3^{2(1-\eta)} C_5 C_6^{2(\eta-1)} t^{-2(-\eta m + \eta + m - 1)} e^{2C_4 t(1-\eta)}, \quad (4.95)$$

$$N(t) = \eta m^{2\eta-1} C_3^{2(1-\eta)} C_5 C_6^{2\eta-1} t^{2\eta m - 2\eta - m} e^{2C_4 t(1-\eta)} [(2\eta - 1)(C_4 t - m + 1) - 4C_4 t]. \quad (4.96)$$

$f(R, \Phi, X)$  teorisindeki karanlık enerjinin baskın olduğu dönem için enerji koşulları Denklemler (4.92)-(4.96) ve Denklemler (4.79)-(4.82)'den aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$NEC = \{\rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, 0 \geq 0, \quad (4.97)$$

$$WEC = \begin{cases} \rho^{eff} \geq 0, 3C_4^2 \geq 0, \\ \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, 0 \geq 0, \end{cases} \quad (4.98)$$

$$DEC = \begin{cases} \rho^{eff} \geq 0, 3C_4^2 \geq 0, \\ \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, 0 \geq 0, \\ \rho^{eff} - p^{eff} \geq 0, 6C_4^2 \geq 0, \end{cases} \quad (4.99)$$

$$SEC = \begin{cases} \rho^{eff} + p^{eff} \geq 0, 0 \geq 0, \\ \rho^{eff} + 3p^{eff} \geq 0, -6C_4^2 \geq 0. \end{cases} \quad (4.100)$$

## BEŞİNCİ BÖLÜM BÖLÜM

### SONUÇ VE ÖNERİLER

#### 5.1. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Schwarzschild Tipi Karadelikler ile İlgili Sonuç ve Öneriler

Bu kısımda  $f(R, \Phi, X)$  teoride Schwarzschild karadelikleri ideal akışkan maddesi ile incelenmiştir.  $f(R, \Phi, X)$  teoride ideal akışkan barındıran statik küresel simetrik Schwarzschild uzay-zamanında alan denklemleri elde edilmiştir. Denklemler (4.7)-(4.10)'da sunulduğu üzere  $f(R, \Phi, X)$  teori vakum durumu haricinde Schwarzschild tipi karadelik çözümünü de mümkün kılmaktadır. Bu sonuç bilinen ve Schwarzschild tarafından yapılan, Einstein'ın Genel Relativitesi dikkate alınarak elde ettiği ilk çözümden farklı bir bulgudur. Fakat alternatif gravitasyon teorilerinin davranışı gereği, gravitasyon teorisinin temel dayanağı olan ek fonksiyonların alan denklemlerinin yapısını değiştirdiği bilinmektedir. Bu yüzden Einstein Genel Relativitesinde elde edilen uzay-zaman geometrileri bu temel teorideki madde kaynaklarından farklı kaynaklar tarafından da desteklenebilmektedir. Bu çalışma,  $f(R, \Phi, X)$  teori kapsamında ele alınan ideal akışkan maddesinin Schwarzschild Karadelğine kaynaklık edebileceğini göstermiştir. Benzer şekilde Bhadra ve Sarkar (2005) da sıfırdan farklı bir skaler alanın Brans-Dicke teori kapsamında bu tür uzay-zaman geometrisinin elde edilebileceğini göstermişlerdir. Diğer yandan Cruz-Dombriz ve ark. (2009) ve Cognola ve ark. (2005)  $f(R)$  teori kapsamında sıfırdan farklı skaler alan dikkate alarak Schwarzschild Karadelği geometrisi elde etmişlerdir. Dolayısı ile bu çalışmada görülmüştür ki  $f(R, \Phi, X)$  teoriye göre ideal akışkan varlığında teorinin etkin enerji-momentum tensörü vakum gibi davranabilir.

$f(R, \Phi, X)$  teoride sık kullanılan denklemler (4.3)-(4.5) ile verilen Brans-Dicke limiti altında çözümlerin vakum yaklaşıklığında,

$$\Phi = C5, \quad (5.1)$$

$$F = \frac{\Phi}{8\pi}, \quad (5.2)$$

$$N = \frac{v}{4\pi\Phi}, \quad (5.3)$$

$$H = \frac{R}{8\pi} - \frac{vX}{4\pi\Phi^2}, \quad (5.4)$$

$$p \rightarrow 0 \text{ ve } \rho \rightarrow 0 \quad (5.5)$$

olduğu görülmektedir. Çözümlerde  $\Phi$  skaler alanının sabit olması limit durumunda, kozmolojik sabitli ve vakum durumundaki Einstein Genel Relativitesi ile eşdeğer sonuçların sağlandığını göstermektedir. Bu durum çalışmada elde edilen bulguların uygun limit durumlarında beklenen çözümlere indirgendini göstermekte ve dolayısıyla  $f(R, \Phi, X)$  teorinin tutarlı ve dikkate alınması gereken güçlü bir alternatif gravitasyon teorisi olduğu fikrini desteklemektedir.

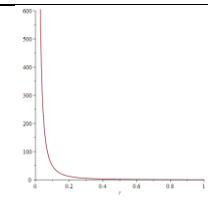
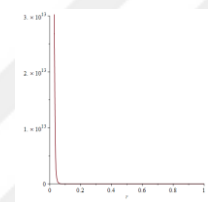
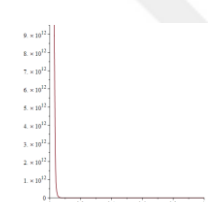
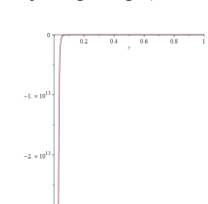
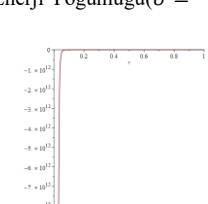
## 5.2. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Konformal Küresel Simetrik Akışkan Dağılımı ile İlgili Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada  $f(R, \Phi, X)$  Teoride konformal simetrik uzay-zaman geometrileri ve bu uzay-zamanı dolduran ideal akışkan dağılımı araştırılmıştır. Modele ait  $f(R, \Phi, X)$  Teori alan denklemleri ve çözümleri elde edilmiştir. Statik küresel simetrik uzay-zamanlar için konformal simetri bilindiği üzere denklemler (4.17)-(4.18)'deki formda elde edilir (Herrera ve ark., 1984). Küresel simetrik uzay-zaman geometrisi gereğince çözümlerdeki  $C_6$  ve  $C_7$  sabitleri sıfırdan farklı olmalıdır. Ayrıca benzer şekilde denklem (4.17) ve denklem (4.27)'den görüldüğü üzere  $r = 0$  ve  $r = \infty$  durumlarında metrik potansiyeller merkez ve sonsuz tekilliklerine sahiptir. Küresel simetrik dağılımlarda uzay-zamanı dolduran maddenin merkez ve sonsuz tekilliğe sahip olması normal madde dağılımları için yaygın karşılaşılan ve beklenen bir durumdur. Denklem (4.30)'dan görüldüğü üzere ideal akışkanın basınç ve yoğunlukları  $w = -1$  değerinde tanımsız olmaktadır ki bu durum akışkanın karanlık enerji olarak dikkate alınamayacağını göstermektedir. Dolayısıyla,  $f(R, \Phi, X)$  Teoriye göre konformal simetrik ideal akışkan dolu statik küresel simetrik uzay-zamanlarda kaynak madde egzotik bir madde olan karanlık enerji olamaz. Diğer taraftan elde edilen çözümlerden  $w < 0$  ve  $w \neq -1$  koşulunu sağlayan hayalet enerji, domain wall veya Chaplygin gaz gibi farklı egzotik madde formları kaynak madde olabileceği görülmektedir. Tablo 1'de

çözümlerden elde edilen akışkan yoğunluğunun radyal koordinata göre değişimi verilmektedir.

Tablo 1

*Akışkan Yoğunluğunun U ve w parametrelerinin farklı değerleri için radyal koordinata göre değişimi*

U Parametresi	w Parametresi	Akışkan Yoğunluğu	Akışkan Yoğunluğu Grafiği
$U = 0$	$w > 0$	$\rho = \frac{1}{2r^2}$	
$U > 0$	$w < 0$	$\rho = \frac{3(r^6 - 4r^4 - 12)}{2r^8}$	Şekil 1. Enerji Yoğunluğu ( $U = 0, w = 1, C_6 = 1, C_7 = 1$ ). 
$U > 0$	$w > 0$	$\rho = \frac{r^6 - 4r^4 - 12}{2r^8}$	Şekil 2. Enerji Yoğunluğu ( $U = 1, w = -\frac{1}{3}, C_6 = 1, C_7 = 1$ ). 
$U < 0$	$w < 0$	$\rho = \frac{3(r^6 - 4r^4 - 12)}{2r^8}$	Şekil 3. Enerji Yoğunluğu ( $U = 1, w = 1, C_6 = 1, C_7 = 1$ ). 
$U < 0$	$w > 0$	$\rho = \frac{r^6 - 4r^4 - 12}{2r^8}$	Şekil 4. Enerji Yoğunluğu ( $U = -1, w = -\frac{1}{3}, C_6 = 1, C_7 = 1$ ). 
			Şekil 5. Enerji Yoğunluğu ( $U = -1, w = 1, C_6 = 1, C_7 = 1$ ).

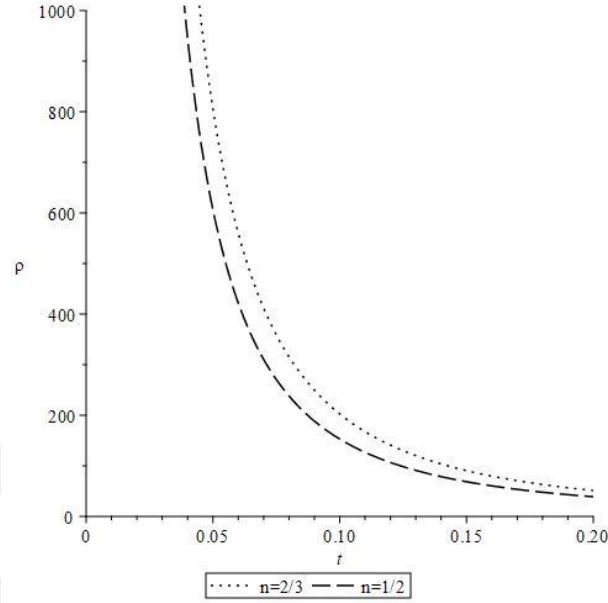
Tablo 1’de görüldüğü üzere  $U$  parametresinin sıfır, negatif veya pozitif seçimleri dikkate alınan akışkanın pozitif veya negatif enerji yoğunluğuna sahip olmasını etkiler. Normal maddeler için Enerji yoğunluğunun  $\rho > 0$  koşulunu sağlaması beklenmektedir. Tablo 1’de yer alan Şekil 4 ve Şekil 5’den görüleceği üzere  $U$  parametresinin negatif değerlerinde enerji yoğunluğu da negatif olmaktadır. Dolayısıyla bu çalışma kapsamında elde edilen sonuçlardan birisi de  $f(R, \Phi, X)$  Teori kapsamında konformal ve küresel simetrik uzay-zamanı dolduran ideal akışkan maddesinin ancak  $U > 0$  durumunda kabul edilebilir madde formuna izin verdiği şeklindedir. Denklem (4.26)’ya göre başlangıç skaler alanının tanımlı olabilmesi için ya  $\sigma = 0$  ya da  $r_0 = d$  koşullarının sağlanması gerekmektedir. Elde edilen sonuçlardan görüldüğü üzere, başlangıç skaler alanının sıfır olması, denklemler (4.28)-(4.29)’da verilen  $H$  ve  $N$  fonksiyonlarını da tekilliğe götürecektir. Bu çalışmada dikkate alınan model için  $f(R, \Phi, X)$  Teoride elde edilen çözümlerin  $f(R)$  Teori limitine düşmemesi için başlangıç skaler alanın sıfırdan farklı olmalı dolayısıyla  $\sigma = 0$  ya da  $r_0 = d$  koşulları sağlanmalıdır.

### 5.3. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Statik Olmayan FLRW Evreni ile İlgili Sonuç ve Öneriler

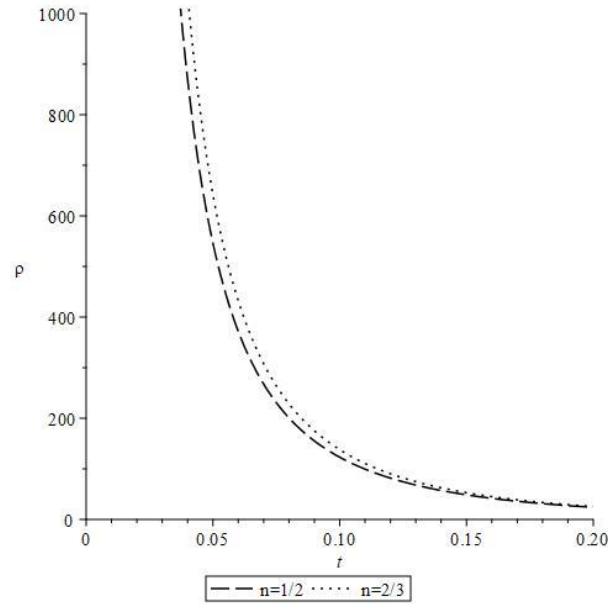
$a(t)$  ölçek faktörü erken genişleme dönemi için,  $a(t) \propto t^n$  olarak zamanın pozitif kuvvetleriyle doğru orantılı olmalıdır. Burada,  $n = \frac{2}{3}$  madde baskın genişleme dönemine,  $n = \frac{1}{2}$  ise radyasyon baskın genişleme dönemine karşılık gelir.

Denklem (4.42)’den görüldüğü gibi  $F(R)$  fonksiyonu sabit olarak elde edilmektedir. Bu,  $f(R, \Phi, X)$  için Ricci skalerine birinci dereceden bağımlı bir fonksiyonu işaret eder.  $f(R, \Phi, X) = f_0 R + f_1 X^q - V(\Phi)$  modeli birlikte ele alındığında, elde edilen çözümün  $\Phi \rightarrow 0$  ve  $X \rightarrow 0$  limitinde  $f(R)$  teori için  $\Lambda - CDM$  modeline indirgenebileceği anlaşılmaktadır. Öte yandan  $\alpha, \beta, C_i, k, n, \varepsilon$  sabitlerinin tanım aralıklarına göre  $\rho$  ve  $p$  dinamik bileşenlerinin farklı özelliklerde dağılımlar gösterdiği görülmektedir. Denklem (4.40)’dan  $w = -1$  durumunda tekilliğin varlığı açıktır. Literatürde karanlık enerji ile ilgili evrenin erken aşamalarından itibaren eşdeğer miktarda taşındığı dikkate alınmaktadır (Nojiri ve Odintsov, 2011).  $f(R, \Phi, X)$  teoriye göre,  $f(R, \Phi, X) = f_0 R + f_1 X^q - V(\Phi)$  modeli dikkate

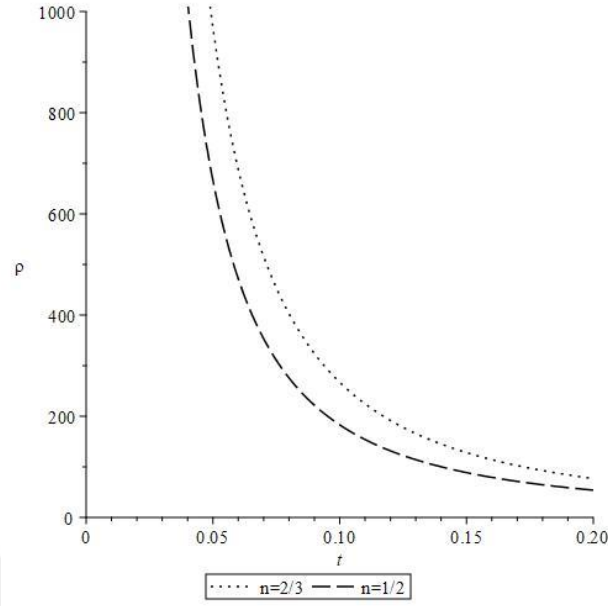
alındığında,  $w = -1$  olan egzotik bir enerji ancak erken evrelerde var olabilir. Ayrıca enerji yoğunluğunun zamanla değişimi Şekiller 6-8'de verilmiştir.



Şekil 6. Erken Evrende Elde Edilen Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $k = C_{11} = 0$ ,  $\varepsilon = \alpha = C_8 = C_9 = C_{10} = 1$ ,  $\beta = -1$ ,  $w = -\frac{1}{3}$ ).



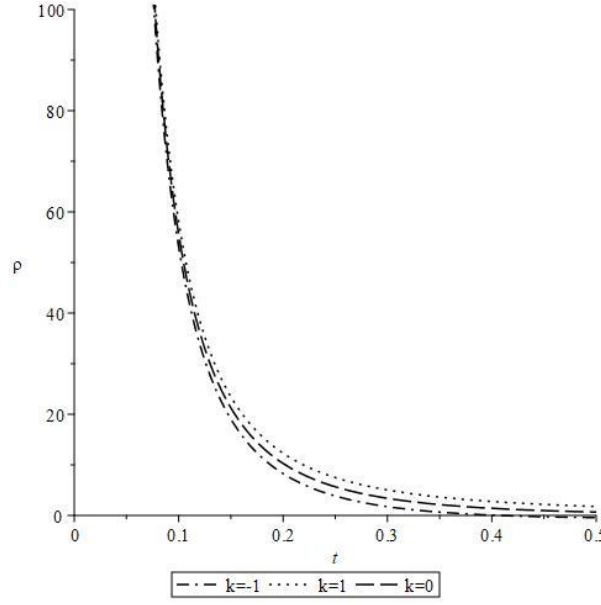
Şekil 7. Erken Evrende Elde Edilen Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $k = -1$ ,  $\varepsilon = \alpha = C_8 = C_9 = C_{10} = 1$ ,  $C_{11} = 0$ ,  $\beta = -1$ ,  $w = -\frac{1}{3}$ ).



Şekil 8. Erken Evrende Elde Edilen Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $k = 1, \varepsilon = \alpha = C_8 = C_9 = C_{10} = 1, C_{11} = 0, \beta = -1, w = -\frac{1}{3}$ ).

Şekiller 6-8'den görülebileceği gibi enerji yoğunluğu zamanla azalmaktadır. Ayrıca,  $n = \frac{1}{2}$  olduğundaki azalmanın  $n = \frac{2}{3}$  durumuna göre daha hızlı olduğu görülmektedir. Denklemler (4.47)-(4.52)'de verilen fonksiyonlar erken evren dönemindikilerle benzer iken, ideal akışkanın dinamik bileşenleri farklı dağılımlar göstermektedir. Denklem (4.48)'den de görüleceği gibi bu durumda da  $w = -1$  tekilliği mevcuttur. Ayrıca sonlu basınç ve yoğunluk bileşenleri için  $H_0$  parametresinin de sıfırdan farklı bir değer alması gerekmektedir.  $\varepsilon = \alpha = C_8 = C_{10} = 1, C_9 = C_{12} = 0, \beta = -1, w = -\frac{1}{3}, H_0 = 1$  şeklindeki sabit seçimleri için enerji yoğunluğunun değişimi Şekil 9'da verilmiştir. Denklem (4.48)'den de görülebileceği gibi, pozitif veya negatif  $w$  sabiti, basıncı etkiler ve beklendiği gibi enerji yoğunluğunu değiştirmez. Ayrıca, FLRW kozmolojileri için  $k$  sabiti değerleri, Şekil 9'da görülebileceği gibi, enerji yoğunluğunun artan veya azalan doğasını sadece artma veya azalma miktarında değişim yaratacak biçimde etkiler.





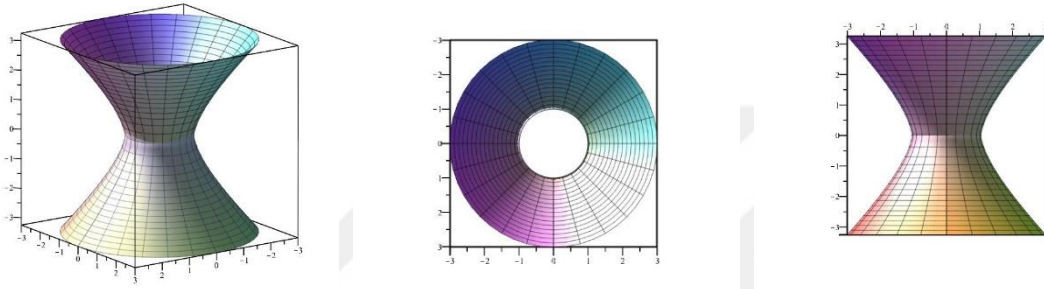
Şekil 9. Evren Son Dönem Genişlemesinde Enerji Yoğunluğunun Değişimi ( $\varepsilon = \alpha = C_8 = C_{10} = 1$ ,  $C_9 = C_{12} = 0$ ,  $\beta = -1$ ,  $w = -\frac{1}{3}$ ,  $H_0 = 1$ ).

Elde edilen sonuçların beklenen durumlarla uyum içinde olması, teorinin ve dikkate alınan  $f(R, \Phi, X) = f_0 R + f_1 X^q - V(\Phi)$  modelinin tutarlı bir yerçekimi teorisi ve modeli olduğunu ve dikkate değer araştırmaların artırılması gerektiğini desteklemektedir.

#### 5.4. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri ile İlgili Sonuç ve Öneriler

Kurtdeliklerinin geçilebilirliği boğaz yarıçapı ve embed diagramlarına bakılarak yorumlanabilir. Kurtdeliği çizgi elemanı, üç-boyutlu düz silindirik simetrik uzay-zaman ile  $\theta = \frac{\pi}{2}$  düzleminde ve sabit bir  $t_0$  anında denkleşir. Dolayısıyla silindirik koordinatların z-ekseni ile küresel koordinatların radyal koordinat değişkenleri arasında  $z(r) = \int \sqrt{\frac{b(r)}{r-b(r)}} dr$  bulunur (Ulu Doğru ve Taşer, 2015). Burada  $b(r)$  kurtdeliğinin şekil fonksiyonudur. Bu çalışmada şekil fonksiyonunun özel durumları için embed diagramları ve elde edilen kurtdeliği geometrileri incelenmektedir.

Sıfır radyal tedirginlikli kurtdelekleri, Kuhfittig (2014) ve Visser (1996) tarafından farklı zamanlarda araştırılan ve Hayward karadelikleri ile ilişkilendirilen bir kurtdeliği türüdür. Karadeliklerdeki tekilliğin kurtdeliğinin madde kaynağının kütlesine dönüşebileceğini gösteren çalışmalarla önem kazanan sıfır yoğunluklu kurtdeleklerinin şekil fonksiyonu  $b(r) = r_0$ 'dır. Burada  $r_0$ , kurtdeliğinin minimum boğaz yarıçapını gösterir. Denklem (4.55)'de verilen şekil fonksiyonu  $b(r) = r_0$  olarak ele alındığında elde edilen kurtdeliği geometrisi Şekil 10'da verilmektedir.



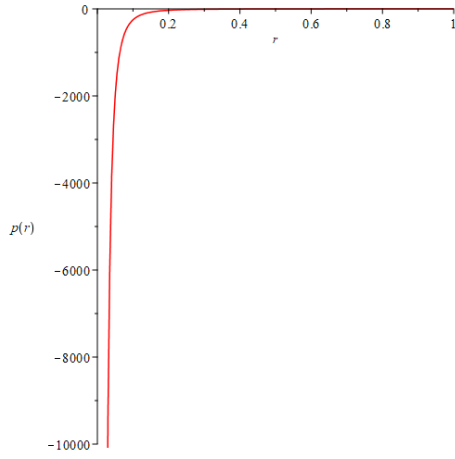
(a) Genel Görünüm

(b) Üstten Görünüm

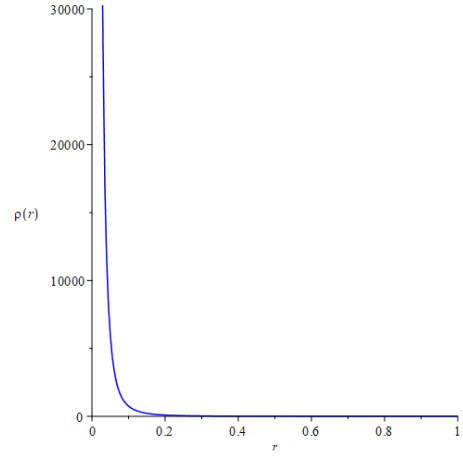
(c) Yandan Görünüm

Şekil.10.  $b(r) = r_0$  Durumundaki Sıfır Yoğunluklu Kurtdelekleri ( $C_{13} = 1$ ).

Bu durumda Denklem (4.65) ile verilen yoğunluk ve basınç sırasıyla  $\rho(r) = \frac{C_{13}r_0}{2r^3(w+1)}$  ve  $p(r) = \frac{wC_{13}r_0}{2r^3(w+1)}$  olmaktadır.  $w$ 'nin pozitif ve negatif değerleri için  $b(r) = r_0$  durumunda akışkan ile dolu, sıfır radyal tedirginlikli kurtdeleklerinin basınç ve enerji yoğunluğu değişiklikleri Şekil 11 ve Şekil 12'de gösterilmektedir.

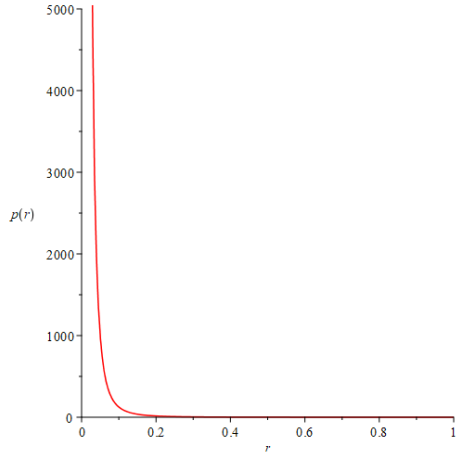


(a)

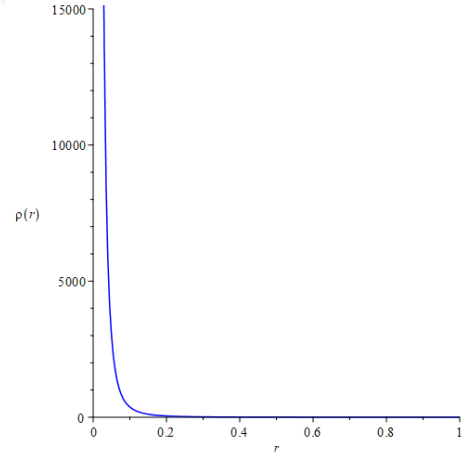


(b)

Şekil.11.  $b(r) = r_0$  Durumundaki Sıfır Yoğunluklu Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu ( $C_{13} = 1$   $w = -\frac{1}{3}$ ).



(a)

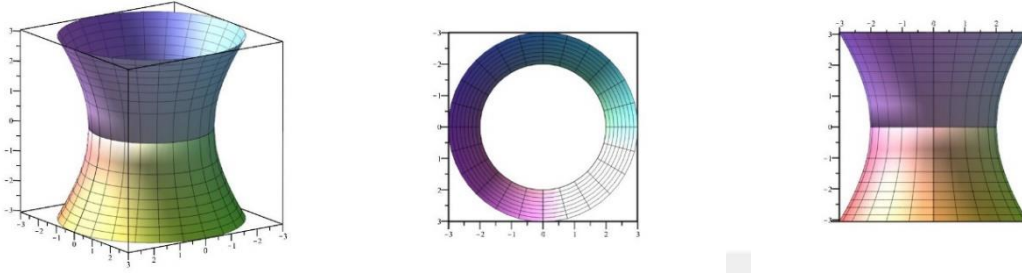


(b)

Şekil.12.  $b(r) = r_0$  Durumundaki Sıfır Yoğunluklu Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu ( $C_{13} = 1$   $w = \frac{1}{3}$ ).

Visser-Kar-Dadhich modeli, geçilebilir kurt delikleri oluşturmak için az miktarda egzotik madde kullanır (Visser ve ark., 2003). Ele alınan tüm modeller, özel Schwarzschild Karadeliği modelleridir (Visser ve ark., 2003). Visser-Kar-Dadhich kurt deliklerinin şekil

fonksiyonu  $b(r) = 2m$  olarak tanımlanmıştır. Burada  $m$ , egzotik madde ile dolan kurtdeğinin kütesini gösterir. Şekil fonksiyonunu  $b(r) = 2m$  olarak ele aldığımızda denklem (4.65)'den elde edilen kurtdeğinin geometrisi Şekil 13'de verilmiştir.



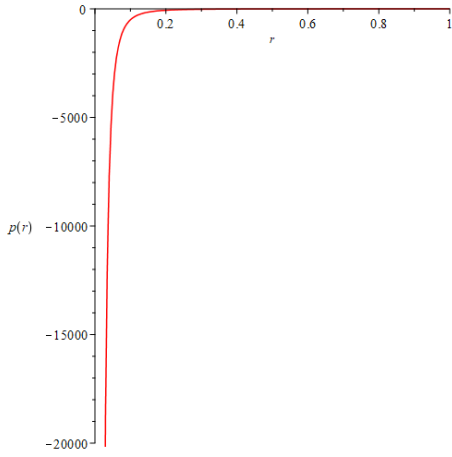
(a) Genel Görünüm

(b) Üstten Görünüm

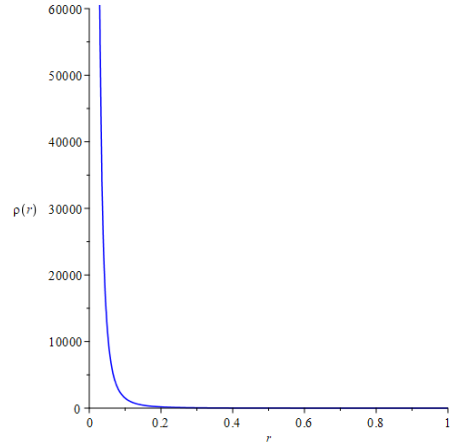
(c) Yandan Görünüm

Şekil.13.  $b(r) = 2m$  Durumdaki Visser-Kar-Dadhich Kurtdeğikleri, ( $C_{13} = 1$ ).

Bu durumda denklem (4.65) ile verilen yoğunluk ve basınç sırasıyla  $\rho(r) = \frac{2mC_{13}}{2r^3(w+1)}$  ve  $p(r) = \frac{w2mC_{13}}{2r^3(w+1)}$  olmaktadır.  $w$ 'nin pozitif ve negatif değerleri için  $b(r) = 2m$  durumunda akışkan ile dolu Visser-Kar-Dadhich kurtdeğiklerinin basınç ve enerji yoğunluğu değişiklikleri Şekil 14 ve Şekil 15'de gösterilmektedir.

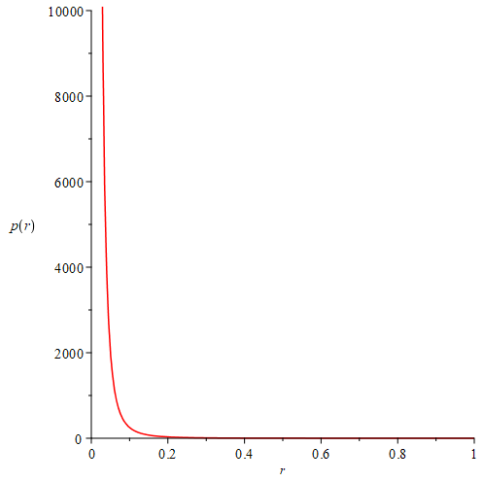


(a)

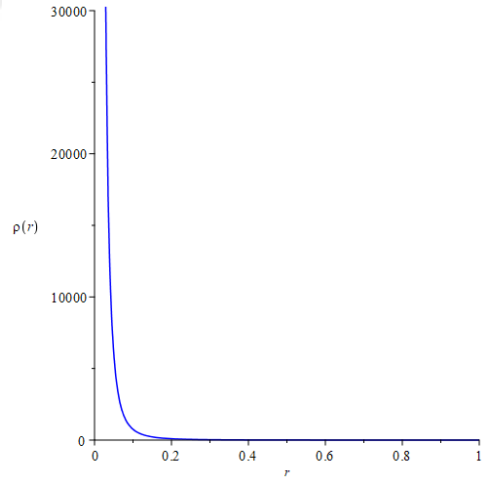


(b)

Şekil. 14.  $b(r) = 2m$  Durumundaki Visser-Kar-Dadhich Kurtdeliklerinin (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $C_{13} = 1$   $w = -\frac{1}{3}$ ).



(a)

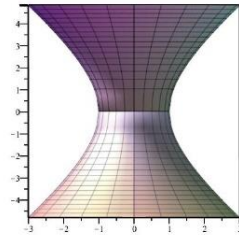
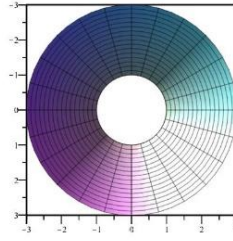
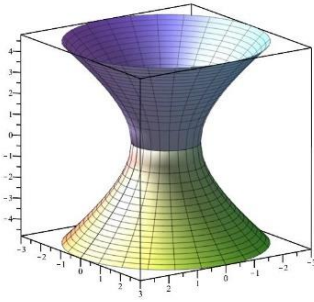


(b)

Şekil. 15.  $b(r) = 2m$  Durumundaki Visser-Kar-Dadhich Kurtdeliklerinin (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $C_{13} = 1$   $w = \frac{1}{3}$ ).

Diğer taraftan daha genel bir form olarak radyal koordinat ile üstel artan bir şekil fonksiyonu düşünülebilir. Radyal koordinatın üssü, ortaya çıkan kurtdeliğinin geçilebilir

olup olmadığını doğrudan etkiler (Morris ve Thorne, 1988). Şekil fonksiyonunu  $b(r) = r^n$  ve  $0 < n < 1$  olarak ele aldığımızda elde edilen kurtdeliği geometrisi Şekil 16'da verilirken, kurtdeliğinin şekil fonksiyonunu  $b(r) = r^n$  ve  $1 < n$  olarak ele aldığımızda elde edilen bir diğer kurtdeliği geometrisi Şekil 17'de verilmektedir.

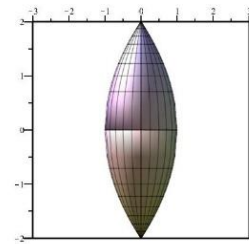
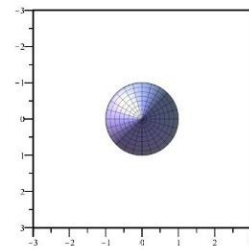
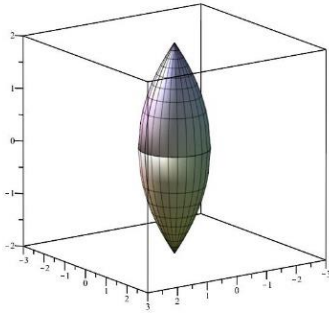


(a) Genel Görünüm

(b) Üstten Görünüm

(c) Yandan Görünüm

Şekil.16.  $b(r) = r^n$  Durumunda Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri, ( $C_{13} = 1, n = \frac{1}{2}$ ).



(a) Genel Görünüm

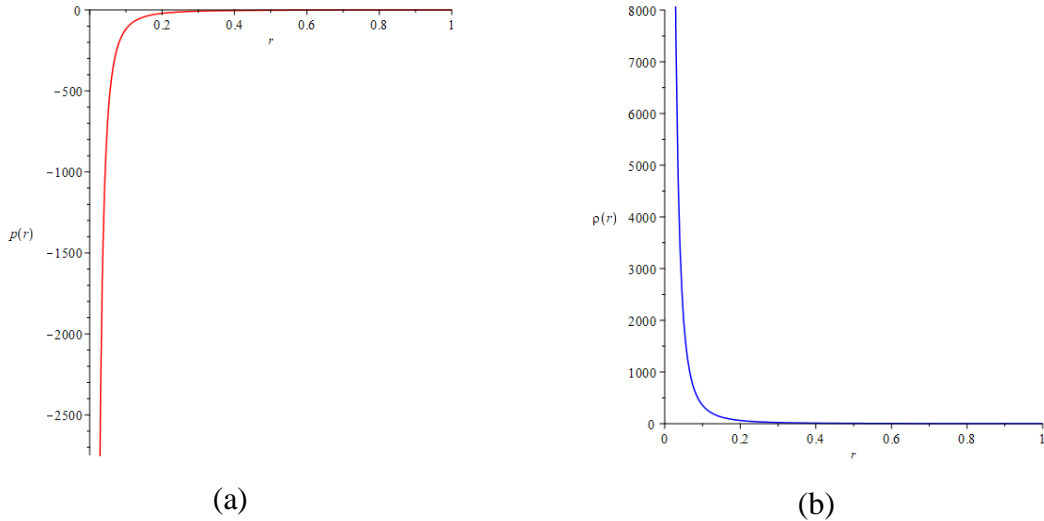
(b) Üstten Görünüm

(c) Yandan Görünüm

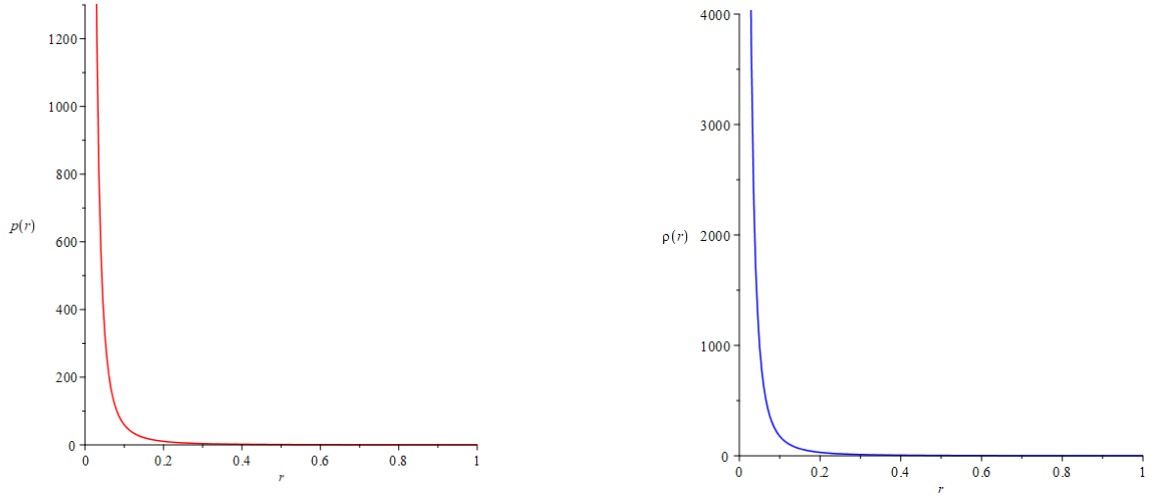
Şekil.17.  $b(r) = r^n$  Durumunda Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdelikleri, ( $C_{13} = 1, n = 2$ ).

Şekil 16'dan da anlaşılacağı gibi, boğaz tekilliği olmaksızın teoremin alan denklemlerini sağlayan genel geçilebilir kurtdeliği modeli mevcuttur. Bu çözüme izin veren geçilebilir kurtdelikleri ayrıca denklemler (4.55)-(4.57)'yi sağlar.  $w < 0$  durumunda geçilebilir bir kurtdeliği modeli olduğu ve durum denklemleri gereğince boğazın egzotik madde ile dolu olduğu açıktır.

Bu durumda denklem (4.65) ile verilen yoğunluk ve basınç sırasıyla  $\rho(r) = \frac{C_{13}r^{n(n+1)}}{2r^{3(w+1)}}$  ve  $p(r) = \frac{wC_{13}r^{n(n+1)}}{2r^{3(w+1)}}$  olmaktadır.  $w$  negatif ise, geçilebilirliği destekleyen egzotik maddeyi gösteren basınç ve enerji yoğunluğu değişimi Şekil 18'de gösterilmektedir. Bu tür bir kurtdeliği modelinin, geçilebilirlik koşullarını sağlayan şekil fonksiyonu nedeniyle sadece  $0 < n < 1$  aralığında  $w < 0$  için geçerli olabileceği anlaşılmaktadır. Öte yandan,  $w$  pozitif ise, geçilebilirliği ihlal eden normal maddeyi gösteren basınç ve enerji yoğunluğu değişimi Şekil 19'de gösterilmektedir. Bu tür bir kurtdeliği modelinin, şekil fonksiyonunun geçilebilirlik koşullarını ihlal etmesi için sadece  $w > 0$  için  $1 < n$  aralığında geçerli olabileceği anlaşılmaktadır.



Şekil. 18.  $b(r) = r^n$  Durumundaki Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $w = -\frac{1}{3}$ ,  $n = \frac{1}{2}$ ).



Şekil. 19.  $b(r) = r^n$  Durumdaki Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurtdeliklerinde (a) Basınç ve (b) Enerji Yoğunluğu, ( $w = \frac{1}{3}$ ,  $n = 2$ ).

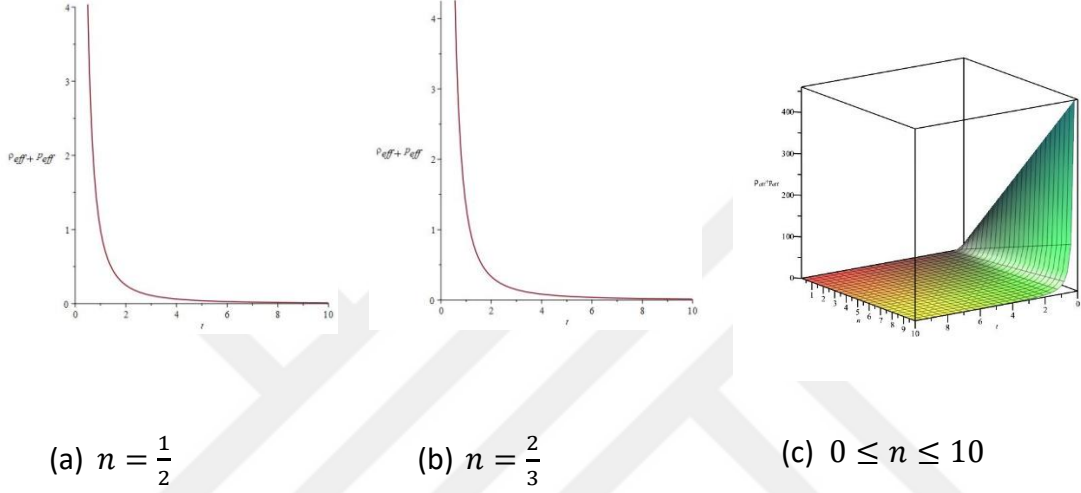
Bu çalışmada, evrendeki iki bağımsız bölgeyi bir tüp ile birbirine bağladığı düşünülen kurtdelikleri dikkate alınmıştır. Sıfır Yoğunluklu Kurtdeliklerinin kaynağı olarak kabul edilen akışkan dağılımı,  $f(R, \Phi, X)$  teorisi kapsamında incelenmiştir. Alan denkleminin elde edilen çözümleri, geçilebilir ve geçilemez kurtdeliği geometrileri için elde edilmiştir. Sonuç olarak,  $f(R, \Phi, X)$  teorisi, egzotik maddenin geometrik olarak geçilebilir kurtdelikleri için bir kaynak olarak dağılımına izin verir. Öte yandan, geçilebilirlik özelliğini kaybetmiş kurtdeliği geometrisi için normal maddenin madde kaynağı olabileceğini desteklemektedir. Bu bağlamda  $f(R, \Phi, X)$  teorisinin literatürde daha önce elde edilen çözümleri desteklediği ve tutarlı bir kütleçekimi teorisi olarak kabul edilebileceği fikri desteklenmektedir.

### 5.5. $f(R, \Phi, X)$ Teoride Enerji Koşulları ile İlgili Sonuç ve Öneriler

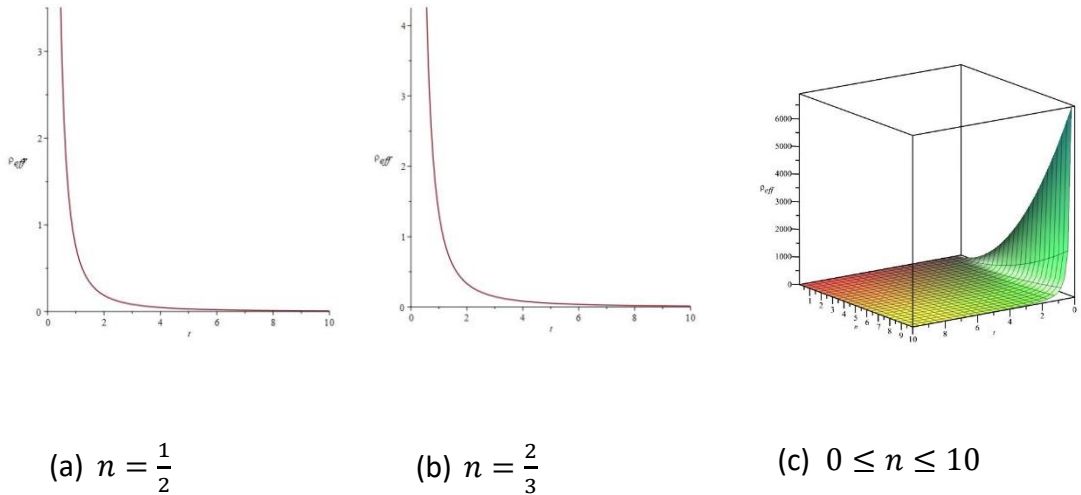
Bu bölümde  $f(R, \Phi, X)$  teorisi çerçevesinde ideal akışkanlı homojen ve izotrop kozmolojiler için alan denklemleri elde edilmiştir. Alan denklemlerinin çözümlerinde, hem  $f(R)$ -sınıfı teorilere indirgemeye, hem de skaler tensör teorileriyle karşılaştırmaya izin veren Starobinsky-tipi ve k-essence tipi hibrit  $f(R, \Phi, X)$  modeli dikkate alınmıştır. Elde edilen alan denklemlerinden  $f(R, \Phi, X)$  teorisindeki etkin enerji momentum tensörü



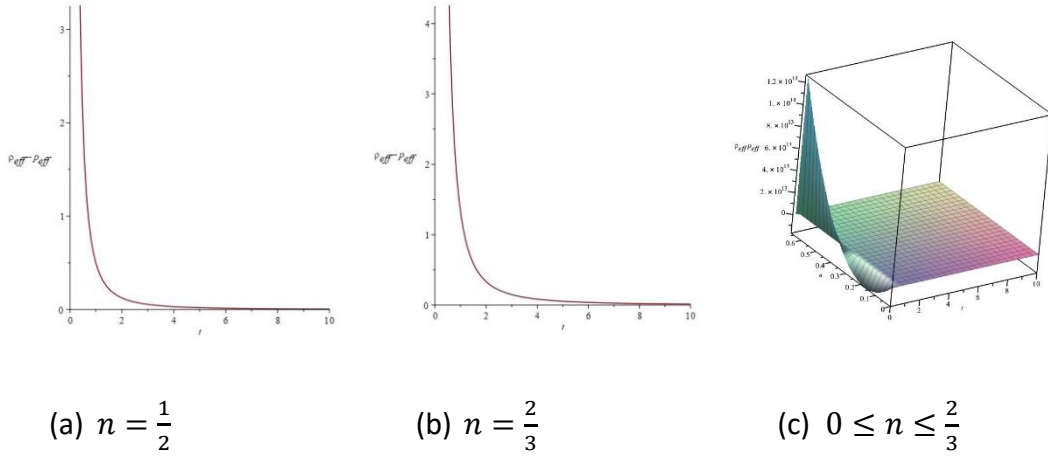
hesaplanmıştır. Ayrıca,  $f(R, \Phi, X)$  teorisinin enerji koşulları etkin enerji ve basınç dikkate alınarak hesaplanmıştır. Tüm  $f(R, \Phi, X)$  modelleri için kısıtlama olmaksızın genelleştirilmiş enerji koşulları sunulmuştur. Radyasyon baskın ve madde baskın dönem için geçerli olan sırasıyla  $n = \frac{1}{2}$  ve  $n = \frac{2}{3}$  durumunda Denklem (4.88)-(4.91) ile verilen enerji koşulları Şekil 20-23'de sunulmaktadır.



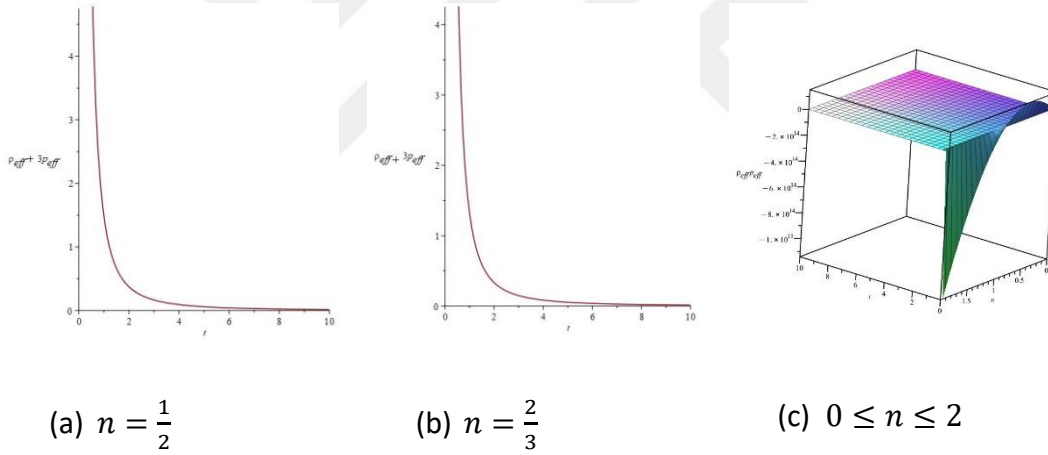
Şekil 20. Enerji Koşulunda NEC ( $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 10$ .



Şekil 21. Enerji Koşulunda WEC ( $\rho_{eff} \geq 0$  ve  $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 10$ .



Şekil 22. Enerji Koşulunda DEC ( $\rho_{eff} \geq 0$  ve  $\rho_{eff} \pm p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 10$ .

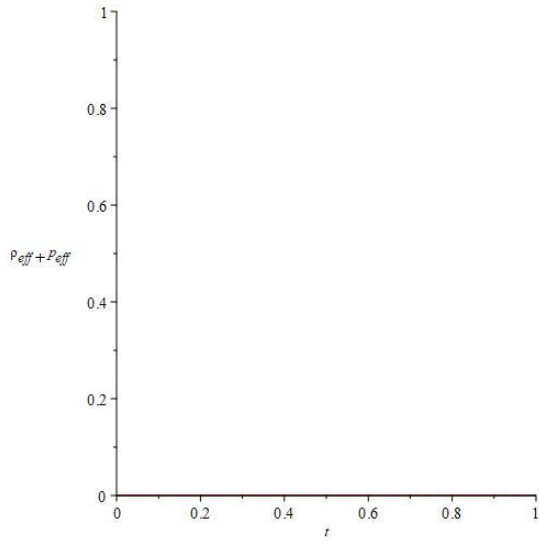


Şekil 23. Enerji Koşulunda SEC ( $\rho_{eff} + 3p_{eff} \geq 0$  ve  $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 10$ .

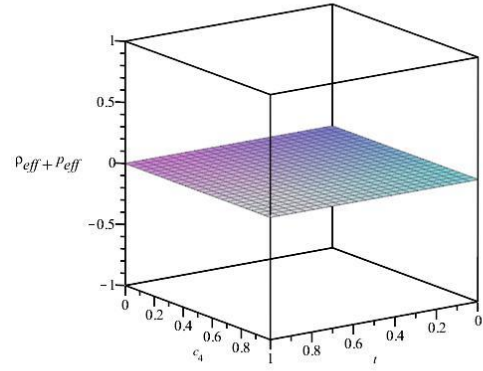
$\rho_{eff} + p_{eff}$  grafikleri sırasıyla Şekil 20a ve Şekil 20b'de radyasyonun baskın olduğu dönem ve maddenin baskın olduğu dönem için verilmiştir. Şekil 20'den, fonksiyonun her iki dönemde de zaman içinde azalma eğilimi gösterdiği ancak her zaman pozitif olduğu açıkça görülmektedir. Dolayısıyla  $f(R, \Phi, X)$  teorisi bağlamında NEC'in her iki dönemde de sağlandığı görülmektedir. Radyasyonun baskın olduğu dönemde ve maddenin baskın olduğu dönemde, ölçek faktörü zamanla artan değerler alır. Dolayısıyla,  $n > 0$ . Ayrıca, kuvvet yasası kozmolojileri için  $n$  parametresi serbest bırakıldığında, NEC'nin hala sağlandığı Şekil 20c ve Denklem (4.88)'den görülebilir. WEC'in sağlanabilmesi için NEC'e ek olarak efektif

yoğunluğun negatif olmaması gerekir. Radyasyonun baskın olduğu ve maddenin baskın olduğu dönemlerde evrenin kozmik maddesi egzotik değildir. Bu nedenle, WEC'in sağlanması beklenir. Denklem (4.89)'dan  $n^2 > 0$  olduğu için etkin yoğunluğun pozitif olduğu görülmektedir. Şekil 21'de yoğunluğun tüm pozitif  $n$  parametresi için pozitif değerler aldığı görülmektedir. Şekil 20 ve Şekil 21, WEC'nin  $f(R, \Phi, X)$  teorisi bağlamında kuvvet yasası kozmolojileri için sağlandığını göstermektedir. Şekil 22'den  $n = \frac{1}{2}$  ve  $n = \frac{2}{3}$  değerleri için  $\rho_{eff} - p_{eff} \geq 0$  olduğu görülmektedir. Ancak Şekil 22c'den bu eşitsizliğin ihlal edildiği durumların olduğu anlaşılmaktadır. Denklem 4.90'dan  $0 < n < \frac{1}{3}$  ile  $a_0 < a(t) < t^{\frac{1}{3}}$  aralığında koşulun geçerli olmadığı açıktır. Bu nedenle radyasyonun baskın olduğu ve maddenin baskın olduğu dönemlerde  $n = \frac{1}{2}$  ve  $n = \frac{2}{3}$  değerleri için DEC sağlanır. Ayrıca karanlık enerji öncesi dönem koşulunun ihlal edildiği ve dolayısıyla geçiş durumlarının da olduğu görülmektedir.  $f(R, \Phi, X)$  teorisinde SEC, radyasyonun baskın olduğu ve maddenin baskın olduğu dönemlerde de sağlanır. Söz konusu koşul Şekil 23a ve 23b'den görülebilir. Ancak  $n > 1$  aralığında, Denklem (4.91)'den de anlaşılacağı üzere SEC sağlanmaz.  $n > 1$  ve  $a(t) \propto t^n |_{n>1}$  sınır değerleri, karanlık enerjinin baskın olduğu döneme geçiş sınırları olarak yorumlanabilir.

Karanlık enerji baskın dönem için geçerli olan Denklem (4.97)-(4.100) ile verilen enerji koşulları Şekil 24-27'de sunulmaktadır.

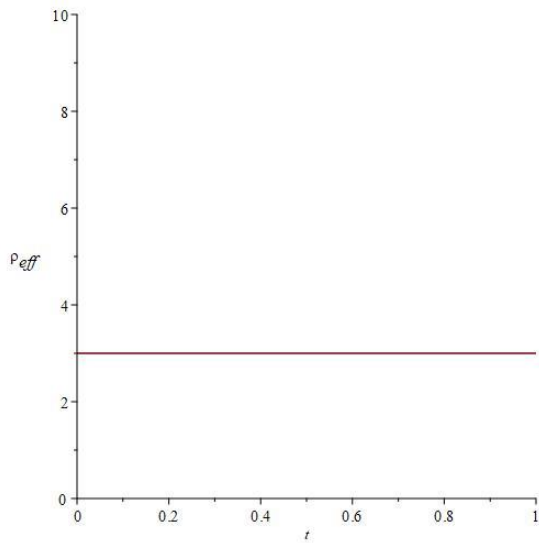


(a)  $C_4 = 1$

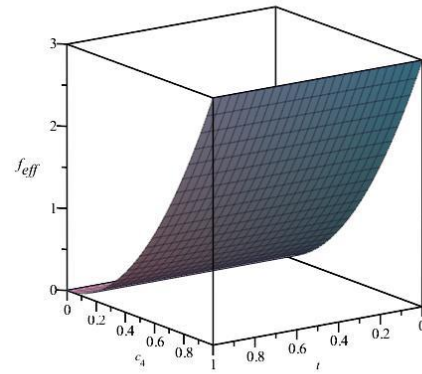


(b)  $0 < C_4 < 1$

Şekil 24. Enerji Koşulunda NEC ( $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 1$ .

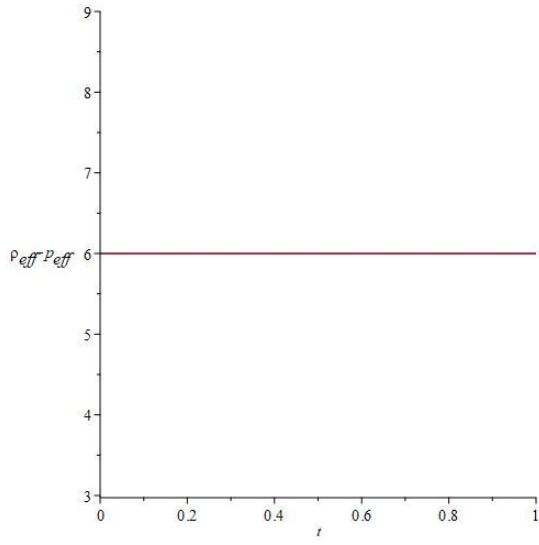


(a)  $C_4 = 1$

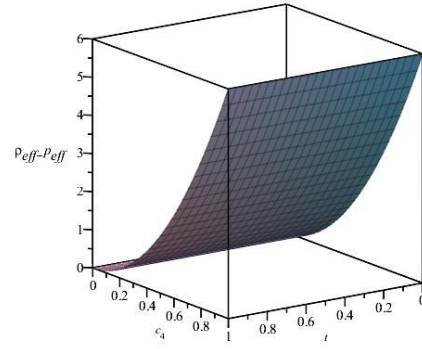


(b)  $0 < C_4 < 1$

Şekil 25. Enerji Koşulunda WEC ( $\rho_{eff} \geq 0$  ve  $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 1$ .

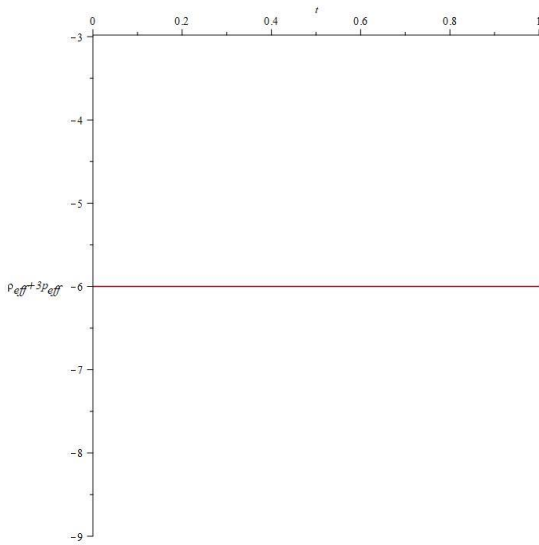


(a)  $C_4 = 1$

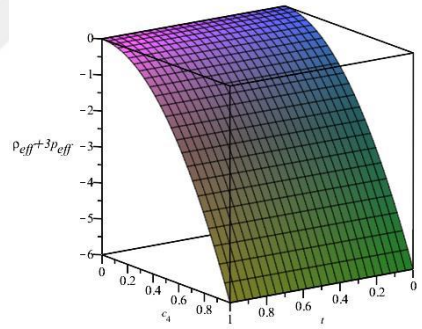


(b)  $0 < C_4 < 1$

Şekil 26. Enerji Koşulunda DEC ( $\rho_{eff} \geq 0$  ve  $\rho_{eff} \pm p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 1$ .



(a)  $C_4 = 1$

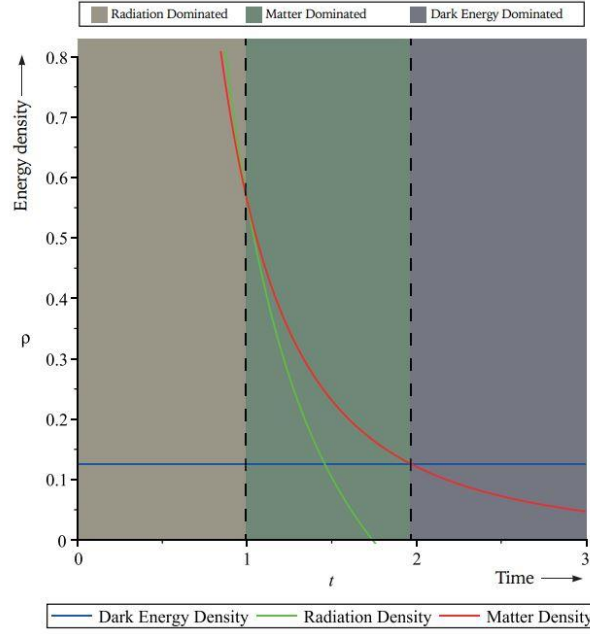


(b)  $0 < C_4 < 1$

Şekil 27. Enerji Koşulunda SEC ( $\rho_{eff} + 3p_{eff} \geq 0$  ve  $\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0$ ),  $0 \leq t \leq 1$ .

Denklemler (4.97)-(4.99)'dan görüldüğü gibi karanlık enerjinin baskın olduğu dönem için NEC, WEC ve DEC her zaman  $f(R, \Phi, X)$  teorisinde sağlanmaktadır.  $C_4$ , Hubble parametresiyle doğru orantılıdır ve gerçek değerler alır. Şekiller 24-26'dan bu koşulların sağlandığı açıkça görülmektedir. Öte yandan,  $C_4 \geq 0$  olması gerektiğinden, SEC her zaman ihlal edilir. Bu sonucun karanlık enerjinin hakim olduğu dönemde olması beklenir (bkz. Şekil 27).

Bu bölümde elde edilen enerji koşulları dikkate alınan  $f(R, \Phi, X)$  modeli için oldukça tutarlı sonuçlar vermektedir. Evrenin genişlemesini incelediğimiz üç farklı dönem için, söz konusu dönemde evreni dolduran kozmik maddenin enerji yoğunluklarının zamanla değişimleri birbirleri ile karşılaştırılabilir. Denklemler (4.83)-(4.87) ile verilen radyasyonun baskın olduğu dönemde ( $n = \frac{1}{2}$ ), maddenin baskın olduğu dönemde ( $n = \frac{2}{3}$ ) ve karanlık enerjinin baskın olduğu dönemde enerji yoğunlukları Şekil 28'de birlikte gösterilmektedir. Şekil 28'den görülebileceği gibi, hibrit  $f(R, \Phi, X)$  modelinin enerji koşulları açısından GR ile tamamen eşleşen sonuçlar vermesi çok önemlidir. Bu koşulların, evrenin genişlemesini incelediğimiz üç farklı dönemde beklendiği gibi elde edilmesi de dikkat çekicidir. Elde edilen sonuçlar  $f(R, \Phi, X)$  teorisinin geçerliliğini desteklemekte ve başarılı bir yerçekimi teorisi olduğunu ortaya koymaktadır. Bu bağlamda  $f(R, \Phi, X)$  teorisinin kapsamlı araştırmalara açık olduğu söylenebilir. Ayrıca  $f(R, \Phi, X)$  teorisi çerçevesinde, herhangi bir  $f(R, \Phi, X)$  modeli için homojen ve izotropik kozmolojilerin etkin yoğunluğu ve basıncı Denklemler (4.75)-(4.76)'da verilmektedir. Ayrıca herhangi bir  $f(R, \Phi, X)$  modeli için NEC, WEC, DEC ve SEC sırasıyla Denklemler (4.79)-(4.82)'de verilmektedir ve bu çalışmada dikkate alınmayan diğer  $f(R, \Phi, X)$  modellerinde incelemeye açıktır.



Şekil 28. Radyasyon, Madde ve Karanlık Enerji Baskın Dönemlerinde Enerji Yoğunluğu.

Sonuç olarak bu tez çalışmasında,  $f(R, \Phi, X)$  Teori kapsamında sırasıyla, Schwarzschild tipi karadelik modeli, konformal küresel simetrik uzay-zamanda akışkan dağılımları, statik olmayan Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) evreninde lineer bir  $f(R, \Phi, X)$  modeli için akışkan dağılımları, kurt delikleri ve  $f(R, \Phi, X)$  Teorinin enerji koşulları araştırılmıştır. Bu araştırmalarda literatürde kabul gören farklı  $f(R, \Phi, X)$  modelleri dikkate alınmıştır. Elde edilen tüm sonuçların gözlemsel veriler ve kabul gören literatür bilgileri ile uyum içinde olması  $f(R, \Phi, X)$  Teorinin tutarlılığı ve geçerliliği ortaya koyan bir sonuç olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bağlamda  $f(R, \Phi, X)$  Teorinin yaygın ve köklü araştırmalara açık bir gravitasyon teorisi olduğu bu tez çalışmasının sonucu olarak söylenebilir.

## KAYNAKÇA

- Adamiak, J. P. (2008). Static and Dynamic Traversable Wormholes. In *The Eleventh Marcel Grossmann Meeting: On Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Gravitation and Relativistic Field Theories (In 3 Volumes)* (pp. 2187-2189).
- Adnan, M., Ayesha, N., Ali, A., & Butt, M. N. (2022). A study of cylindrically symmetric solutions in  $f(R, \phi, X)$  theory of gravity. *The European Physical Journal. C, Particles and Fields.*, 82(2).
- Armendariz-Picon, C., Mukhanov, V., & Steinhardt, P. J. (2000). Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late-time cosmic acceleration. *Physical Review Letters*, 85(21), 4438.
- Asmodelle, E. (2017). Tests of General Relativity: A Review. *arXiv preprint arXiv:1705.04397*.
- Bahamonde, S., Bamba, K., & Camci, U. (2019). New exact spherically symmetric solutions in  $f(R, \phi, X)$  gravity by Noether's symmetry approach. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019(02), 016.
- Bahamonde, S., Böhmer, C. G., Lobo, F. S., & Sáez-Gómez, D. (2015). Generalized  $f(R, \phi, X)$  gravity and the late-time cosmic acceleration. *Universe*, 1(2), 186-198.
- Bamba, K., Geng, C. Q., & Tsujikawa, S. (2010). Equilibrium thermodynamics in modified gravitational theories. *Physics Letters B*, 688(1), 101-109.
- Bamba, K., Geng, C. Q., & Tsujikawa, S. (2011). Thermodynamics in modified gravity theories. *International Journal of Modern Physics D*, 20(08), 1363-1371.
- Bhadra, A., & Sarkar, K. (2005). On static spherically symmetric solutions of the vacuum Brans-Dicke theory. *General Relativity and Gravitation*, 37(12), 2189-2199.
- Buchdahl, H. A. (1970). Non-linear Lagrangians and cosmological theory. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 150(1), 1-8.
- Carroll, S. M. (2004). *An introduction to general relativity: spacetime and geometry*. Addison Wesley, 101, 102.



- Cognola, G., Elizalde, E., Nojiri, S. I., Odintsov, S. D., & Zerbini, S. (2005). One-loop  $f(R)$  gravity in de Sitter universe. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2005(02), 010.
- De Felice, A., Mukohyama, S., & Tsujikawa, S. (2010). Density perturbations in general modified gravitational theories. *Physical Review D*, 82(2), 023524.
- de La Cruz-Dombriz, A., Dobado, A. A. L. M., & Maroto, A. L. (2009). Black holes in  $f(R)$  theories. *Physical Review D*, 80(12), 124011.
- Eardley, D. M. (1974). Self-similar spacetimes: geometry and dynamics. *Communications in Mathematical Physics*, 37(4), 287-309.
- Einstein, A. (1915). Die feldgleichungen der gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, 844-847.
- Einstein, A., & Rosen, N. (1935). The particle problem in the general theory of relativity. *Physical Review*, 48(1), 73.
- Figueiro, M. F., & Saa, A. (2009). Anisotropic singularities in modified gravity models. *Physical Review D*, 80(6), 063504.
- Gonçalves, J. S., & Santos, A. F. (2021). A study on causality in  $f(R, \phi, X)$  theory. *International Journal of Modern Physics A*, 36(02), 2150009.
- Hawking, S. (2009). Galileo and the birth of modern science. *American Heritage's Invention & Technology*, 24(1), 36.
- Hawking, S. W., & Ellis, G. F. (2023). *The large scale structure of space-time*. Cambridge university press.
- Herrera, L., Jimenez, J., Leal, L., Ponce de Leon, J., Esculpi, M., & Galina, V. (1984). Anisotropic fluids and conformal motions in general relativity. *Journal of mathematical physics*, 25(11), 3274-3278.
- Horowitz, W. (1988). The Babylonian map of the world. *Iraq*, 50, 147-165.
- Hwang, J. C. (1990). Cosmological perturbations in generalised gravity theories: formulation. *Classical and Quantum Gravity*, 7(9), 1613.

- Hwang, J. C., & Noh, H. (2002). Cosmological perturbations in a generalized gravity including tachyonic condensation. *Physical Review D*, 66(8), 084009.
- Keskin, A. I. (2018). Inflation and dark energy in  $f(R, X, \phi)$  gravity. *Modern Physics Letters A*, 33(36), 1850215.
- Kontou, E. A., & Sanders, K. (2020). Energy conditions in general relativity and quantum field theory. *Classical and Quantum Gravity*, 37(19), 193001.
- Kuhfittig, P. (2014), *Aditi J. of Mathematical Physics*, 5, 25-34.
- Lemos, J. P., Lobo, F. S., & de Oliveira, S. Q. (2003). Morris-Thorne wormholes with a cosmological constant. *Physical Review D*, 68(6), 064004.
- Lobo, F. S., & Oliveira, M. A. (2009). Wormhole geometries in  $f(R)$  modified theories of gravity. *Physical Review D*, 80(10), 104012.
- Malik, A., Ahmad, I., & Kiran. (2022a). A study of anisotropic compact stars in  $f(R, \phi, X)$  theory of gravity. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 19(02), 2250028.
- Malik, A., & Nafees, A. (2021). Existence of static wormhole solutions using  $f(R, \phi, X)$  theory of gravity. *New Astronomy*, 89, 101632.
- Malik, A., Nafees, A., Ali, A., & Butt, M. N. (2022b). A study of cylindrically symmetric solutions in  $f(R, \phi, X)$  theory of gravity. *The European Physical Journal C*, 82(2), 166.
- Malik, A., Shamir, M. F., & Hussain, I. (2020). Noether symmetries of LRS Bianchi type-I spacetime in  $f(\mathcal{R}, \phi, \chi)$  gravity. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 17(11), 2050163.
- Morris, M. S. ve Thorne, K. S. 1988. Wormholes in Space-time and Their Use of Intersellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity. *Am. J. Phys.* (56) 395.
- Nojiri, S. I., & Odintsov, S. D. (2011). Unified cosmic history in modified gravity: from  $F(R)$  theory to Lorentz non-invariant models. *Physics Reports*, 505(2-4), 59-144.
- Odintsov, S. D., Oikonomou, V. K., & Fronimos, F. P. (2020).  $f(R)$  gravity k-Essence late-time phenomenology. *Physics of the Dark Universe*, 29, 100563.

- Oikonomou, V. K., & Chatzarakis, N. (2020). The phase space of k-Essence f (R) gravity theory. *Nuclear Physics B*, 956, 115023.
- Özdemir A. Y., (1982). *Teorik Fizik Dersleri Cild:VII-Gravitasyonun Rölativist Teorileri*. İ. Ü. Fen Fak., İstanbul.
- Padmanabhan, T. (1993). *Structure formation in the universe*. Cambridge university press.
- Schwarzschild, K. (1916). Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einstein'schen Theorie. *Berlin. Sitzungsberichte*, 18.
- Shamir, M. F. (2020). f(R,  $\phi$ ,  $\chi$ ) cosmology with Noether symmetry. *The European Physical Journal C*, 80(2), 115.
- Shamir, M. F., Malik, A., & Mustafa, G. (2021). Wormhole solutions in modified f (R,  $\phi$ , X) gravity. *International Journal of Modern Physics A*, 36(04), 2150021.
- Tsujikawa, S. (2007). Matter density perturbations and effective gravitational constant in modified gravity models of dark energy. *Physical Review D*, 76(2), 023514.
- Ulu Doğru, M., & Taşer, D. (2015). Global monopoles in f (R) gravity. *Modern Physics Letters A*, 30(40), 1550217.
- Visser, M. (1996). *Lorentzian wormholes: from Einstein to Hawking*, New York, SpringerVerlag.
- Visser, M., Kar, S. and Dadhich, N. (2003). Traversable Wormholes with Arbitrarily Small Energy Condition Violations. *Phys. Rev. Lett.* 90, 201102.
- Wald, R. M. (2010). *General relativity*. University of Chicago press.
- Wei, Y. H. (2012). Energies of Friedmann–Robertson–Walker universe in f (R,  $\phi$ , X) gravity. *Physics Letters B*, 710(1), 8-11.
- Wolpert, L. (2002). *Science and mathematics in ancient Greek culture*. Oxford University Press on Demand.