

T.C.  
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI  
DOKTORA TEZİ

GÜNEŞ KABUĞUNDAKİ KONVEKTİF  
OLAYLARIN MANYETOHİDRODİNAMİK  
(MHD) YAKLAŞIMLA MODELLENMESİ

Hüseyin ÇAVUŞ

Danışman:  
Prof. Dr. Aysel KARAFİSTAN

Temmuz, 2007  
ÇANAKKALE

**GÜNEŞ KABUĞUNDAKİ KONVEKTİF  
OLAYLARIN MANYETOHİDRODİNAMİK  
(MHD) YAKLAŞIMLA MODELLENMESİ**

**Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü  
Doktora Tezi  
Fizik Anabilim Dalı**

---

**Hüseyin ÇAVUŞ**

**Danışman:  
Prof. Dr. Aysel KARAFİSTAN**

**Temmuz, 2007  
ÇANAKKALE**

## İÇERİK

	<b>Sayfa</b>
DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
TABLolar .....	iv
ŞEKİLLER .....	v
SİMGE VE KISALTMALAR .....	vii
SÖZLÜK .....	x
ÖZET .....	xii
ABSTRACT .....	xii
<b>BÖLÜM 1 – GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
<b>BÖLÜM 2 – GÜNEŞ’İN KONVEKTİF BÖLGESİNİN ALT KISMI</b>	
<b>KONUSUNDA DAHA ÖNCE YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR .....</b>	<b>7</b>
<b>BÖLÜM 3 – GÜNEŞ’İN MANYETİK ALANININ OLUŞUMU .....</b>	<b>13</b>
3.1. Dinamo Mekanizması .....	13
3.2. Konvektif Bölgede Manyetik Alan .....	15
3.2.1. Genel Denklemler .....	16
3.2.2. Güneş Fiziğine Uygulanabilecek Dinamo Denklemleri .....	17
<b>BÖLÜM 4 – MATERYAL ve YÖNTEM .....</b>	<b>21</b>
4.1. Tek Akışkan Denklemleri .....	22
4.2. İletken Akışkanlarda MHD Denklemleri .....	23
4.2.1. Akışkanlarda İdeal MHD Yaklaşımı .....	24
4.3. Sıkıştırılamaz Akışkan Yöntemleri .....	26
4.3.1. Esneksizlik Yaklaşımı .....	26
4.3.2. Boussinesq Yaklaşımı .....	27
4.3.3. Hızın Diverjans Yaklaşımı .....	27
4.4. İnce Kabuk Yaklaşımı .....	28
<b>BÖLÜM 5 – GÜNEŞ’İN KONVEKTİF BÖLGESİNİN ALT KISMINDAKİ</b>	
<b>(KBA) MHD DENKLEMLERİ .....</b>	<b>29</b>

5.1. Yarı Hidrostatik Denge Durumu .....	30
5.2. KBA’da İnce Kabuk Yaklaşımı ve Boyutsuz Denklemler .....	31
5.3. Sınır Koşulları .....	33
5.4. Manyetik Alan Profili .....	33
5.5. Sayısal İntegrasyon Yöntemi .....	37
<b>BÖLÜM 6 – PARAMETRİK MODEL SONUÇLARI .....</b>	<b>39</b>
6.1. Açısal Bağımlılıklar .....	39
6.2. Çapsal Bağımlılıklar .....	42
<b>BÖLÜM 7 –SONUÇ ve TARTIŞMA .....</b>	<b>48</b>
<b>KAYNAKLAR .....</b>	<b>53</b>
<b>EK A – DENKLEM ÇIKARMALARI .....</b>	<b>I</b>
A.1. Boussinesq Yaklaşımındaki Çekimsel Terim .....	I
A.2. Güneş KBA’sındaki Boyutsuz Genel MHD Denklemi .....	II
A.3. Sınır Şartlarındaki $\kappa$ Parametresi .....	V
A.4. KBA’da Manyetik Akının Hesaplanması .....	V
<b>EK B – TABLOLAR .....</b>	<b>VII</b>
B.1. Bazı Parametrelerin Konvektif Bölgenin Tabanındaki Değerleri .....	VII
B.2. Manyetik Alansız KBA’nın Özellikleri .....	VIII
B.3. Küresellik Parametresinin $\varepsilon=1$ Değeri İçin Ekvatordaki ( $\theta=\pi/2$ ) Yoğunluk ( $\rho'$ ) ve Kütle Akı ( $Me'$ ) Değerleri (Boyutsuz) .....	VIII
B.4. Manyetik Alanın Şekil Parametresinin $n=1$ Değeri İçin Ekvatordaki Yoğunluk ve Kütle Akı Değerleri .....	IX
<b>EK C – ŞEKİLLER .....</b>	<b>X</b>
C.1. Güneş’in İç Yapısının Üç Boyutlu Gösterimi .....	X
C.2. Kelebek Diyagramı .....	X
C.3. Dönme Oranının ( $\Omega/2\pi$ ) Güneş Kabuğundaki Değişimleri .....	XI
C.4. Açısal Hızın Konvektif Bölge İçerisindeki Değişimleri .....	XI
C.5. Parlama Olayı .....	XII
<b>EK D – TEZ İLE İLGİLİ YAYINLANMIŞ MAKALE .....</b>	<b>XIII</b>
<b>YAŞAM ÖYKÜSÜ .....</b>	<b>XX</b>



## DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

**Hüseyin ÇAVUŞ**, tarafından **Prof. Dr. Aysel KARAFİSTAN** yönetiminde hazırlanan “**Güneş Kabuğundaki Konvektif Olayların Manyetohidrodinamik (MHD) Yaklaşımına Modellenmesi**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

.....  
Prof. Dr. Aysel KARAFİSTAN  
.....

Yönetici

.....  
Prof. Dr. İhsan YILMAZ  
.....

Tez İzleme Komitesi Üyesi

.....  
Doç. Dr. İsmail TARHAN  
.....

Tez İzleme Komitesi Üyesi

.....  
Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL  
.....

Jüri Üyesi

.....  
Prof. Dr. Esat Rennan PEKÜNLÜ  
.....

Jüri Üyesi

.....  
Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL  
.....

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

## TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasındaki her aşamada yardımlarını esirgemeyen, yoğun olduğu zamanlarda bile değerli vaktini bana ayıran ve yol gösterici olan danışman hocam Prof. Dr. Aysel KARAFİSTAN'a, çalışmalarım esnasında uzaklık tanımadan internet üzerinden büyük yardımlarını gördüğüm, önemli ve yararlı tartışmalarda bulunduğum, ikinci danışman hocam diyebileceğim, Prof. Dr. Maurice GABRIEL'e teşekkür ve minnetlerimi sunarım.

Bana karşı yapıcı tutumları ve yardımlarından dolayı başta Doç. Dr. İsmail TARHAN olmak üzere Prof. Dr. İhsan YILMAZ, Prof. Dr. Osman DEMİRCAN'dan oluşan Tez İzleme Komitesi üyelerine ve katkılarından dolayı jüri üyeleri Prof. Dr. Esat Rennan PEKÜNLÜ ve Prof. Dr. Mehmet Emin ÖZEL'e teşekkürü bir borç bilirim.

Gerek daha önce gerekse Fizik Bölüm Başkanlığı yaptığı süreçte bana tecrübelerini aktaran Prof. Dr. Serhat ÖZDER'e de ayrıca teşekkür ederim.

Tabii ki bana her zaman destek olan eşim Canan'a ve tezimi yapmaya başladığım dönemde hayata gözlerini açan ve bu süreçte biraz da ihmal ettiğim, kızım Irmak'a şükranlarımı sunarım.

Hüseyin ÇAVUŞ

## TABLOLAR

<b>TABLO NO</b>	<b>TABLO ADI</b>	<b>SAYFA NO</b>
Tablo 5.1	SGM'deki yoğunluk ve ses hızı değişimleri	31
Tablo 6.1	Alfvén Mach sayısının ( $M_a$ ) küresellikle değişimi ( $z=0.5$ , $n=1$ ve $\delta=5$ )	41
Tablo 6.2.	$M_a$ sayısının $\varepsilon=0$ için değerleri	43
Tablo 6.3	$\varepsilon$ ve $\delta$ 'nın küçük değerleri için akışkan hızlarının ( $m/s$ ) BMT ile karşılaştırılması	46
Tablo A.1	KBA'daki manyetik akının $\varepsilon$ ve $n$ 'e bağlı değişimleri	VI
Tablo B.1	Plazma parametrelerinin konvektif bölgenin tabanındaki değerleri	VII
Tablo B.2	SGM'deki yoğunluk ve ses hızı değişimleri	VIII
Tablo B.3	$\rho'$ ve $Me'$ 'nin $\varepsilon=1$ için çapsal değişimleri	VIII
Tablo B.4	$\rho'$ ve $Me'$ 'nin $n=1$ için çapsal değişimleri	IX

## ŞEKİLLER

<b>ŞEKİL NO</b>	<b>ŞEKİL ADI</b>	<b>SAYFA NO</b>
Şekil 2.1.	Güneş'in iç yapısını oluşturan başlıca katmanlar (a) ve KBA'nın şematik gösterimi (b)	7
Şekil 4.1.	Maddenin enerjinin etkisiyle gaz fazdan plazmaya dönüşümü	21
Şekil 4.2.	KBA'nın ince kabuk gösterimi.	28
Şekil 5.1.	Güneş kabuğunda KBA'nın gösterimi.	29
Şekil 5.2.	Boyutsuz manyetik alan $b$ 'nin ekvatordaki değişiminin $n=1$ için $z$ 'nin fonksiyonu olarak gösterimi	34
Şekil 5.3.	$b$ 'nin ekvatordaki değişiminin $n=5$ için $z$ 'nin fonksiyonu olarak gösterimi.	34
Şekil 5.4.	$b$ 'nin değişik $\varepsilon$ parametreleri için konvektif bölgenin tabanındaki açısal değişimi ( $n=1$ )	35
Şekil 5.5.	$b$ 'nin $n=1$ için üç boyutlu değişimi $\varepsilon=2$ (a) ve $\varepsilon=4$ (b)	35
Şekil 5.6.	$b$ 'nin $n=5$ için üç boyutlu değişimi $\varepsilon=2$ (a) ve $\varepsilon=4$ (b)	36
Şekil 5.7.	Manyetik akının değişik $\varepsilon$ değerleri için $n$ 'e göre değişimleri.	36
Şekil 5.8.	Manyetik akının değişik $n$ değerleri için $\varepsilon$ 'a göre değişimleri.	37
Şekil 6.1.	Boyutsuz yoğunluğun ( $\rho'$ ) açısal değişimi ( $z=0.5$ , $n=1$ ve $\delta=5$ )	39
Şekil 6.2.	Mach sayısının ( $Ma$ ) değişimi ( $z=0.5$ , $n=1$ ve $\delta=5$ ).	40
Şekil 6.3.	Alfvén hızının ( $v'_a$ ) açısal değişimi ( $z=0.5$ , $n=1$ ve $\delta=5$ )	41
Şekil 6.4.	$v_a/c_s$ oranının açısal değişimi ( $z=0.5$ , $n=1$ ve $\delta=5$ )	41
Şekil 6.5.	$z=0.5$ , $n=1$ ve $\delta=5$ için kütle akısı $Me'$ 'nin değişimi (dışa doğru akı $>0$ )	42



Şekil 6.6.	Boyutsuz yoğunluğun ( $\rho'$ ) küresel simetrik durum ( $\varepsilon=0$ ) için çapsal değişimi (bütün $n$ ve $\delta$ kombinasyonları için)	42
Şekil 6.7.	Alfvén hızının $\varepsilon=0$ için çapsal değişimi	43
Şekil 6.8.	$v_a/c_s$ oranının $\varepsilon=0$ için çapsal değişimi	44
Şekil 6.9.	Akışkan hızının değişik $n$ ve $\delta$ kombinasyonları için çapsal değişimleri ( $\varepsilon=0$ )	44
Şekil 6.10.	Mach sayısının şekilde belirtilen değişik $n$ ve $\delta$ kombinasyonları için çapsal değişimleri	45
Şekil 6.11.	Kütle akısı $Me'$ nün farklı $n$ ve $\delta$ kombinasyonları için çapsal değişimi ( $\varepsilon=0$ )	45
Şekil C.1.	Güneş'in iç yapısını oluşturan katmanların üç boyutlu olarak gösterimi (NASA's Marshall Space Flight Center).	X
Şekil C.2.	1870-1995 yılları arasında Güneş lekelerinin enleme bağlı değişimlerini gösteren kelebek diyagramı (Ossendrijver, 2003)	X
Şekil C.3.	SOHO verileri kullanılarak iki boyutlu RLS (a) ve SOLA (b) yöntemleriyle elde edilmiş ortalama dönme oranına ( $\Omega/2\pi$ ) ait helyosismolojik değişimler (Schou ve diğ., 1998)	XI
Şekil C.4.	Brun ve diğerlerinin (2004) çalışmasındaki Şekil 9: Seçilmiş bazı enlemler için açısız hızın konvektif bölge içerisindeki çapsal değişimleri	XI
Şekil C.5.	Güneş'in X ışınları dışardan çekilmiş bir fotoğrafından ve büyük bir parlama olayı görülmektedir (NHS&DSFC Astronomy Club)	XII

## SİMGE ve KISALTMALAR

$A(z)$ : Boyutsuz manyetik alanın çapsal koordinat  $z$ 'ye bağımlılığı

$\vec{A}_K$ : Vektör potansiyel

b: Boyutsuz manyetik alan

$\vec{B}$ : Manyetik Alan (Tesla biriminde)

$B_B$ : Manyetik alanın boylamsal bileşeni

$\vec{B}_K$ : Manyetik alanın kutupsal bileşeni

$c$ : Parçacıklar arası çarpışma parametresi

$c_s$ : Ses hızı

d: Karakteristik uzunluk

$d^3u$ : Üç boyutlu hız integral elemanı ( $du_1 du_2 du_3$ )

$e$ : Vlasov-Boltzmann denklemindeki parçacıkların birim yükü

$\vec{E}$ : Elektriksel alan

$f$ : Dağılım fonksiyonu

$\vec{g}$ : Çekimsel ivme

GONG: Global Oscillation Network Grup (Global Titreşimler Ağı Grubu)

$H_p$ : Basınç ölçek uzunluğu

$\vec{J}_s$ : Akım yoğunluğu (Amper/m<sup>2</sup> biriminde)

KBA: Konvektif bölgenin alt kısmı

LOWL: Low-L (Düşük L)

$m$ : Parçacıkların kütlesi

$Ma$ : Mach Sayısı

$M_a$ : Alfvén Mach Sayısı

MDI: Michelson Doppler Imager (Michelson Doppler Görüntüleyicisi)

$n$ : Manyetik alanın şekil parametresi

$n_s$ : Parçacıkların birim hacimdeki sayısal yoğunluğu

$p$ : Skaler basınç

$p'$ : Boyutsuz skaler basınç

$\vec{p}$ : Çizgisel Momentum

$\vec{P}_s$ : Basınç tensörü

$r_{AKBA}$ : Alt KBA sınırı

$r_{IBT}$ : Işınımsal bölgenin tabanı

$r_{KBT}$ : Konvektif bölgenin tabanı

$r_{TA}$ : Taşiklin katmanının orta noktası

$r_{ÜKBA}$ : Üst KBA sınırı

RLS: Regularised Least Squares (Düzenlenmiş En Küçük Kareler)

$R_{\odot}$ : Güneş yarıçapı

$R_I$ : İnce kabuk yaklaşımında tabanın yarıçapı

$s$ : Parçacık türü

SGM: Standart Güneş Modeli

SOHO: Solar and Heliospheric Observatory (Güneş ve Güneş-Küre Gözlemevi Uydusu)

SOLA: Subtractive Optimally Localized Averages (Eksiltmeli Optimal Yerelleşmiş Ortalamalar)

T: Sıcaklık (Kelvin biriminde)

$T_p$ : Fotosferin sıcaklığı

$\vec{u}$ : Vlasov-Boltzmann denklemindeki parçacık hızı

$\vec{\bar{u}}$ : Vlasov-Boltzmann denklemindeki parçacıkların ortalama hızı

$U$  : Enerji yoğunluğu (Joule/m<sup>3</sup> biriminde)

$\vec{U}_F$  : Enerji akısı (Joule/m<sup>2</sup>.s biriminde)

$\vec{v}$  : Akışkan hızı (m/s biriminde)

$\vec{v}'$  : Boyutsuz akışkan hızı

$W$  : Hızın boyutsuzlaştırmasında kullanılan yeni hız

$z$  : İnce kabuk yaklaşımında boyutsuz yükseklik

$\alpha = -1/T$  : ısısal genleşme katsayısı (1/Kelvin biriminde)

$\gamma$  : Öz ısılar oranı.

$\delta$  : Yoğunluğun şekil parametresi

$\nabla$  : Sıcaklık gradyanı

$\nabla_{ad}$  :Adiyabatik sıcaklık gradyanı

$\vec{\nabla}$  : Gradyan operatörü

$\varepsilon$  : Küresellik parametresi

$\eta_m$  : Manyetik sızma katsayısı

$\Phi$  : Manyetik akı (Tesla.m<sup>2</sup> biriminde)

$\kappa$  : Sınır koşullarında birisi

$\mu_0$  : Manyetik geçirgenlik

$\rho$  : Kütleli yoğunluk (kg/m<sup>3</sup> biriminde)

$\rho_1$  :  $\rho$  'nun KBA'nın tabanındaki değeri

$\rho_E$  : Elektriksel yük yoğunluğu

$\rho'$  : Boyutsuz  $\rho$

$\sigma$  : Elektriksel iletkenlik (Siemens/m biriminde)

$\nu$  : Kinetik viskozite

$\chi$  : İnce kabuk yaklaşımında kalınlık parametresi

## SÖZLÜK

- açısal:** angular  
**adiyabatik altı:** sub-adiabatic  
**akışkan içinde taşınma:** advection  
**biçim bozulması:** deformation  
**basamak artım aralığı:** stepsize  
**basınç ölçek uzunluğu:** pressure scale height  
**birbirine bağlı:** coupled  
**boylamsal:** toroidal  
**büzülme:** contraction  
**çalkantı:** turbulence  
**çalkantılı karışma olayı:** turbulent mixing  
**çapsal:** radial  
**çekimsel:** gravitational  
**çizgisellikten uzak:** non linear  
**dışa doğru atılım:** overshoot  
**diverjans:** divergence  
**doğrusal olmayan:** non linear  
**dolanım:** circulations  
**durgun durum:** steady-state  
**eğrilik:** curvature  
**enlemsel:** latitudinal  
**esneksizlik:** anelastic  
**gökada:** galaxy  
**görelî:** relativistic  
**Güneş sismolojisi:** Helioseismology  
**ısısal:** thermal  
**ışınımsal:** radiative

**kaldırma etkisi:** buoyancy effect  
**kararlılaştırıcı:** stabilising  
**karışım uzunluğu:** mixing length  
**kesme:** shear  
**konveksiyon:** convection  
**konvektif:** convective  
**kutupsal:** poloidal  
**manyetik sızma katsayısı:** magnetic diffusivity  
**manyetik kesme kuvveti:** magneto-shear  
**meridyensel:** meridional  
**öykünüm:** simulation  
**parlama:** flare  
**saydamsızlık:** Opacity  
**sesten yavaş:** sub sonic  
**sesten hızlı:** super sonic  
**sıkışabilirlik:** compressibility  
**sıkıştırılabilirlik:** compressivity  
**sızma terimi:** diffusive coefficient  
**silindirik yüzeyler üzerinde sabit:** constant on cylinders  
**simulation:** öykünüm, simülasyon  
**Taşiklin arayüzü, Taşiklin:** tachocline interface, tachocline  
**tekbiçimli:** uniform  
**tek kutupsuz:** no monopole  
**ters modelleme:** inverse modeling  
**tersine dönen dinamo:** reversing dynamo  
**tersinim:** inversion  
**yarı-yüksüzlük:** quasi-neutrality  
**yok etme:** annihilation

## GÜNEŞ KABUĞUNDAKİ KONVEKTİF OLAYLARIN MANYETOHİDRODİNAMİK (MHD) YAKLAŞIMLA MODELLENMESİ

### ÖZET

Bu tez çalışmasında Güneş'in konvektif bölgesinin alt kısmı (KBA) ince bir kabuk ( $0,703R_{\odot} - 0,723R_{\odot}$ ) gibi ele alınmış ve maksimum değeri 10 T olan boylamsal yönlü bir manyetik alanın etkileri araştırılmıştır. Bu amaçla bu bölge ile ilgili daha önce yapılmış çalışmalar gözden geçirilerek manyetik alanın oluşmasında rol oynayan dinamo mekanizması hakkında bilgiler verilmiştir. Daha sonra manyetohidrodinamik (MHD) yaklaşımı tanımlanarak MHD denklemleri aracılığıyla ilgilendiğimiz KBA bölgesine uygulanmıştır. Bu denklemlerin küresel koordinatlardaki sayısal çözümleri bazı fiziksel parametreler için elde edilmiş ve sonuçlar şekil ve tablolar halinde sunulmuştur. Bu tip bir manyetik alanın etkisiyle ortaya çıkan en önemli sonuç, yoğunluğun küresel simetrisinin bozulması ve açığa bağlı değişimlerde sıkıştırılabilirliğin değişmesidir. Ayrıca MHD plazmasının kutuplarda sıkıştırılamaz akışkan, ekvatorunda ise sıkıştırılabilir bir akışkan gibi davrandığı görülmüştür. Literatürde verilen çalışmalarla uyumlu manyetik akı değerleri elde edilmiştir ( $\sim 10^{16}-10^{17}$ Wb). Bu çalışmadan çıkan diğer bir önemli sonuç ise manyetik alan etkisi altında yoğunluğun çapsal olarak Standart Güneş Modellerine kıyasla çok fazla değişmemesidir. Esneksizlik ve Boussinesq yaklaşımları için de uygulanabilme limitleri elde edilmiş ve sayısal integrallerin alınmasını kolaylaştıracak parametrik çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.

**Anahtar sözcükler** : Güneş Kabuğu, Konvektif Bölgenin Alt Kısmı, İnce Kabuk, Güneş Plazması, Manyetohidrodinamik, Manyetik Alan Etkileri, Temel Fiziksel Parametreler, Sıkıştırılabilirlik, Küresellik.

Hazırlanan bu Doktora tezi Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu tarafından 2005/113 no'lu proje ile kısmen desteklenmiştir.

# MAGNETOHYDRODYNAMIC (MHD) MODELLING OF CONVECTIVE EVENTS IN THE SOLAR ENVELOPE

## ABSTRACT

In this thesis we have investigated effects of a toroidal type magnetic field of maximum magnitude 10 T in the lower convective region (LCR) of the Sun for a thin shell ( $0,703R_{\odot}$  -  $0,723R_{\odot}$ ). Some early studies concerning this region are explained with respect to the dynamo mechanism, which is thought to be responsible of generating the magnetic field. Afterwards equations of magnetohydrodynamics (MHD) relevant to this layer were solved numerically. Distributions of some physical parameters are obtained from the integration of the MHD equations in spherical coordinates and results are presented either in diagrams or in tables. It is shown that the most important feature of this type of magnetic field is to break the spherical symmetric distribution of density and change the fluid compressivity with respect to latitude. It was further shown that the MHD plasma acts as incompressive at the poles, in contrary to the perfect fluid behaviour at the equator. This type of magnetic field yields comparable magnetic flux with other research works and does not modify much the radial variations of density of the reference Standard Solar Model (SSM) model. We have also estimated the limits and applicability of the anelastic and Boussinesq approximations for the LCR layer. In our opinion, our results can be used, especially in simplifying the numerical integration of the MHD equations related to the lower convection zone in the Sun.

**Keywords** : Solar Envelope, Lower Convective Region, Thin Shell, Solar Plasma, Magnetohydrodynamics, Magnetic Field Effects, Fundamental Physical Parameters, Compressivity, Sphericity.

The present Ph.D. thesis was partially supported by Çanakkale Onsekiz Mart University Scientific Research Projects Commission under the project no of 2005/113.



## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Odak noktasını oluşturduğu sistemin en büyük kütleli üyesi ve Yer'e en yakın tek yıldız olan Güneş, üzerinde en çok çalışılan gök cisimidir. Bu nedenle temel özelliklerinden kütle, yarıçap, sıcaklık ve parlaklık nicelikleri yanında yıldızın iç yapısı ile ilgili parametreler üzerinde de ayrıntılı olarak çalışılmıştır. Bu çalışmalar sonucunda Güneş, kütesinin büyük kısmı çekirdekte yoğunlaşmış hidrojen ve helyum gazlarından oluşan sıcak bir plazmaya benzetilebilir. Hidrojen ve helyum gazlarının füzyon reaksiyonları sonucunda diğer elementleri oluşturduğu bilinmektedir (Ezer ve Cameron, 1971). Güneşin iç yapısı ile ilgili bu tip sonuçlar yıldız evrim modellerinden elde edilmiş ve günümüzde Standart Güneş Modelleri (SGM) olarak bilinmektedirler. Güneş'te yoğunluk, basınç sıcaklık, ses hızı gibi fiziksel çoklukların yarıçapla nasıl değiştiğini temsil eden SGM'ler modern Güneş astrofizikinin son yarım asır içerisinde tamamlanmış bir kaç konusundan birisidir.

Hayashi, 1961 yılı çalışmasında Güneş'in erken büzülme evrelerinin tamamen konvektif olduğunu ve bu dönemde çok yüksek parlaklık değerlerine ulaşılması gerektiğini ortaya koymuştur. Ezer ve Cameron (1962a) ise "Los Alamos Saydamsızlık (Opacity)" saydamsızlık tablolarını ve geliştirdikleri bilgisayar programını kullanarak yaptıkları çalışmada çekimsel büzülme sürecinde Güneş'in tamamen konvektif olması yanında fotosferindeki yoğunluk ve sıcaklığın da daha yüksek olacağını belirtmişlerdir. Buradan hareket ederek Güneş'in çekimsel evresine karşılık gelen bu safhada çok yüksek parlaklıklara ulaşacağı sonucuna varmışlardır. Ayrıca Ezer ve Cameron (1962a), büzülme sürecinde  $r/R_{\odot} \approx 3$  değeri için Güneş'in çekirdeğinde konveksiyonun tamamlandığını ortaya koymuşlardır. Büzülme sürecinde  $r/R_{\odot} = 1.7$  değerine ulaşıldığı zaman parlaklık minimum olmaktadır. Bu sonuç Hayashi'nin (1961) bulduğu ana kol öncesi tamamen konvektif olan yıldız sonuçları ile uyumludur. Ezer ve Cameron'un (1962b) diğer bir evrim çalışmasında konvektif büzülme safhasının  $3 \times 10^5$  yıl sürdüğü ve  $2 \times 10^6$  yıl sonra ise Güneş'in ana-kola ulaştığı hesaplanmıştır. Sonraları, Torres-Peimbert ve diğ. (1969) Berkeley

yıldız-evrim kodunu kullanarak kimyasal element bollukları ile konvektif bölge karışım uzunluğunun yüzey parlaklığı ve çekirdeğin sıcaklığını nasıl değiştirdiğine bakmışlardır. Bu parametrelere dayanarak geliştirdikleri zamana bağlı hidrodinamik evrim modelinde zamanı konvektif büzülmesini tamamlamasından hemen sonra başlatmışlar, Güneş'in yaşı için de  $(4,50-5,00) \times 10^9$  yıl arasında değişen değerler almışlardır. Hidrojen (X), helyum (Y) ve ağır metal (Z) bollukları için sırasıyla 0,775-0,210-0,015 ve 0,730-0,245-0,025 değerleri arasında üç farklı kombinasyon kullanmışlardır. Konvektif karışım uzunluğunun (mixing length) basınç ölçek uzunluğuna (pressure scale height) oranını, yani  $\alpha=l/H_p$ , değerini 2 olarak almışlardır. Her üç durumda da  $(4,50-5,00) \times 10^9$  yıl arasındaki yaşlar için Güneş'in bilinen parlaklığı olan  $3,90 \times 10^{26}$  Watt değerini elde etmişlerdir. Çekirdeğin sıcaklık değerini ise  $1,54 \times 10^7$  °K olarak bulmuşlardır. Konvektif bölgenin yüzeye yakın kısmı, yani fotosferin alt kısmına ait model simülasyonlarında  $T_p=7000$  °K için basınç ölçek uzunluğunu ( $H_p$ ) 150 km,  $T_p=15000$  °K için ise 500 km civarında bulmuşlardır. Bu tip doğrudan model sonuçları değişik Güneş parametreleri ile karşılaştırıldığı zaman uyumlu değerler vermektedir.

Doğrusal modellemenin yanı sıra, Leighton ve diğ. (1962) altmışlı yıllarda gözlemedikleri, periyodu yaklaşık beş dakika olan çapsal zonklamalarla başlattıkları ters modelleme (inverse modeling) çalışmasında Güneş'in dış kabuk yapısı hakkında önemli bilgiler vermektedir. 1980'li yıllarından başlayarak, Güneş'in evrim modellerinden parlaklık ve yüzey sıcaklığı gibi gözlemsel veriler doğrudan elde edilmektedir. Bunları sına olanağı veren ters modelleme de giderek hız kazanmıştır (Gough, 1983; Karafistan ve Denis, 1984). Güneş'in dış kabuk kısmına ait bu bilgileri taşıyan akustik özellikli p-kipli frekansları,  $10^{-5}$  gibi hassas bir hata payıyla bilinebilen parametrelerdir (Libbrecht ve diğ., 1990) ve Güneş kabuğunun dış kısmına ait bilgiler içermektedirler. Dolayısıyla Yer fiziğinde olduğu gibi, bu tip gözlemleri kullanarak Güneş'in iç kısmının tomografisini çekmek olarak da tanımlanabilen, ters modelleme, yani "Güneş sismolojisi" adında yeni bir çalışma alanı ortaya çıkmıştır. Klasik yöntemlerle yapılan gözlemlerde sadece yıldızın yüzeyi hakkında doğrudan bilgi edinilebilirken Güneş sismolojisi sayesinde yıldızın derinlikleri hakkında dolaylı bilgi edinilebilmiştir. Örneğin son yıllarda, Güneş

fotosferi gözlemlerinden Güneş zonklama frekanslarının neredeyse kesintisiz olarak elde edildiği iki önemli proje yürütülmüştür. Bunların ilki; GONG (Global Oscillation Network Grup), altı adet birbiriyle özdeş, dünya üzerinde eşit aralıkta enlemlere dağılmış Doppler görüntüleme ekipmanından oluşmaktadır (Leibacher, 1999). Altı gözlem yerinden birbiri ardına sırasıyla elde edilmiş sürekli veriler, helyosismik tersinim (inversion) için veri kümesini oluşturmaktadırlar. İkincisi ise; bir uyduya yerleştirilen MDI (Michelson Doppler Imager) görüntüleme sistemiyle, Güneş diskinin yüzey hızlarını kesintisiz olarak kaydeden SOHO (Solar and Heliospheric Observatory)'dur. SOHO'nun (Domingo, 2002) GONG'a göre avantajı, atmosfer ve hava ile ilgili olumsuzluklardan etkilenmemesidir. Diğer taraftan GONG projesi, ekipman ve gözlem aletleriyle ilgili herhangi bir problemin çözümünde yada aletlerin geliştirilmesinde kolaylıklar sağlamaktadır. Her iki sistemle elde edilmiş, sürekli ve büyük bir zaman aralığını kapsayan, hata payları çok küçük olan zonklamalara ait frekans verileri helyosismik analizler için kullanışlıdır. Christensen-Dalsgaard ve diğ. (1996) önceleri doğrudan modelleme ile elde edilmiş SGM'lerini GONG projesi verilerini kullanarak çözümledikleri ters modellerle kalibre etmişlerdir. Sonuç olarak Güneş'in parlaklık ve yüzey sıcaklığını sırasıyla  $3,85 \times 10^{26}$  Watt ve 5780 K olarak bulmuşlardır.

Diğer yandan ters modelleme sonuçları Güneş çapının  $r/R_{\odot}=0.700$  değeri için ses hızında bir anomali olduğu vermektedir (Dziembowski,1998). Anormal değişimin olduğu bu nokta konveksiyon bölgesinin tabanı olarak kabul edilmektedir. Konveksiyon bölgesinin tabanının, güneş sismolojisinin yeni gelişmeye başladığı ilk yıllarda  $r/R_{\odot}=0.730$  olduğu tahmin edilirken (Karafistan ve Denis, 1984) ölçüm ve gözlemlerde hassasiyet arttıkça, ters modeller bu noktayı Güneş yarıçapının  $r/R_{\odot}=0.713$  noktasına kaydırmıştır (Macgregor ve Charbonneau, 1999). Bu noktanın kesinliği ile ilgilenen bazı araştırmacılar (Dikpati ve Gilman, 2001) bu bölgeyi konvektif bölgeye "overshooting" dediğimiz kütlelerin yukarı atılmalarının gerçekleştiği bir geçiş bölgesi olarak tanımlamışlardır.

Ters modeller sayesinde Güneş'in iç yapısı ile ilgili bazı parametrelerin yanı sıra dönme hızı ve Güneş lekelerindeki manyetik faaliyeti besleyen, yüzey-altı bölgelerde oluşmuş manyetik akılarla ilgili bilgiler de elde edilebilmektedir

(Thompson, 2004). Bunun yanında doğrudan ve ters modellemeyle elde edilen sonuçlar arasında bazı farklılıklar görülmektedir. Bunların temel nedeni, duyarlı olarak bilinmeyen fiziksel parametreler yanında (örneğin; He çokluğu, nötrino problemi, konvektif bölge kalınlığı vb) doğrudan modellemelerde manyetik alan ve çalkantının (turbulence) da dikkate alınmamasıdır. Manyetik alan ve çalkantı gibi doğrusal olmayan etkilerin dikkate alınması durumunda ise ortaya çıkan denklemlerin analitik çözümlerini elde etmek oldukça güçtür. Çalkantının etkisi bir çok bilim adamı tarafından çalışılmış olmakla birlikte (Bi ve Li, 1998; Monteiro ve diğ., 2000; Gabriel, 1996 ve 2000; Bi ve Xu, 2000), manyetik alan sadece son yıllarda geliştirilen Güneş modellerinde geniş kapsamlı olarak dikkate alınmaya başlanmıştır (Thompson, 2004).

Daha günümüzden yarım asır önce Parker (1955), konvektif bölgenin alt kısmındaki bir bölgede hidromanyetik bir dinamo tarafından tetiklenen bir manyetik alanın oluşabileceğini tahmin etmiştir. Dışa doğru atılım bölgesi (overshoot region) olarak da tanımlanan bu bölgenin kalınlığı sismolojik çalışmalara göre bir kaç on bin kilometre mertebesindedir (Schüssler, 1995). Güneş'in konvektif bölgesindeki akı tüplerinin yükselişine ait bazı teorik çalışmalarda ise gözlenebilen enlem bantlarındaki Güneş leke gruplarının oluşması için, Güneş'in konvektif bölgesinin tabanında 10 T civarında boylamsal (toroidal) tipte bir manyetik alanın var olması gerektiği savunulmaktadır (Moreno-Insertis ve diğ., 1992). Akı tüpleri, bildiğimiz gibi manyetik alan çizgilerinin bir araya gelmesinden kaynaklanan demet şeklindeki yapılaşmalardır. Akı tüplerinin hareketinden sorumlu en önemli kuvvetler sırasıyla, akı tütünün içindeki ve dışındaki akışkan yoğunluğunun farkından kaynaklanan kaldırma, manyetik eğrilik ve dönme etkisinin dikkate alındığı durumda ortaya çıkan Coriolis kuvvetleridir.

Choudhuri ve Gilman (1987), yükselen akı tüplerine Coriolis kuvvetinin etkisini katarak konvektif bölgenin tabanında dinamo etkisi ile üretilen manyetik kaldırma gücü ile fotosfere kadar yükseleceğini göstermişlerdir. Güneş leke ve etkinliklerini oluşturan manyetik alanın  $10^5$  G'dan (10 T) daha küçük olması durumunda akı tüplerinin konvektif bölgedeki hareketleri Coriolis kuvvetinden dolayı yüzeye çıkamayacaklardır. Bu da Güneş'te bazı enlem bantlarında gözlenen

manyetik etkinliklerin oluşmasına yetmeyecektir. Adı geçen çalışmanın devamı olarak sayabileceğimiz bir başka teorik çalışmada Moreno-Insertis ve diğerlerinin (1992) belirttiği gibi manyetik alan şiddetinin 10 T'dan çok daha büyük olması durumunda bu alanın etkisiyle doğan Lorentz kuvvetinin manyetik alana dik olacağı gerçeğini kullanarak, manyetik kaldırmanın etkisiyle aktif bölgelerin ekvator bölgesinden kutuplara doğru kayacaktır. Schüssler ve diğ. (1994) de manyetik akı tüplerinin depolanmasını, kararsızlıklarını ve atmosferden dinamik püskürtmelerini (eruption) incelemişlerdir. Bu inceleme sonucunda yukarı atılım bölgesinde depolanan, kararsızlık sürecindeki büyüme zamanı bir yıldan az olan akı tüplerinin, Choudhuri ve Gilman (1987) çalışmasında olduğu gibi, 10 T mertebesinde bir manyetik alana sahip olması gerektiğini bulmuşlardır. Ayrıca Güneş'teki aktif bölgelerdeki manyetik alanın çizgisellikten uzak bir şekilde (non linear) evrimleştiğini ortaya koymuşlardır. Bu son sonuca dayanarak lekelerin gelecek döngülerindeki tahminler ciddi tartışmalara neden olmuştur (Clark, 2006; Tobias ve diğ., 2006).

Brun ve diğ. (2004), Güneş içindeki büyük ölçekli konveksiyon hareketlerinin yanı sıra Güneş'in manyetik alanını yaratan dinamo mekanizmasının işleyişini ve buna etki eden faktörleri de incelemişlerdir. Bu çalışmalarında kendilerine ait "Anelastik Küresel Harmonik Kodu" adındaki bilgisayar programını bir çok süper bilgisayarın paralel bağlandığı sistemde kullanarak simülasyonlar yapmışlardır. Sonuçlara varabilmek için manyetik alanın, kutupsal (poloidal) bileşen ( $r, \theta$ ) ve boylamsal bileşen ( $\phi$ ) olmak üzere iki bileşenli olduğunu varsaymışlardır. Çapsal ve enlemsel bileşenlerin vektörel toplanması ile elde edilen kutupsal bileşen, ileride daha ayrıntılı olarak anlatılacak olan,  $\alpha$  ve  $\beta$  etkileri sonucunda oluşurken, boylamsal bileşenin, yine ileride açıklanacak olan  $\omega$ -etkisinden kaynaklandığını belirtmişlerdir. Bu iki bileşen aslında birbirine bağlı (coupled) olarak gelişir. Sonuç olarak bu iki bileşenden kutupsal olanı önce yüzeye yakın bölgelerde ortaya çıkararak büyük ölçekli hareketlerin etkisiyle konvektif bölgenin tabanına taşınır. Sonraları bu kutupsal bileşen boylamsal bileşeni doğuracak ve bu sonucusu manyetik kaldırma gücü etkisiyle manyetik akı tüplerini yukarı doğru taşıyacaktır. Dolayısıyla aktif bölgelerin Güneş lekeleri vb) doğmasına neden olan boylamsal bileşen sayesinde de yüzeye

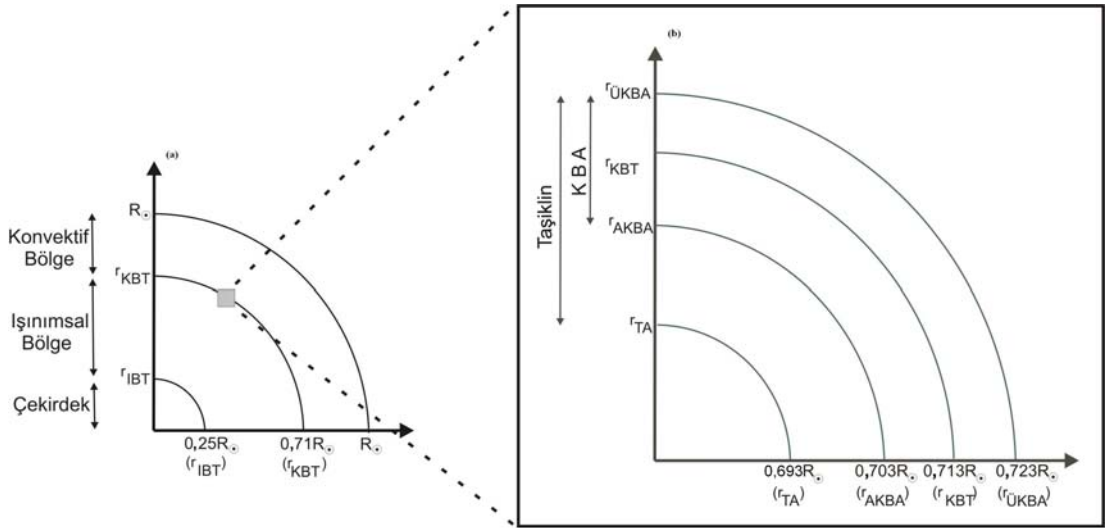
yakın bölgelerde kutupsal bileşen bir dinamo mekanizması ile sürekli bir şekilde beslenecektir. Brun ve diğ. (2004,) boylamsal bileşene ait enerjinin diğerine kıyasla 100 kat mertebesinde daha büyük olduğunu hesaplamışlardır. Boylamsal manyetik alanın, konvektif bölgenin tabanında depolanacağı ve daha sonraları 10 T gibi kritik bir değere ulaştıktan sonra konvektif bölge içerisinde hareket edeceği tahmin edilmektedir. Fotosfere doğru taşınacağı ve Güneş lekelerinin zamana bağlı değişiminde kelebek diyagramı gibi bir çok dinamik olay üzerinde etkili olacağı sonucuna varmışlardır. Kabuktaki konvektif ve çekirdekteki ışımsal bölgeler arasında kalan yaklaşık kalınlığı Güneş yarıçapının % 5'i olan (Kosovichev, 1996) ve daha sonraları "tachocline" (*Taşiklin*) olarak isimlendirilmiş olan (Spiegel ve Zahn, 1992) ara geçiş bölgesinin çok önemli bir rol üstlendiğini ortaya koymuşlardır (Şekil 2.1).

Bu tez çalışmasının başlıca amacı geçmişte doğrudan modelleme ile geliştirilmiş SGM'lerden farklı olarak zamandan bağımsız ve yarı hidrostatik dengedeki bir Güneş'te, konvektif bölgenin alt tabanındaki dar Taşiklin bölgesinde kullanılabilecek bir manyetohidrodinamik (MHD) Güneş modeli geliştirmektir. MHD denklemlerinin parametrik çözümlerini elde etmek için Güneş'in manyetik etkinliklerine neden olan ve maksimum değeri yukarıda belirtilmiş olan 10 T büyüklüğündeki bir manyetik alan profili alınmıştır. Konvektif bölgenin alt kısmında (KBA) yoğunluk, basınç ve hız gibi fiziksel parametrelerin yanı sıra Güneş plazmasının sıkıştırılabilirliği ve kütle akısı gibi kontrol parametrelerinin değişimleri de ayrıntılı olarak incelenmiştir. Güneş'in KBA bölgesine uygulanabilecek bir model geliştirilmiş ve sonuçlar benzer çalışmalarla karşılaştırılarak ilgili bölümlerde tablo, grafik halinde sunulmuştur. Ayrıca başka araştırmacıların kullandıkları (Brun ve diğ., 2004; Cally, 2003; Lantz ve Fan, 1999 vb) esneksizlik ve Boussinesq yaklaşımlarının uygulanabilme limitleri de araştırılarak, yararlı olabilecek yöntemler önerilmiştir.

## BÖLÜM 2

### GÜNEŞ'İN KONVEKTİF BÖLGESİNİN ALT KISMI KONUSUNDA DAHA ÖNCE YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR

Bu tez kapsamında, Güneş yarıçapının  $0,703R_{\odot}$  -  $0,723R_{\odot}$  gibi dar bir bölgesinde yer alan konvektif bölgenin alt kısmı (KBA) ayrıntılı olarak araştırılmıştır. Dışa doğru atılım bölgesini de içeren KBA, doksanlı yılların başlarından itibaren (Spiegel ve Zahn, 1992) “tachocline” (Taşiklin ara yüzü veya Taşiklin) olarak adlandırılmış katman içerisinde yer almaktadır (Şekil 2.1b). Bu çalışmada biz Taşiklin söylemini kullanacağız.



Şekil 2.1. Güneş'in iç yapısını oluşturan başlıca katmanlar (a) ve KBA'nın şematik gösterimi (b).

Güneş'in sismolojik verilerinin kullanıldığı ters modelleme yöntemlerinde bu ara yüz bölgesinin kalınlığı üzerinde de çok durulmuştur. Güneş kabuğunun yaklaşık  $0,68R_{\odot}$ -  $0,72R_{\odot}$  bölgesine karşılık gelen (Charbonneau ve diğ., 1999) Taşiklin katmanında enlemsel bağımlılık gösteren sahip bir diferansiyel dönmeye işaret edilmektedir. Kosovichev'e göre (1996) bu katmanın yaklaşık dörtte üçü ışınımsal (radiative) bölge, geri kalan çeyreği ise konvektif bölgede yer almaktadır (Şekil 2.1b). Benzer başka çalışmalarda da bu katmanın sınırları üzerinde durulmuşsa da bu katmandaki fiziksel olaylar henüz tam olarak açıklanamamıştır. Özellikle Güneş'in

manyetik etkinliklerinin tamamının bu katmandaki bir manyetik dinamodan kaynaklandığı Parker (1955,1975) tarafından ileri sürülmüş fakat konumu tam olarak belirlenememiştir. Bunun yanında bazı çalışmalarda dinamonun daha iç kısımda bir bölgede yer alacağı iddia edilmiştir. Örneğin Chitre ve diğ. (1973), Güneş'in gözlenen ve hesaplanan nötrino akıları arasındaki çelişkiyi açıklayabilmek için çekirdekte yer alan  $10^4$ - $10^5$  T büyüklüğünde bir manyetik alandan bahsetmişlerdir.

İlgilendiğimiz KBA bölgesinin sınırları ışınımsal bölge ile konvektif bölge içerisinde yer almaktadır. Genel anlamda bu bölgeler Şekil 2.1'de temsil edilmektedir. Aşağıda ayrıntılı olarak verilen KBA ile ilgili çalışmaları kapsam olarak iki ana grupta toplayabiliriz. Birinci grupta KBA'yı da içeren Taşiklin bölgesi (Spiegel ve Zahn, 1992; Dikpati ve Gilman, 1999; Garaud, 2001; Miesch, 2001, 2003; Cally, 2003; Dikpati ve diğ., 2003), ikincisinde ise konvektif bölgenin alt sınırı (Moreno-Insertis ve diğ., 1992; Rempel ve diğ., 2000) dikkate alınmıştır.

Spiegel (1972) konvektif bölgenin tabanı ile ışınımsal bölgenin üst kısmı arasında kalan ve farklı özellikler içerdiğinden, ayrıca ele alınması gereken bir bölgenin varlığından bahsetmiştir. Önceleri "tachicline" olarak adlandırılan bu geçiş bölgesinin adı (Şekil C.1, Bkz EK C) Gough'ın önerisine uyularak "tachocline" şeklinde değiştirilmiştir (Spiegel ve Zahn, 1992). Sonraları Güneş'in akustik özellikli p-kipi verilerinin ters modellemesinden elde ettikleri sonuçlara dayanarak, konvektif bölgenin tabanı ile ışınımsal bölgenin üst kısmı arasındaki kesimi bir kesme (shear) alanı olarak tanımlamışlardır. Bu katmanın altında kalan ışınımsal bölge, bir katı cisim gibi dönerken, üstünde kalan konvektif bölgede ise dönmenin enleme bağlı olarak değiştiğini öne sürmüşlerdir. Taşiklin ara yüzünün üst kısımları, aynen konvektif bölgede olduğu gibi enlemsel kesme özelliği gösterirken, tabanında ise katı cisim dönmesinden dolayı kesme kaybolmaktadır. Kesmenin enlemsel değişimini inceleyerek, yüksek enlemlerde kesmenin pozitif olmasından dolayı açılma hızının dışa doğru arttığını göstermişlerdir. Düşük enlemlerde ise kesme negatif değerler alırken, açılma hızı da dışa doğru azalmaktadır. Adı geçen bu çalışmada Taşiklin katmanında eksensel simetrisinin yanı sıra, dönme, çekimsel ve Coriolis kuvvetlerinin hidrostatik denge konumunda oldukları varsayılmıştır. Bu şekilde



geliştirilen ters modelleme sonucunda meridyensel dolanımlar (circulations) nedeniyle bu katmanın ışınımsal bölgeye doğru yayıldığı belirtilmektedir. Buna karşılık diferansiyel dönmeden kaynaklanan kesme kararsızlıklarının ürettiği burgaç dikkate alınarak yeniden modellenmiştir. Sonuç olarak ışınımsal bölgeye doğru uzanan yayılmanın kesme çalkantısı tarafından engellenerek katmanın kalınlığının sabit kaldığını göstermişlerdir.

Sonraları Miesch (2001) çalışmasında ince ve dönen kabuklardan oluşmuş bir Taşiklin katmanında burgacın serbest bir biçimde geliştiğini varsayarak bu katmanı yeniden modellemiştir. Bu çalışmada  $Co=20$  gibi, çok hızlı dönme oranına karşılık gelen, yüksek bir Coriolis sayısı ( $Co = 2\Omega L / v$ , burada  $\Omega$ : dönme oranı,  $L$ : ortamın ölçek uzunluğu-aksi belirtilmedikçe  $L \approx H_p$  olarak alınabilir- ve  $v$ : akışkan hızıdır) kullanarak bu bölgenin çok hızlı döndüğünü düşünmüştür. Nümerik hesaplardan çıkarttığı sonuçlara göre bu katman içerisinde, gelişimleri dönme hızına doğrudan bağlı olan Rosby (r-kişi) ve çekimsel (g-kişi) dalgaların birbirleriyle nasıl etkileştiklerini göstermiştir. Miesch (2003) çalışmasında ise, ince küresel kabuklar içinde kararlı katmanlaşmış Taşiklin bölgesinde rast gele oluşmuş eksensel simetriye sahip zorlayıcı bir kuvvetten kaynaklanan çalkantının kesme üzerindeki etkilerini çalışmıştır. Bu zorlayıcı etkiler ve Coriolis kuvveti sayesinde bazı kararsız doğrusal olmayan etkileşimlerin de ortaya çıkacağını belirtmiştir. Hidrodinamik burgacın (konveksiyon) büyüklüğünü belirten Reynolds sayısının ( $Re$ ) büyük değerleri için yapılacak hesaplamalarda ise daha kapasiteli ve yüksek çözünürlüklü bilgisayarlar gerektiğini belirtmiştir. Taşiklin katmanı içerisinde açısız momentumun taşınmasının özel bir kesme etkisi yaratacağı da ayrıca iddia edilmiştir. Akışkan hareketinin gelişigüzel zorlanmış bileşeninin, kesme profilini Reynolds stresi aracılığıyla değiştirdiği ve ayrıca açısız momentumun hem kutuplara ve hem de dışa doğru taşındığı bulunmuştur. Bu taşınmalardan enlemsel olanı dağıntık (difüzyon) bir biçimde, dik olan ise difüzyondan bağımsız bir biçimde değişmektedirler.

Garaud (2001) hidrodinamik temellere dayanan Taşiklin modellerinin ışınımsal bölge ve Taşiklin'in gözlenmiş dönme yapılarını tam olarak açıklayamadığını belirtmiştir. Bunun üzerine kutupsal yani ( $r, \theta$ ) yönündeki manyetik alan için yeni bir MHD Taşiklin modeli oluşturmuştur. Garaud, önce manyetik alansız duruma karşılık

gelen akışkan hareketinde merkezkaç kuvvetinin daha baskın olduğunu açıklamıştır. Açısal hızın da literatürde ilk defa Proudman (1956) tarafından ortaya atılan silindirik yüzeyler üzerinde sabit (constant-on-cylinders) yapıda olabileceğini saptamıştır. İkinci durum olarak şiddeti 0.2 T olan daha küçük bir manyetik alanın etkilerini araştırmıştır. Simülasyon sonuçlarına dayanarak başlangıçta ilk duruma benzer sonuçlar elde ederken, zaman içerisinde gelişen Lorentz kuvvetinin etkisiyle dolanımın silindirik yüzeyler üzerinde sabit kalmadığını ve akışkanın ışınımsal bölgeye doğru yayıldığını göstermiştir. Değeri 5 T civarında olan daha büyük bir manyetik alanın etkisiyle, akışkanın diğer kuvvetlere göre daha baskın olan Lorentz kuvveti yönünde hareket edeceğini bulmuştur. Sonuç olarak manyetik alan etkisiyle akışkan hareketinin Taşiklin'in ekvator bölgesinde tuzaklanacağını ve dönme profilinin tekbiçimli değişeceğini iddia etmiştir.

Cally (2003), daha önceden iki boyutlu olarak gerçekleştirilen “*manyetik kesme kuvveti*” (magneto-shear) kararsızlığının araştırıldığı çalışmaların yalnızca Taşiklin katmanının ışınımsal bölge içerisindeki kısmında geçerli olduğunu söylemiştir. Dolayısıyla, eğer konvektif bölge içerisindeki katmanın da dikkate alınması isteniyorsa, modellerin üç boyutlu olarak geliştirilmesi gerektiğinin altını çizmiştir. Bu öneri doğrultusunda, Dikpati ve diğ. (2003) üç boyutlu ve benzeri sığ sularda (yani sıkıştırılmaz akışkan) kullanılmış bir MHD modelini uygulayarak Taşiklin katmanındaki enlemsel diferansiyel dönmenin kararlılık analizlerini yapmışlardır. Buldukları sonuçlara göre kararsızlık belirteci olan  $m$  sayısının (boylamsal dalga numarası) 1'den büyük değerlerinde kararsızlık olacağını ortaya çıkarmışlardır. 5-10 T arasında değişen boylamsal tipteki bir manyetik alan dikkate alındığında, düşük enlemler haricinde ( $\leq 15^\circ$ ) manyetik alanın kararlılaştırıcı (stabilising) etkisini ortaya çıkarmışlardır. Dikpati ve Gilman (1999) boylamsal dalga numarasının 1'den çok büyük olduğu durumlar ve boylamsal ( $\phi$  yönünde) bir alan için sığ-su yaklaşımını kullanmadan yaptıkları iki boyutlu ( $\theta, \phi$ ) bir model geliştirerek enlem bandının  $4^\circ$ - $5^\circ$  arasında kalacağını tahmin etmişlerdir. Sonraları Dikpati ve diğ. (2003)  $15^\circ$ 'lik enlem bandında oluşan kararsızlığın başlangıçta kinetik bir helisiteye neden olacağını belirtmişlerdir. Kinetik helisite, üçüncü bölümde ayrıntılı bir biçimde anlatılan ve dinamo kuramında önemli bir yeri olan  $\alpha$  etkisine (Parker, 1955) yol açacaktır.

Rempel ve diğ. (2000) konvektif bölgenin taban kısmında manyetik alan depolanması ile ilgili çalışmalarında Güneşin konvektif bölgesindeki akı tüplerinin yükselişine ait birtakım simülasyonlar gerçekleştirmişlerdir. Onlar da, Güneş'in gözlenebilen enlem bölgelerindeki leke gruplarının oluşabilmesi için konvektif bölgenin tabanında 10 T civarında bir boylamsal manyetik alanın varolması gerektiğini, Cally (2003) gibi, iddia etmişlerdir. Moreno-Insertis ve diğ. (1992), konvektif bölgenin alt kısmında yaratılmış manyetik akı tüplerinin mekanik dengesini araştırdıkları çalışmalarında ise manyetik akının depolanma koşulunu bulmuşlardır. Buna göre, Coriolis kuvveti ve manyetik eğrilik kuvveti arasında bir denge olması gerekmektedir. Bu büyüklükteki (10 T) bir manyetik alanın oluşturacağı basınca bakıldığında yine de gaz basıncından çok daha küçük olduğu görülebilir ( $\beta = p_{gaz}/p_{man} \gg 1$ ). Giriş bölümünde bahsedilen yukarı atılım bölgesine benzeyen ve zayıfça adiyabatik altı ( $|\delta| < 10^{-3}$ ) bölgelerde geçerli olan Coriolis kuvveti dengesinin, 10 T civarındaki manyetik alanlı katmanlarda oluşabildiği ortaya konulmuştur (Rempel ve diğ., 2000).

Ossendrijver'in (2003) makalesinde belirtildiği gibi, Güneş manyetik alanının üretilmesinde rol oynayan ve daha önce tanımladığımız Taşiklin bölgesinde oluşabilecek bir dinamo mekanizmasının varlığı en çok kabul gören teoridir. Konvektif bölge içerisinde burgaç ve dönme etkileşimlerinden kaynaklanan diferansiyel dönme nedeniyle değişen açıl momentum beraberinde bir takım karmaşık MHD etkileşimlerine neden olacaktır. Bu etkileşimlerin meydana geldiği bölgede akışkanın elektriksel iletkenliğinden kaynaklanan elektrik akımı, manyetik alanı da beraberinde oluşturacaktır. Ossendrijver'in Güneş modelleri ile ilgili olarak derlediği (2003) çalışmasında Güneş'teki konveksiyonu ve dinamoyu tanımlayıcı bazı boyutsuz parametrelerin  $r_{KBT}$ 'deki değerleri Tablo B.1'de (Bkz EK B1) verilmiştir.

Son olarak Charbonneau ve diğ. (1999), konvektif bölge altındaki Taşiklin'de dönmeli kesme katmanının yapısının anlaşılması için LOWL (küçük  $l$ ) projesinin (Tomczyk ve diğ., 1995) değerlerini kullanmışlardır. Üç farklı yöntem kullanarak yaptıkları bir dizi ters modellemelerinde RLS (Regularised Least Squares-

Düzenlenmiş En Küçük Kareler), SOLA (Subtractive Optimally Localized Averages - Eksiltmeli Optimal Yerleşmiş Ortalamalar) ve doğrusal olmayan parametrik en küçük kareler yöntemlerini kullanmışlardır. Sonuç olarak, Taşiklin katmanının orta noktasının konumunu  $0,693R_{\odot}$  olarak  $\pm 0,013R_{\odot}$  duyarlılıkla elde etmişlerdir. Enlemsel bağımlılığı göstermek için dikkate aldıkları  $60^{\circ}$  enlemindeki orta noktanın  $\Delta r_m = 0.024R_{\odot} \pm 0,004R_{\odot}$  kadar kayacağını iddia etmişlerdir. Güvenilirlik seviyesini de %99 olarak tanımladıkları bu çalışmalarında,  $0.039R_{\odot}$  olarak buldukları Taşiklin katmanının kalınlığının tüm enlemlerde aynı kalacağını belirtmişlerdir. Ayrıca Gough ve McIntyre (1998)'nin çalışmalarında sundukları kalınlık ve manyetik alan şiddeti arasındaki ilişkiyi kullanarak  $10^{-8}$  T gibi çok düşük bir manyetik alandan bahsetmişlerdir. Bunun yanında Macgregor ve Charbonneau (1999) tarafından yapılan çalışmada, kalınlık manyetik alan ilişkisi kullanıldığı zaman bu manyetik alanın  $10^{-9}$  T'ya kadar düştüğü saptanmıştır. Öte yandan bir önceki bölümde ayrıntılı olarak anlatıldığı gibi, Güneş'in manyetik etkinliklerini çalışan bir çok Güneş fizikçisi (Örneğin: Schüssler, 1995; Moreno-Insertis ve diğ., 1992 ve Choudhuri ve Gilman, 1987) manyetik alan şiddeti olarak yukarıda ulaşılan ihmal edilebilecek kadar küçük değerlerin aksine çok daha büyük manyetik alan şiddetinin gerekliliğini vurgulamışlardır. Diğer bir deyişle boylamsal yöndeki bir manyetik alanın, konvektif bölgenin tabanında depolanması gerektiği ve 10 T gibi kritik bir değere ulaşacağı üzerinde fikir birliği oluşmuştur. Bunun sonucunda konvektif bölgede hareket ederek manyetik alanın fotosfere doğru taşınacağı söylenebilir. Bu tip bir manyetik alanın Güneş lekeleri ve Şekil C.2'de gösterilen kelebek diyagramı (EK C2) gibi bir çok dinamik olay üzerinde etkili olacağı günümüzde kabul gören bir varsayımdır. Biz de bu görüşü dikkate alarak, maksimum değeri 10 T olan boylamsal yöndeki bir manyetik alan profilinin KBA bölgesindeki MHD modeli üzerinde çalıştık.

## BÖLÜM 3

### GÜNEŞ'İN MANYETİK ALANININ OLUŞUMU

Güneş'in manyetik alanından kaynaklanan fiziksel olaylar yeryüzündeki hayatı önemli ölçüde etkileyebilmektedir. Örneğin, yüksek hızlı Güneş rüzgarlarına bağlı büyük enerjili parçacıklar, koronal kütle atılımları ve Güneş'in enerjik püskürmeleriyle meydana gelen yüksek enerjili parlama (flare) olayları doğrudan bu manyetik etkinliklerle ilgilidir. Bu olayların tümü, yeryüzünden değişik amaçlarla gönderilen uydulara ve bunların yeryüzündeki güç birimlerine zarar verebileceğinden Güneş'e ait manyetik etkinliklerin kaynağının anlaşılması için bilimsel araştırmalar hız kazanmaktadır. Bir çok yazar tarafından, dinamo mekanizması ile oluştuğu öne sürülen manyetik alan, Güneş atmosferindeki aktif bölgelerin oluşumunda da önemli bir rol oynamaktadır. Kimi çalışmalara göre Güneş'teki aktivitelerin kaynağı sayılan manyetik alan, konvektif bölgenin alt kısmında bulunan bir dinamo tarafından üretilmektedir. Henüz tam olarak doğrulanmamasına karşın Güneş lekelerinin temeli de dinamo katmanında oluşan manyetik akıların atmosfere doğru püskürtülmelerine dayanmaktadır. İkinci bölümde özetlediğimiz gibi dinamo etkisi, konvektif bölgedeki diferansiyel dönme ve konvektif hareketlerin etkileşimlerinden doğmakta (Brun ve diğ., 2004), fakat Güneş'teki konumu hakkında henüz kesin bir bilgi verilememektedir.

#### 3.1. Dinamo Mekanizması

Güneş dinamosu kuramsal ve gözlemsel Güneş fizikçilerinin ilgisini çeken bir konu olmaya yarım asırdır devam etmektedir. Bildiğimiz gibi Güneş, manyetik alanla ilgili olan uzay, zaman ve enerji ölçekli birçok etkinlik göstermektedir. Ortaya atılan bir dinamo varsayımının Güneş yüzeyinde gözlenen etkinlikleri de açıklaması gerekmektedir. Bu açıklama sadece kendi gezegenimizin yıldızı olan Güneş için değil, diğer yıldızlarda ve gökada (galaxy) yapılarındaki manyetik olayların anlaşılmasında da yararlı olacaktır. Bilim adamları günün birinde dinamo teorisinin

tam olarak anlaşılabilmesi ve yıldızların iç yapısındaki olayların büyük bir bölümünü açıklamaya yardımcı olacağı umudunu taşımaktadırlar.

Bugüne kadar yapılan Güneş gözlemlerinden elde edilmiş çift kutuplu Güneş leke grupları en çok göze çarpan yapılaşmalardır (Pulkkinen ve diğ., 1999). Şekil C.2'de (Bkz EK C) verilen kelebek diyagramı şeklindeki Güneş'in aktif bölgeleri, bu etkinliklerin en dikkat çekici işaretleridir. Bu özellikler, Güneş yüzeyinin altında yatan bir manyetik yapının ve dinamo mekanizmasının varlığının en belirgin kanıtları olarak gösterilebilir. Schüssler (1995) Güneş leke gruplarının karakteristik özelliklerinin, Güneş içerisinde boylamsal yönde oluşan bir manyetik yapı tarafından açıklanabileceğine işaret etmektedir. Güneş, en çok gözlenen ve teorik olarak çalışılan yıldız olduğundan, Güneş dinamosuna ait çalışmalar ayrıntılı MHD modeller ile test edilme ve kıyaslama şansına sahiptirler.

Noyes (1981)'e göre bir Güneş Dinamo'sunun oluşumunda rol oynayan üç önemli parametre vardır. Bu parametrelerden ilki açısal hızın derinliğe bağlı değişimidir ve bu da ters modellemelerden elde edilebilmektedir. Spiegel ve Zahn (1992) Güneş'e sismolojik tipteki yüksek çözünürlüklü gözlemleri kullanarak, kararlı bir şekilde katmanlaşmış ışınım bölgesi ile konvektif bölge arasındaki geçiş bölgesinde açısal hızın ani bir şekilde değiştiği bir kesme (shear) katmanı oluşacağını göstermişlerdir. Gilman ve Fox (1997) konvektif bölgenin tabanında ve fotosferin hemen altındaki bölgelerde enlemsel gradyanlı bir diferansiyel dönmenin varlığından bahsetmektedirler. Manyetik alandan sorumlu dinamo mekanizmasını doğuran nedenin bu diferansiyel dönme olduğuna inanılmaktadır. Son yıllarda yapılan çalışmalarda da bu geçiş bölgesi üzerinde durulmuştur. Şekil C.3 (Bkz EK C) SOHO projesinin sismolojik verilerinden elde edilmiş açısal hız değişimleri gösterilmektedir. Açısal hızdan sonra ikinci önemli parametre ise Coriolis sayısıdır. Dikpati ve arkadaşlarının (2003) belirttiği gibi, sayfa 9'da tanımlanan Coriolis sayısının birden büyük olduğu durumlarda Coriolis dönme kuvveti, boylamsal bileşenden kutupsal bileşenin doğuşuna neden olacaktır. Üçüncüsü parametre ise daha önce belirttiğimiz konvektif bölge derinliğidir. Güneş için bu bölgenin derinliği yaklaşık olarak Güneş yüzeyinden  $0,30R_{\odot}$  uzaklığı olarak bilinmektedir. Güneş'in beş dakikalık zonklama gözlemleri aracılığı ile konvektif bölgenin tabanı (KBT)

daha ayrıntılı olarak çalışılmıştır. Şekil 2.1’de  $r_{KBT}$  olarak belirtilen bu sınır Güneş merkezinden  $0,713R_{\odot}$  uzaklıktadır (Macgregor ve Charbonneau, 1999).

Parker’in 1993 çalışmasında Güneş’in konvektif bölgesindeki büyük ölçekli dinamo etkinliğinde iki önemli süreçten bahsedilmektedir. Bunlardan ilki çok yüksek değerli boylamsal alanın oluşum sürecidir. İkinci süreç ise döngünün tamamlanabilmesi için boylamsal bileşenden kutupsal bileşenin yaratıldığı süreçtir. Boylamsal bileşen Taşiklin bölgesinde, kutupsal bileşen ise ya yüzeye yakın bölgelerde ya da konvektif kabuk içerisinde üretilir. Dinamo sisteminin oluşması aşağıdaki süreçlerle açıklanabilir.

- Kutupsal bileşenin yüzeye yakın kısımlarda ortaya çıkması.
- Üretilen bu zayıf kutupsal bileşenin Taşiklin bölgesine doğru taşınması ( $\beta$ - etkisi yada çalkantılı taşıma).
- Manyetik alanın tachocline bölgesindeki diferansiyel dönme ve büyük-ölçekli diferansiyel dönme sayesinde organize bir şekilde sarılması sonucunda şiddetinin bu hareketlerle artarak boylamsal özellikli bir alanın meydana gelmesi ( $\omega$ -etkisi).
- Aktif bölgeleri de oluşturan büyük-ölçekli boylamsal alanın konvektif bölge içerisinde kutupsal hız vektörü yönünde yükselerek taşınması ve kutupsal bileşeni oluşturması.

Yukarıda anlatılan süreçlerin tamamına kapalı devre dinamo süreci adı da verilmektedir (Spruit, 2002). Dinamo mekanizması etkisiyle bu şekilde bir manyetik alan oluşumu en çok kabul gören bir görüş olarak karşımıza çıkmaktadır.

### **3.2. Konvektif Bölgede Manyetik Alan**

Bu bölümde dinamo kuramını tanımlayan genel denklemler verilecektir. Birinci kısımda Maxwell denklemleri ve Ohm yasası özetlenecektir. İkinci kısımda ise konvektif difüzyon denklemi aracılığıyla Güneş’teki dinamo kuramı incelenecektir.

### 3.2.1. Genel Denklemler

Denklemlerden önce, ilk kez 1864 yılında James Clark Maxwell'in topladığı, elektrik ve manyetik alanların birbirleriyle ve maddeyle etkileşimlerini anlatan dört Maxwell denkleminin verilmesi gerekmektedir. Bu dört denklemden (Griffiths, 1989) ilki elektrik alanının nasıl oluştuğunu belirten Gauss yasasıdır,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_E}{\epsilon_0}. \quad (3.1)$$

Bu denklem elektrik alanının skaler kaynağının elektriksel yük yoğunluğundan kaynaklandığını, başka bir deyişle, elektrik alanının yüklerde sonlandığını belirtmektedir. Bu eşitlikte kullanılan  $\rho_E$  ve  $\epsilon_0$  sırasıyla elektriksel yük yoğunluğu ve boş uzayın elektriksel geçirgenliğini temsil eden dielektrik katsayısıdır. İkinci denklem manyetik yükün olmadığını belirten tek kutupsuzluk (no monopole) denklemdir.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

Bu denklem manyetik alanın hep kendisini oluşturan neden üzerinde sonlandığını; diğer bir ifadeyle herhangi bir kapalı yüzeydeki manyetik akının sıfır olduğunu göstermektedir. Üçüncü Maxwell denklemi elektrik yük hareketi ve değişken elektrik alanlarının manyetik alan üreteceğini gösteren Ampere-Maxwell yasasıdır.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.3)$$

(3.3) eşitliğinde kullanılan  $\vec{J}$  ve  $\mu_0$  sırasıyla vektörel elektrik akım yoğunluğu ve manyetik geçirgenlik katsayısıdır. Sonuncu denklem ise değişken manyetik alandan elektrik alan üretimini anlatan Faraday indüksiyon yasasıdır.



$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (3.4)$$

Faraday yasası herhangi bir kapalı eğri üzerinde elektrik alanın rotasyonelinin, eğrinin çevrelediği yüzey üzerindeki manyetik alanın negatifinin zamanla değişimine eşit olduğunu göstermektedir. Sonucu denklemde, aşağıda verilen genelleştirilmiş Ohm yasası (Gombosi, 1998) kullanılarak;

$$\frac{\vec{J}}{\sigma} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.5)$$

ve Güneş'teki iletkenliğin sonsuza olduğu ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) kabul edilerek (3.4) denklemi aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir;

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}). \quad (3.6)$$

### 3.2.2. Güneş Fiziğine Uygulanabilecek Dinamo Denklemleri

Bu kısımda dinamo kuramındaki tanımlayan temel süreçler ve bunlara ait denklemler verilmiştir. Başlangıç noktamız manyetik indüksiyon denklemdir:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta_m \nabla^2 \vec{B}. \quad (3.7)$$

Burada  $\eta_m = 1/\sigma\mu_0$  manyetik sızma katsayısı (magnetic diffusivity) olarak adlandırılır. Eşitliğin sol tarafındaki terim manyetik alanın zaman değişimini betimler; sağ tarafındaki ilk terim konvektif terim olarak adlandırılır. Eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terimin yokluğunda, (3.7) eşitliği manyetik alanın plazmaya “dondüğünü” betimler; diğer bir deyişle, manyetik alanla plazmanın göreceli hızı yoktur, eşitlikteki  $\vec{v}$  hızı plazmayla manyetik alanın ortak hızıdır. Eşitliğin sağ tarafındaki ikinci terim sızma terimi (diffusive) olarak adlandırılır. Birçok MHD çalışmasında (Parker, 1993; Schüssler, 1995; Dikpati ve diğ., 2003; Brun ve diğ.,

2004), Güneş'teki manyetik alan ve akışkan hızına ait kutupsal ve boylamsal bileşenler toplamları aşağıdaki şekilde yazılır;

$$\vec{B} = B_B \vec{e}_\phi + \vec{B}_K, \quad (3.8)$$

$$\vec{v} = v_B \vec{e}_\phi + \vec{v}_K. \quad (3.9)$$

Son iki eşitliği ve bunların diverjans özelliklerinin  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$  olduğunu kabul ederek (3.7) denkleminde yerine koyduğumuzda, boylamsal alanın zamansal değişimi elde edilir;

$$\frac{\partial B_B}{\partial t} + r(\vec{v}_K \cdot \vec{\nabla}) \frac{B_B}{r} = r(\vec{B}_K \cdot \vec{\nabla}) \frac{v_B}{r} + \eta_m (\nabla^2 - \frac{1}{r^2}) B_B. \quad (3.10)$$

Yukarıdaki eşitliğin sol tarafındaki ikinci terim, matematiksel açıdan bir “yön türevini gösterirken, fiziksel olarak kutupsal akışkan hız vektörü boyunca boylamsal manyetik alan değişimini anlatmaktadır. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim,  $\omega$ -etkisi olarak da bilinen bir süreçtir; boylamsal bileşen  $B_B$ 'nin kutupsal bileşen  $\vec{B}_K$  ( $= B_r \vec{e}_r + B_\theta \vec{e}_\theta$ ) ve kesmeden ( $v_B / r$ ) kaynaklandığını ifade etmektedir (Brun ve diğ., 2004). İkinci terim ise kayıpları (batık) göstermektedir. Boylamsal yöndeki  $v_B$  hızını,

$$v_B = \Omega r \sin \theta \quad (3.11)$$

şeklinde yazarsak, diferansiyel dönmeden ( $\Omega$ ) kaynaklanan kesme hızının 22 yıllık Güneş çevrimlerine de neden olan boylamsal manyetik alanı yarattığı söylenebilir.

(3.7) indüksiyon denkleminde manyetik alanın kutupsal bileşenin incelenebilmesi için, bu bileşenin  $A_K$  gibi bir vektör potansiyel cinsinden,  $\vec{B}_K = \vec{\nabla} \times (A_K \vec{e}_\phi)$  şeklinde ifade edilmesi gerekmektedir. Literatürde ilk defa Parker

(1955) tarafından tanımlanan  $\alpha$ -etkisini  $E_\phi = \alpha B_\phi$  şeklinde dikkate alırsak,  $A_K$  potansiyeline ait aşağıdaki diferansiyel denklemi elde edilir;

$$\frac{\partial A_K}{\partial t} + \left(\frac{\vec{v}_K}{r} \cdot \vec{\nabla}\right)(rA_K) = \alpha B_B + \eta_m \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2}\right)A_K. \quad (3.12)$$

Son eşitlikteki  $\alpha$  sabiti, genelleştirilmiş Ohm yasasından da anlaşılacağı gibi, hız boyutundadır. (3.12) eşitliği yakında incelendiği zaman kutupsal bileşenin büyük ölçekli siklonik hareketlerin ( $\vec{v}_K$ ) boylamsal bileşen  $B_B$  ile etkileşmesinden kaynaklandığı görülebilir ( $\alpha$ -etkisi). Yukarıdaki eşitliğin sol tarafındaki ilk terim  $A_K$ 'daki zamansal bağımlılığı gösterirken, ikinci terim dinamo kuramında çalkantı yoluyla taşınım safhasını göstermektedir (Brun ve diğ., 2004). (3.10) ve (3.12) eşitliklerinden anlaşılacağı üzere, sırasıyla kutupsal bir bileşenden boylamsal karakterde bir manyetik ve tersini de sağlayan bir dinamo tanımlanmaktadır. Dolayısıyla tersine dönen (reversing dynamo) ve sürekli bir dinamo mekanizması oluşmaktadır.

Bazı çalışmalarda Güneş içerisindeki manyetik alanın bileşenleri arasındaki büyüklük ilişkisi üzerinde durulmuştur. Örneğin Kleorin ve çalışma arkadaşlarının (1996) gerçekleştirdikleri çalışmada Güneş'in konvektif bölgesindeki manyetik çalkantının yüzeydeki leke oluşumuna ve gözlenen Güneş zonklamalarıyla ilişkisine bakmışlardır. Kleorin ve diğ. (1996) manyetik alanın üç bileşeni arasındaki ilişkiyi  $B_\phi \gg B_r, B_\theta$  şeklinde tanımlamışlardır. Buna karşılık Brun ve diğ. (2004) Güneş yüzeyindeki kutupsal alanın  $10^{-3}$  T, boylamsal alanın ise  $10^{-1}$  T civarında olduğunu belirtmişlerdir. Glatzmaier (1985) ise Güneş içerisindeki manyetik enerjinin % 85'inin boylamsal bileşenden kaynaklandığını belirtmiştir. Birinci bölümde ifade edilen bileşenlere ait enerji değerleri kullanılarak, bileşenler arasında yaklaşık 10 katlık bir fark olduğu söylenebilir.

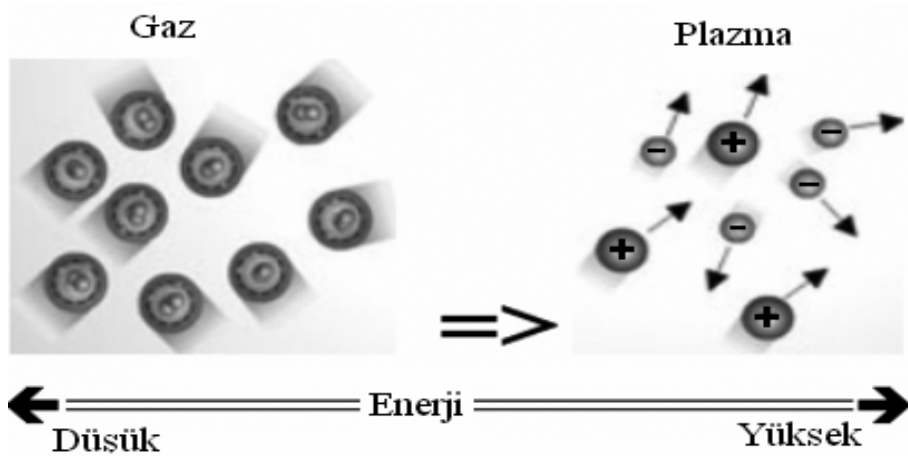
Bu tez kapsamında, yukarıda anlatılan manyetik alan ve dinamo ilişkileri kullanılarak maksimum değeri 10 T büyüklüğünde ve boylamsal yönde bir manyetik alan profili seçilmiştir. Çalışmanın ilgili bölümlerinde de ayrıntılı bir şekilde

anlatıldığı gibi böyle bir manyetik alanın Güneş'in konvektif bölgesinin alt kısmındaki varlığının bazı fiziksel parametreler üzerindeki etkileri irdelenmiştir.

## BÖLÜM 4

### MATERYAL ve YÖNTEM

Güneş, kütleinin büyük çoğunluğu hidrojeninden oluşan bir plazma topuna benzetelebilir. Bu top, çok basit olarak, Şekil 4.1’de gösterildiği gibi maddenin gaz fazına yüksek enerjiler verilerek elde edilmiş yüklü ve yüksüz parçacıklar topluluğu olarak tanımlanabilir. Bu özelliğinden dolayı, plazma ısı ve elektromanyetik alan etkisiyle hareket ettirilebilir veya tuzaklanabilir diyebiliriz.



Şekil 4.1. Maddenin enerjinin etkisiyle gaz fazdan plazmaya dönüşümü.

Literatürde plazmanın bilinen üç adet temsili vardır. Bunlardan ilki, parçacık hızlandırıcılarının da temelini oluşturan parçacık optiği olarak bilinen gösterim şeklidir. Bu gösterimde, ışığın merceklerdeki optik davranışına gönderme yapılarak elektron ve iyonların da elektromanyetik alandaki hareketleri incelenmektedir (Artsimovich, 1971). İkinci gösterim biçimi, kinetik teori olarak da bilinen, plazmanın hareketini toplu gaz dinamiği şeklinde inceleyen yöntemdir (Chen, 1977; Demokan, 1991). Üçüncü ve son gösterim biçimi ise manyetohidrodinamik (MHD) temsildir. Burada kinetik teorisinin özel bir durumunda parçacıklar arası uzaklık çok kısa ve ortam sürekli bir akışkan gibi düşünülür. Dolayısıyla kinetik teorisinin temelini oluşturan Maxwell-Boltzmann denkleminin integralleri alınarak plazmayı tanımlayan MHD denklemleri elde edilir (Choudhuri, 1998). Manyetohidrodinamik kelimesinin etimolojik kökeni manyetik alandan kaynaklanan “manyeto”, akışkan anlamındaki

“hidro” ve hareket anlamındaki “dinamik” kelimelerinin birleşimine dayanmaktadır. Kısaca MHD, elektriksel iletkenliği olan akışkanların elektromanyetik alandaki dinamiğini inceleyen disiplindir. Bu kavram literatürde ilk defa Alfvén (1942) tarafından kullanılmış ve yine kendisince geliştirilerek 1970 yılı Nobel Fizik Ödülünü almasına yol açmıştır.

Çalışmamızın başlıca amacı da yarı hidrostatik dengedeki bir Güneş’in konvektif bölgesinin alt tabanındaki dar Taşiklin bölgesinde kullanılabilecek bir manyetohidrodinamik (MHD) Güneş modeli geliştirmektir. Aşağıda MHD denklemleri olarak bilinen eşitlikler elde edildikten sonra bunların çözüm yöntemleri ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

#### 4.1. Tek Akışkan Denklemleri

Kinetik teoride parçacıkların dış güçlerin (örneğin sıcaklık, manyetik alan) etkisi altındaki davranışları dağılım fonksiyonları aracılığıyla tanımlanabilir (Choudhuri, 1998). Maxwell-Boltzmann denklemi, MHD yaklaşımını tanımlamakta kullanılacaktır.

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} f_s + \frac{e_s}{m_s} [\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}] \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{u}} = \frac{\delta f_{sc}}{\delta t} \quad (4.1)$$

Bu denklemde  $f$ ,  $s$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{\nabla}$ ,  $e$ ,  $m$  ve  $c$  sırasıyla parçacığa ait dağılım fonksiyonunu, parçacık türünü, parçacık hızını, gradyan operatörünü, birim yükü, kütle ve çarpışmaları ifade etmektedirler.

Buna göre parçacıklar arası uzaklık ortamın ölçek uzunluğuna göre çok kısa ise Maxwell-Boltzmann eşitliğinin hıza göre değişik momentleri alınarak MHD yaklaşımında kullanılan ana denklemler elde edilir (Demokan, 1991).

Yukarıdaki (4.1) ana denkleminin her iki tarafını üç boyutlu hız integral elemanı  $d^3u$  ile çarparak integral alınırsa kütle taşınım denklemi elde edilebilir;

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{u}_s) = 0. \quad (4.2)$$

(4.2) Denklemine  $n_s$  parçacıkların birim hacimdeki sayısal yoğunluğunu göstermektedir. Akışkan hareket denkleminin elde edilebilmesi için ise Maxwell-Boltzmann denkleminin her iki tarafının  $m_s \vec{u} d^3u$  ile çarpılarak 1. momentinin alınması gerekmektedir;

$$m_s n_s \left[ \frac{\partial \vec{u}_s}{\partial t} + (\vec{u}_s \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_s \right] = e_s n_s [\vec{E} + (\vec{u}_s \times \vec{B})] - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}_s + \frac{\delta_c \vec{P}}{\delta t}. \quad (4.3)$$

Momentum transferini tanımlayan (4.3) denklemine  $\vec{u}_s, \vec{P}_s, \vec{p}$  ve  $\delta_c / \delta t$  sırasıyla ortalama hız, basınç tensörü, momentum vektörü ve çarpışmalardan kaynaklanan kayıpları ifade etmektedirler. Son olarak (4.1) denkleminin her iki tarafını  $(m_s u^2 / 2) d^3u$  ile çarparak bu sefer 2. moment alınırsa enerji transfer denklemi elde edilebilir.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{U}_F - \vec{E} \cdot \vec{J}_s = \frac{m_s}{2} \int u^2 \frac{\delta_c f_s}{\delta t} d^3u \quad (4.4)$$

Son denklemdeki  $U, \vec{U}_F$  ve  $\vec{J}_s$  sırasıyla enerji, enerji akısı ve akım yoğunluklarını göstermektedirler.

#### 4.2. İletken Akışkanlarda MHD Denklemleri

Bir önceki kısımda tanımlanan elde edilen transfer eşitlikleri yüklü veya nötr olan bir tek parçacık türüne ait büyük ölçekli davranışları incelemek için kullanılır. Bu kısımda ise iyonlaşmış gaz olan plazmanın tamamının davranışını inceleyen MHD denklemleri verilecektir. Bu amaçla kütleli yoğunluk ( $\rho$ ) ile

$$\rho = \sum_s m_s n_s, \quad (4.5)$$

elektriksel yük yoğunluğu ( $\rho_E$ ) şeklinde

$$\rho_E = \sum_s e_s n_s, \quad (4.6)$$

akışkan hızı

$$\vec{v} = \frac{1}{\rho} \sum_s \rho_s \vec{u}_s, \quad (4.7)$$

ve elektriksel akım yoğunluğu ( $\vec{J}$ )

$$\vec{J} = \sum_s e_s n_s \vec{u}_s \quad (4.8)$$

olarak dikkate alınacaktır (Gombosi, 1998). Buradan plazmadaki akışkanın, yükün ve momentumun sürekliliğini belirten denklemler sırasıyla aşağıdaki şekilde verilir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \rho_E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (4.10)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = \rho_E \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} - \vec{\nabla} \cdot \vec{P}_s + \frac{\delta_c \vec{P}}{\delta t}. \quad (4.11)$$

#### 4.2.1 Akışkanlarda İdeal MHD Yaklaşımı

Yukarıdaki (4.9)-(4.11) eşitlikleri literatürde ideal olmayan MHD denklemleri olarak da bilinmektedirler. İdeal bir akışkana uygulanabilecek MHD denklemlerini elde etmek için ise aşağıdaki yaklaşımların kullanılması gerekmektedir.

1) Isı alışverişinin ihmal edilebildiği adiyabatik durumlarda gazın termodinamik dengeden çok uzak olmadığı kabul edilerek basınç tensörü yerine skaler basınç kullanılabilir.

2) Elektron ve iyonların sayısal yoğunluklarının eşit olduğu düşünülerek plazmanın nötr olduğu varsayılır.



3) Amper-Maxwell yasasındaki yer değiştirme akımının ihmal edilebilecek derecede küçük olduğu kabul edilir ( $\partial \vec{E} / \partial t \approx 0$ ).

4) Parçacıklar arası çarpışmalar ihmal edilerek plazma iletkenliği sonsuz varsayılır.

Yukarıdaki dört varsayımı kullanarak ideal MHD yaklaşımındaki kütle süreklilik denklemi bulunur:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 . \quad (4.12)$$

Çekimsel kuvvetin de dikkate alındığı hareket denklemi řu şekilde ortaya çıkıyor:

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \vec{J} \times \vec{B} . \quad (4.13)$$

Adiyabatik durum denklemi ise

$$p = \frac{c_s^2}{\gamma} \rho \quad (4.14)$$

şeklinde yazılır.

İdeal MHD denklemlerinin tamamlanabilmesi için nc bölümde anlatılan Maxwell denklemleri ve Ohm yasası yeniden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (4.15)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.16)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{0} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) . \quad (4.19)$$

Buradaki (4.12)-(4.19) eşitlikleri ideal MHD yaklaşımının genel denklemleri olarak bilinirler ve bu bağlamda doğrusal değildirlir (Priest, 2006). Bu nedenle çözüm ararken akışkanın sıkıştırılabilirliği gibi bazı fiziksel özelliklerini sınırlandıran bir takım yaklaşımlar kullanılmaktadır. Bu yaklaşımları akışkanın ses hızı ile ölçeklendirilmiş hızına bağlı Mach sayısı ( $Ma = v/c_s$ ) değerlerine göre iki sınıfta toplayabiliriz. İlk sınıf  $Ma$ 'nın 1'den küçük değerleri için geçerli olan sıkıştırılmaz akışkan yaklaşımları, ikinci sınıf ise sıkıştırılmazlıktan bağımsız olan ince kabuk yaklaşımıdır. Bunlar sırasıyla aşağıda anlatılmıştır.

### 4.3. Sıkıştırılmaz Akışkan Yöntemleri

Çok küçük akışkan hızlarının ele alındığı ( $Ma \ll 1$ ) için geçerli olan bu sınıfta üç temel yaklaşım yöntemi vardır. Bunlar sırasıyla esneksizlik (anelastic), Boussinesq ve hızın diverjans yaklaşımı yöntemleridir ve özellikleri izleyen kısımlarda ayrıntılı olarak verilecektir.

#### 4.3.1. Esneksizlik Yaklaşımı

Literatürde ilk defa Gough (1969) tarafından tanımlanan bu yöntem ses hızını filtre eden yaklaşım olarak da bilinmektedir. Burada akışkan sıkıştırılmazlıkla sıkıştırılabilirlik arasındaki bir durumda kabul edilir. Manyetik alan gibi dış etkenlerden kaynaklanan fiziksel değişimlerin hidrostatik dengedeki referans konumuna göre çok küçük olduğu varsayılır (Lantz ve Fan, 1999). Ayrıca yoğunluğun da zaman içerisinde değişmediği varsayılarak ( $\partial\rho/\partial t = 0$ ), (4.12) süreklilik denklemi aşağıdaki gibi basitleştirilir.

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (4.20)$$

Bu yaklaşımla elde edilecek akışkan hızı ses hızından küçük olacağından ve akışkan yada plazma yarı sıkıştırılabilir olarak kabul edilir. Esneksizlik yaklaşımının önemli bir özelliği de hızlar skaler bir potansiyel fonksiyonu cinsinden yazılabileceğinden dolayı bu durum sayısal çözümlerin yanı sıra analitik çözümler için de geçerliliğidir.

Aksi takdirde ek bazı terimlerin hesaba katılması gerektiğinden işlemler daha da güçleşmektedir.

#### 4.3.2. Boussinesq Yaklaşımı

Kanımızca yukarıdaki esneksizlik yaklaşımının özel bir durumu olan bu yaklaşım ilk defa Fransız matematikçi Joseph Valentin Boussinesq tarafından çalışılmıştır (Bkz Miesch ve Gilman, 2004; Cally, 2003). Akışkanın ısısal dengeden çok uzak olmadığı bu durumda yoğunluğun gerek uzaysal gerekse zamansal olarak çok fazla değişmediği varsayılır ve süreklilik denklemi aşağıdaki gibi elde edilir. Öncelikle  $\partial\rho/\partial t + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}) = 0$  biçiminde yazılabilen kütle süreklilik eşitliği kullanılarak durgun durumda (steady state);

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\rho + \rho\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (4.21)$$

denklemi elde edilir. Son eşitliğin sağ tarafındaki birinci terim, yön türevi olduğundan, akışkan hız vektörü yönündeki kütle yoğunluğunun değişimini belirtmektedir. (4.13) Hareket denklemindeki yoğunluğun zaman içerisinde sabit kaldığı varsayılarak yalnızca çekimsel terimdeki katkısı şu şekilde dikkate alınır (EK A1):

$$\Delta\rho\vec{g} = \alpha\rho_0\Delta T\vec{g}. \quad (4.22)$$

Son eşitlikte  $\rho_0$ ,  $\Delta T$  ve  $\alpha = -1/T_0$  sırasıyla akışkanın hidrostatik dengede kabul edilen referans konumundaki yoğunluğunu, referans konumuna göre sıcaklık farkı ve ısısal genleşme katsayısını temsil etmektedir. Bu yöntemle elde edilen akışkan hızları ses hızından küçüktür ve akışkan sıkıştırılmaz olarak kabul edilir.

#### 4.3.3. Hızın Diverjans Yaklaşımı

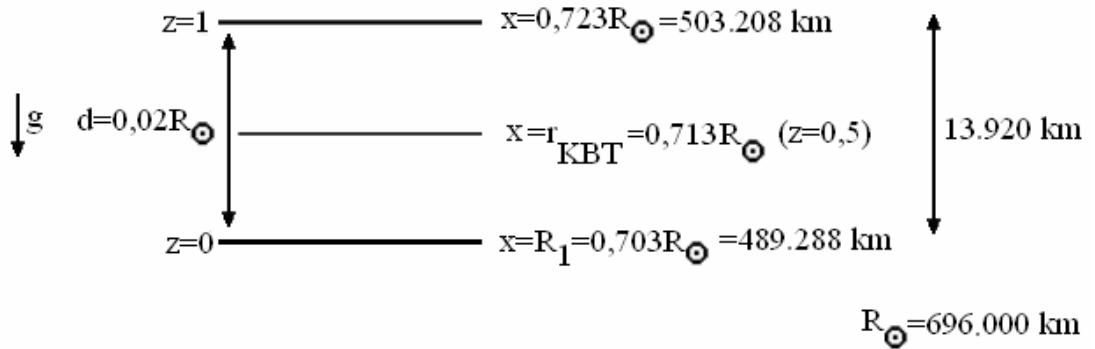
MHD eşitliklerinde hızın diverjansı  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  şeklinde alınarak işlem yapılır (Landau ve Lifshitz, 1959; Denis, 1991). Burada Boussinesq yaklaşımından farklı

olarak yoğunlukla ilgili herhangi bir kısıtlama yoktur ve elde edilen hızlar da ses hızından çok küçüktür.

#### 4.4. İnce Kabuk Yaklaşımı

Çalışmamızda Güneş'in KBA bölgesindeki MHD çözümlerini ararken yukarıdaki yaklaşımları sıkıştırılabilirlikten bağımsız bir duruma getirdik. Bunun için de "İnce Kabuk Yaklaşımı" olarak bilinen yöntemi kullandık. Bu yöntemde araştırılan bölgenin ince kabuklardan oluştuğu varsayılır ve Şekil 4.2'de gösterilen kabuk kalınlığının ( $d$ ) çok küçük olduğu durumlarda çapsal koordinat aşağıdaki gibi normalize edilerek işlem yapılır (Miesh ve Gilman, 2004):

$$r = R_1 + zd \quad (4.23)$$



Şekil 4.2. KBA'nın ince kabuk gösterimi.

Son eşitlikte (4.23) kullanılan  $R_1$ , yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi kabuğun tabanını belirtirken,  $z$  boyutsuz yüksekliği ifade etmektedir. Buna göre  $z=0$  ve  $1$ , sırasıyla, kabuğun alt ve üst sınırlarını temsil etmektedir.

İnce kabuk yönteminde  $d$  kalınlığının ( $0.02R_{\odot}$ ) taban yarıçapından çok küçük olduğu varsayılır:

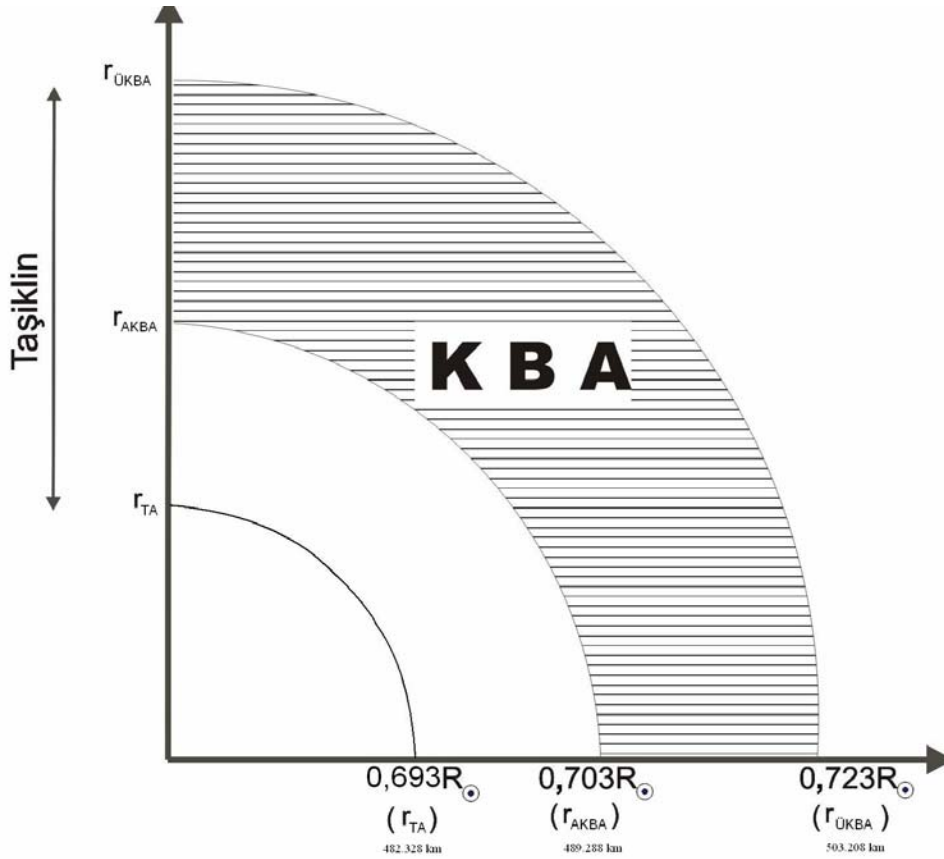
$$\chi = \frac{d}{R_1} \ll 1. \quad (4.24)$$

Son eşitlikteki  $\chi$  sembolü kalınlık parametresi olarak kullanılmaktadır.

## BÖLÜM 5

### GÜNEŞ'İN KONVEKTİF BÖLGESİNİN ALT KISMINDAKİ MHD DENKLEMLERİ

Bu tez çalışmasının temel amacı manyetik alanı da dikkate alarak Güneş'teki KBA bölgesinin daha ayrıntılı biçimde çalışılması olarak belirtilmiştir. Bu bölge Güneş merkezinden  $0,703R_{\odot}$ - $0,723R_{\odot}$  kadar uzak olan yarıçaplar arasında yer almaktadır (Şekil 5.1). KBA, konvektif bölgenin tabanında bulunmakta ve yaklaşık kalınlığı  $10^4$  km olan (Schmitt ve diğ., 1984) dışa doğru kütle atılım bölgesini de içermektedir. Son yıllarda üzerinde ayrıntılı olarak çalışılan bu bölgenin Taşiklin orta noktasının ( $0,693R_{\odot} \pm 0,002R_{\odot}$ ) biraz üzerinde olduğunu varsayacağız.



Şekil 5.1. Güneş kabuğunda KBA'nın gösterimi

## 5.1. Yarı Hidrostatik Denge Durumu

KBA'da (4.13) momentum transfer denkleminin yarı hidrostatik denge durumundaki Güneş plazması için bazı özel çözümlerini araştıracağız. Tez çalışmamızda Schüssler (1995) ve Gilman, ayrıca Fox (1997) tarafından gerçekleştirilen çalışmalarda da olduğu gibi 10 T maksimum değerinde boylamsal yönlü bir manyetik alan profili seçilmiştir. 10 T yeğinliğindeki manyetik alan toroidal yapıda olduğu için ortaya çıkan eğrilik kuvvetinin etkisiyle olası boylamsal değişimleri bastıracağından, küresel koordinatlarda değişken ayrımını kolaylaştırmak amacıyla bu profilin eksensel simetri özelliği varsayılarak işlem yapılmıştır. Boylamsal yönde ( $\phi$  yönünde) ve eksensel simetrik ( $\phi$  koordinatından bağımsız) akışkan hareketi için momentum transfer denklemi aşağıdaki gibi olacaktır (Cavus ve Karafistan, 2007):

$$\rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B}. \quad (5.1)$$

Küresel koordinatları kullanmakla birlikte, son denklem sadece  $r$  ve  $\theta$  koordinatlarına göre şöyle yazılabilecektir:

$$\rho \frac{v^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} + \rho g + \frac{B^2}{\mu_0 r} + \frac{B}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial r} \quad (5.2)$$

$$\rho v^2 \cot \theta = \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{B^2}{\mu_0} \cot \theta + \frac{B}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial \theta}. \quad (5.3)$$

(5.2) ve (5.3) eşitliklerindeki  $v$  ve  $B$  sırasıyla hız ve manyetik alanın  $\phi$  yönündeki skaler bileşenlerini göstermektedirler.

Standart Güneş modelleri (SGM) oluşturulurken de yukarıda verilen denklemlere benzer denklemler kullanılmakla beraber manyetik alan ve dönme dikkate alınmaz. Bu çalışmada referans olarak Christensen-Dalsgaard ve çalışma arkadaşlarının 1996 modeli kullanılacaktır. KBA'da bu modele ait yoğunluk ve ses

hızının Tablo 5.1'deki değerlerine bakarak ses hızının sabit, yoğunluğun ise yaklaşık % 15'lik bir değişim sergilediğini söyleyebiliriz (ayrıntılar için Bkz EK B2).

**Tablo 5.1.** SGM'deki yoğunluk ve ses hızı değişimleri

$x = r/R_0$	$c_s$ (m/s)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
0,703	2,284x10 <sup>5</sup>	203
0,723	2,182x10 <sup>5</sup>	174

## 5.2. KBA'da İnce Kabuk Yaklaşımı ve Boyutsuz Denklemler

Bölüm 4.4'te anlatılan ince kabuk yaklaşımını uygulayarak (5.2) ve (5.3) denklemlerinin konvektif bölgenin tabanını da içeren Güneş'in KBA katmanındaki sayısal çözümleri aranacaktır. İşlemlerin kolaylaştırabilmesi için bu denklemlerde kullanılan parametreler aşağıdaki denklem setinde verilen ifadeler yardımıyla boyutsuz  $\rho, v', p', g'$  ve  $b$  parametreleri cinsinden yazılacaktır;

$$\begin{aligned}
 v &= Wv' \\
 B &= \sqrt{\mu_0 \rho_1 W^2 b} \\
 \rho &= \rho_1 \rho' \\
 p &= \rho_1 W^2 p' \\
 g &= \frac{W^2}{R_1} g'
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Son denklem setinde (5.4) kullanılan manyetik alanın maksimum değeri 10 T olarak seçilmiş (Schüssler ve diğ., 1994; Rempel ve diğ., 2000) ve bu değer boyutsuz olarak 1'e normalize edilmiştir. Dolayısıyla  $B = \sqrt{\mu_0 \rho_1 W^2 b}$  eşitliğinden hareketle (5.4) denklem setindeki yeni hız  $W$ 'nin yaklaşık değeri 630 m/s olarak bulunur. Manyetik geçirgenlik katsayısı  $\mu_0$  ve yoğunluğun  $r_{AKBA}$ 'daki değerleri ise sırasıyla  $4\pi 10^{-7}$  ve 203 kg/m<sup>3</sup> olarak alınmıştır (Tablo 5.1). Manyetik alan değer olarak 1'e normalize edildiğinden  $W$ , KBA'nın tabanındaki Alfvén hızına karşılık gelmektedir

(Alfvén, 1942). (5.2) ve (5.3) eşitlikleri, son denklem setinde tanımlanan yeni parametreler cinsinden daha özgün bir şekilde yazılabilir (çıkarm için Bkz EK A2);

$$\rho' \frac{v'^2}{1 + \chi z} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho' g' + \frac{b^2}{1 + \chi z} + \frac{b}{\chi} \frac{\partial b}{\partial z} \quad (5.5)$$

$$\rho' v'^2 \cot \theta = \frac{\partial p'}{\partial \theta} + b^2 \cot \theta + b \frac{\partial b}{\partial \theta}. \quad (5.6)$$

Son iki eşitlikte kullanılan boyutsuz parametreler aşağıdaki gibi değişkenlerine ayrılabilir.

$$\begin{aligned} \rho'(z, \theta) &= R(z) j(\theta) \\ b(z, \theta) &= A(z) f(\theta) \\ v'(z, \theta) &= V(z) u(\theta) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Lima ve çalışma arkadaşlarının (2001) kullandığı yönteme benzer şekilde gerekli basitleştirmeler yapılırsa (EK A2) enlemsel açı bağımlılıkları sırasıyla küresellik ( $\varepsilon$ ) ve yoğunluğun şekil parametreleri ( $\delta$ ) cinsinden şu şekilde yazılır;

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \sin^\varepsilon \theta \\ j(\theta) &= 1 + \delta \sin^{2\varepsilon} \theta \\ u(\theta) &= \frac{\sin^\varepsilon \theta}{\sqrt{1 + \delta \sin^{2\varepsilon} \theta}} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Hareket denkleminde elde edilen çapsal koordinat ve enlemsel açıya ait değişimleri içeren (5.5) ve (5.6) denklemlerinde (5.8) denklem setini yerine koyarak bu iki denklemi boyutsuz parametreler cinsinden yeniden elde ederiz. Sonrasında denklemlerden birincisini  $\theta$ 'ya, ikincisini ise  $z$ 'ye göre türevini alarak gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, aşağıdaki gibi ikinci mertebeden basit bir diferansiyel denklem haline getirilebilir;



$$\begin{aligned} & \frac{1 + \chi z}{\chi} \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} \frac{d^2 R}{dz^2} + [(1 + \chi z) \delta g' + \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} - \frac{2\delta \varepsilon c_s'^2}{\gamma}] \frac{dR}{dz} + \chi \delta g' R \\ & + A \frac{dA}{dz} (1 - 2\varepsilon) + \frac{1 + \chi z}{\chi} \left[ \left( \frac{dA}{dz} \right)^2 + A \frac{d^2 A}{dz^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

$R(z)$ 'nin ikinci derece diferansiyelini içeren (5.9) genel denkleminin  $\varepsilon$ ,  $\delta$ ,  $\chi$  ve  $n$  parametrelerine bağlı çözümleri aranmıştır. İzleyen alt bölümlerde verilen sınır koşulları ve özel manyetik alan profili tanımlanarak (5.9) denkleminin sayısal çözümleri araştırılacaktır.

### 5.3. Sınır Koşulları

Bu çalışmanın ana amaçlarından birisi olan KBA'nın alt ve üst sınırlarında SGM yoğunluğunun perturbe edilmemesi koşulunun sağlanması için aşağıdaki koşulların kullanılması gerekmektedir;

$$R(z) = 1, \quad \frac{dR}{dz} = -\kappa \quad (z = 0 \text{ için}). \quad (5.10)$$

Son eşitlikte kullanılan  $\kappa$  katsayısı hidrostatik denge şartı yardımıyla hesaplanabilir ve SGM'ye ait yoğunluk değerinin sağlanabilmesi için  $\kappa = \chi \gamma g' / c_s'^2 = 0,222$  (Bkz. EK A3) olması gerekmektedir. Bu değer Tablo 5.1'de  $203 \text{ kg/m}^3$  olarak verilen değere karşılık gelmektedir.

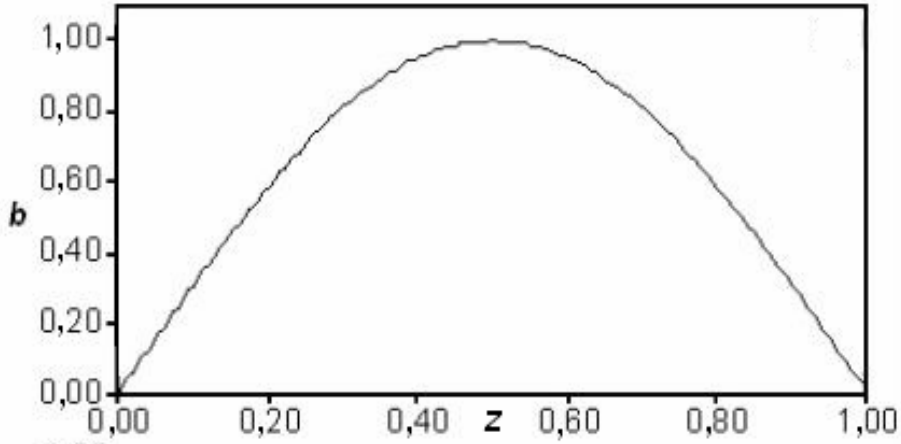
### 5.4. Manyetik Alan Profili

Bu tez çalışmasında (5.9) genel denkleminin bazı parametrik çözümleri araştırılırken, manyetik alanın çapsal bağımlılığı Gilman ve diğerlerine (2004) benzer şekilde kabul edilerek, (5.8) yardımıyla boyutsuz  $\vec{b}(z, \theta) = \sin(n\pi z) \sin^\varepsilon \theta \vec{e}_\phi$  yapısında bir manyetik alan profili kullanılmıştır. Burada karşımıza çıkan  $n$  parametresi keyfi bir sabit olmakla birlikte Gabriel'e (2006) göre manyetik alan KBA'nın alt ve üst sınırlarında SGM'yi değiştirmemelidir. Modelimizi buna göre

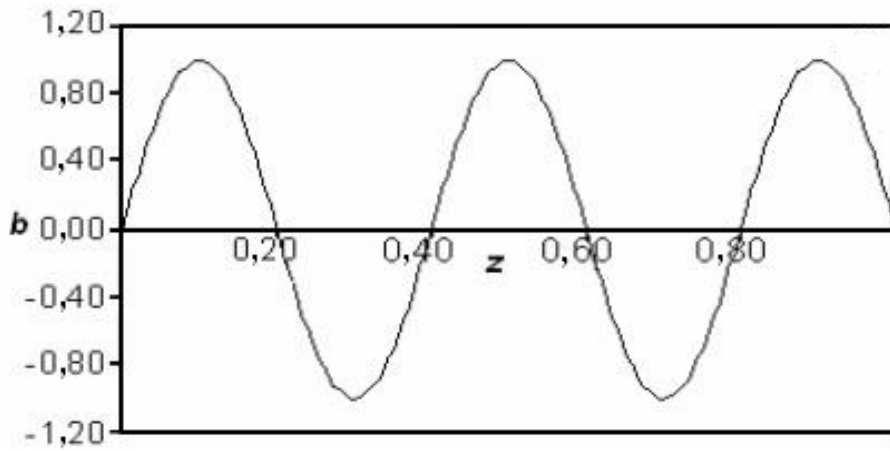
ölçeklendirerek manyetik alanı sınırlarda sıfır, orta noktada maksimum olacak şekilde koşullandırdık;

$$b(z, \theta) = 0 \quad (z = 0 \text{ ve } 1 \text{ için}). \quad (5.11)$$

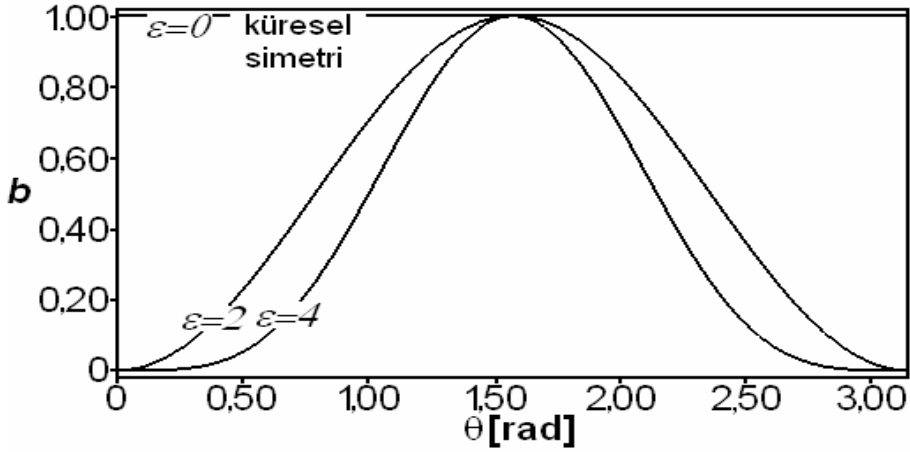
Dolayısıyla  $n=1,5,9\dots$  olması gerekmektedir. Boyutsuz manyetik alan  $b$ 'nin çapsal ( $z$ ) ve açısasal ( $\theta$ ) değişimlerinin yanı sıra manyetik akının  $\varepsilon$  ve  $n$  parametrelerine bağlı değişimleri aşağıda verilmiştir. Öncelikle manyetik alanın ekvatorunda ( $\theta=\pi/2$ )  $n$  parametresine bağlı değişimleri çapsal koordinat  $z$ 'nin fonksiyonu olarak Şekil 5.2 ve 5.3'de verilmiştir. İkinci olarak konvektif bölgenin tabanındaki ( $z=0.5$ ) değişimi enlemsel açının fonksiyonları olarak Şekil 5.4'te çizilmiştir.



Şekil 5.2. Boyutsuz manyetik alan  $b$ 'nin ekvatordaki değişiminin  $n=1$  için  $z$ 'nin fonksiyonu olarak gösterimi.

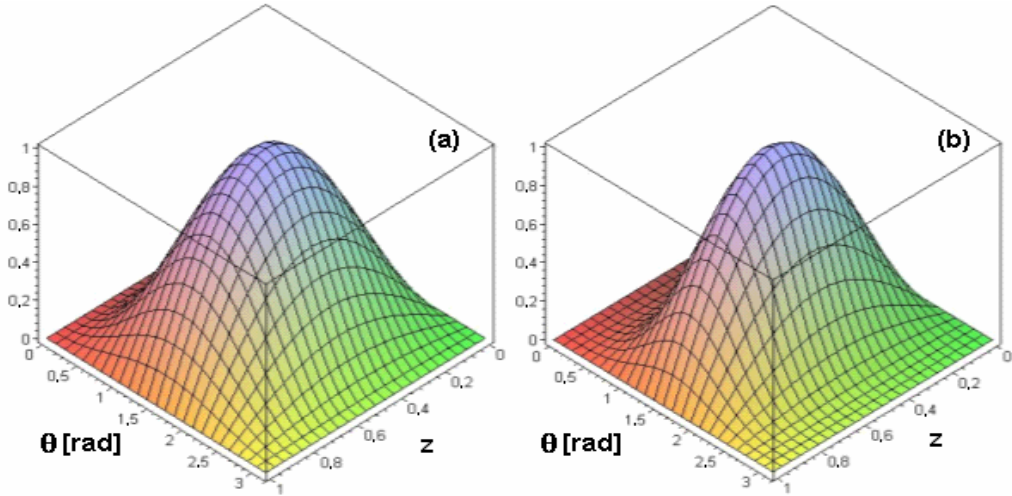


Şekil 5.3.  $b$ 'nin ekvatordaki değişiminin  $n=5$  için  $z$ 'nin fonksiyonu olarak gösterimi.



Şekil 5.4.  $b$ 'nin değişik  $\varepsilon$  parametreleri için konvektif bölgenin tabanındaki açısal değişimi ( $n=1$ ).

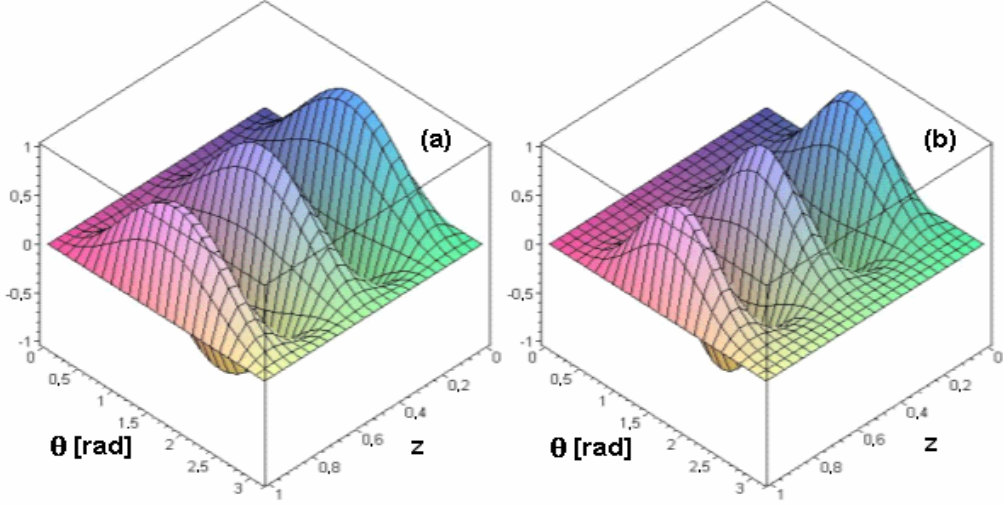
Şekil 5.4'te temsil edilen manyetik alanın enlemsel açıya bağlı değişimleri incelendiğinde  $\varepsilon$  küresellik parametresinin artan değerlerine bağlı olarak ekvator bölgesinde daha çok odaklandığı görülmektedir. Kullandığımız manyetik alan profiline ait üç boyutlu değişimler sırasıyla Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'da sunulmaktadır.



Şekil 5.5.  $b$ 'nin  $n=1$  için üç boyutlu değişimi (a)  $\varepsilon=2$  ve (b)  $\varepsilon=4$ )

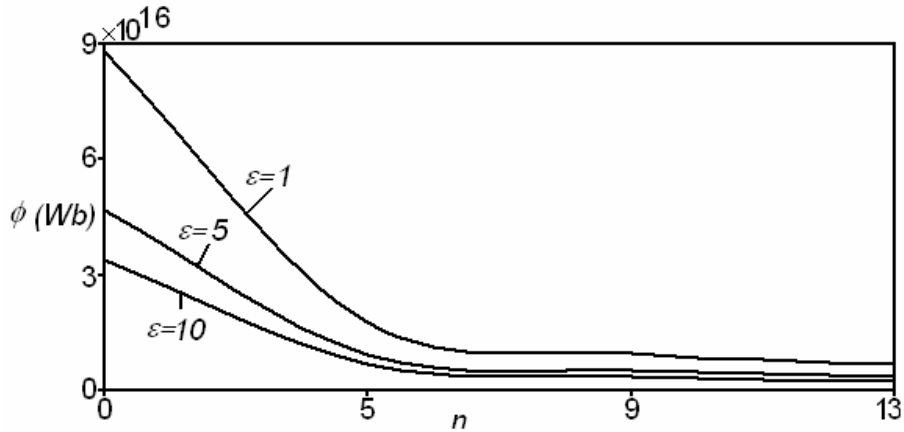
$n=5$  için manyetik alanın değişimlerinin gösterildiği Şekil 5.3 ve Şekil 5.6'ya dikkatle baktığımızda manyetik alanın çapsal değişimlerinin artı ve eksi değerler alabildiğini görmekteyiz. İlk bakışta manyetik alanın kendisini karşılıklı olarak yok edeceği (annihilation) düşünülebilir. Sistemin kararlılığıyla ilgilenildiği zaman Miesch'e (2007) göre Güneş içerisindeki çok düşük değerinden dolayı ideal MHD'de sıfır kabul edilen manyetik sızma ( $\eta_m=1/\mu_0\sigma$ ) böyle bir duruma neden

olmayacaktır. Dolayısıyla kanımızca da Taşiklin katmanındaki çalkantılı karışım olayı (turbulent mixing) çok az olduğundan böyle bir karşılıklı birbirini yok etme olayı meydana gelmemekle birlikte kararlılık problemlerinde üzerinde durulması gerekir.

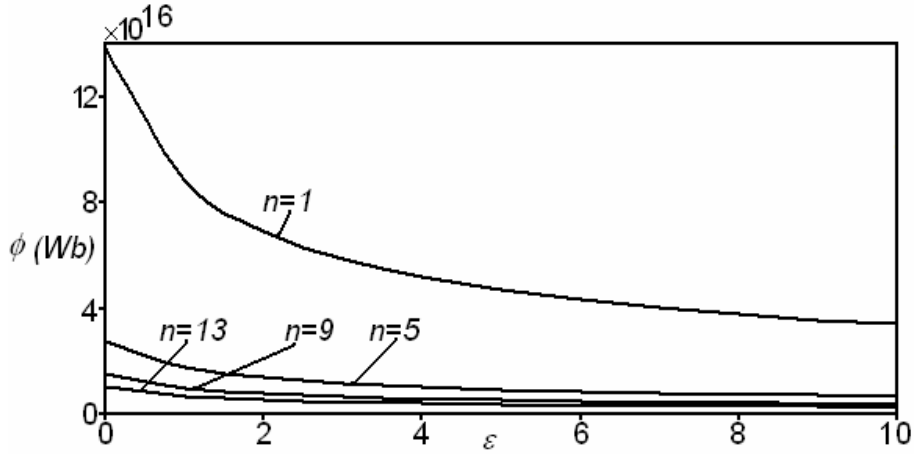


Şekil 5.6.  $b'$ 'nin  $n=5$  için üç boyutlu değişimi (a)  $\varepsilon=2$  ve (b)  $\varepsilon=4$ )

Bizim çalışmamızda seçilen manyetik alan profiline karşılık gelen manyetik akı, Griffiths'in (1989) makalesinde anlatıldığı gibi hesaplanmıştır. Kullanılan yaklaşım için Bkz EK A4.  $n$  ve  $\varepsilon$ 'nin değişik kombinasyonları için çizilmiş manyetik akı değerlerinden (Şekil 5.7 ve 5.8) görüldüğü gibi yaklaşık  $10^{17}$  Wb, en yüksek akı değerine karşılık gelmektedir ( $n=1$ ,  $\varepsilon=0$ ). Her iki parametrenin artan değerleri için manyetik akı ( $\Phi$ ) sıfıra doğru azalmaktadır.



Şekil 5.7. Manyetik akının değişik  $\varepsilon$  değerleri için  $n$ 'e göre değişimleri.



Şekil 5.8. Manyetik akının değişik  $n$  değerleri için  $\varepsilon$ 'a göre değişimleri.

### 5.5. Sayısal İntegrasyon Yöntemi

Konvektif bölgenin alt kısmında genel denklem (5.9)'un küresel koordinatlardaki sayısal çözümlerini bulabilmek için aşağıda ayrıntılarıyla verilen dördüncü mertebe Runge-Kutta integrasyon yöntemi (Hildebrand, 1974) kullanılmıştır.

$$p(x) \frac{d^2 y}{dx^2} + q(x) \frac{dy}{dx} = r(x). \quad (5.12)$$

Son eşitlikteki gibi tanımlanan ikinci mertebe denklemin çözümüne başlamadan önce, bu denklemin şu şekilde birinci mertebe olarak yazılması gerekmektedir:

$$y(x) = y_1(x) \text{ ve } \frac{dy_1}{dx} = y_2(x). \quad (5.13)$$

Son eşitlik yardımıyla, (5.12) denklemi aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = y_2(x) \\ \frac{dy_2}{dx} = [r(x) - q(x)y_2(x)] / p(x) \end{cases} \quad (5.14)$$

$dy/dx = f(x, y)$  şeklinde tanımlanan (5.14) denkleminin çözümü  $y(x_0)=y_0$  başlangıç koşulu ve  $h$  basamak aralığı yardımıyla;

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(x_n, y_n) \\k_2 &= hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}) \\k_3 &= hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}) \\k_4 &= hf(x_n + h, y_n + k_3) \\y_{n+1} &= y_n + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3} + \frac{k_4}{6} + O(h^5)\end{aligned}\tag{5.15}$$

şeklinde özetlenebilir.

Çalışmamızda ikinci mertebe (5.9) genel denkleminizin, (5.10)'daki sınır koşulları ve (5.11)'deki manyetik alan profiline karşılık gelen integralleri (5.12)-(5.15) denklemleri şeklinde aranmıştır. Bu amaçla Maple 9.5 paket program kodunda basamak aralığı (stepsize)  $h=0.001$  alınmış ve öykünümler (simulations, simulasyonlar) “Model Sonuçları” bölümünde verilmiştir.

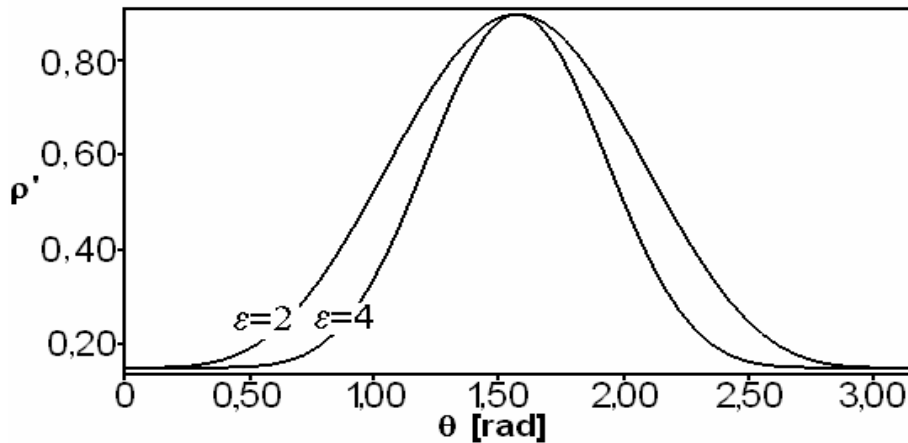
## BÖLÜM 6

### PARAMETRİK MODEL SONUÇLARI

Bir önceki bölümde (5.10) denkleminde tanımlanan sınır şartlarını kullanarak (5.9) genel denklemi çözülerek  $R(z)$  elde edilmiştir. Ayrıca yoğunluk, hız ve Alfvén hızı gibi fiziksel parametrelerin yanı sıra kütle akısı, Alfvén Mach sayısı,  $v_a/c_s$  ve Mach sayısı gibi kontrol parametrelerinin de değişimleri incelenmiştir. Bunlar sırasıyla enlemsel açıya ve çapsal koordinata bağımlılıkların araştırıldıkları alt bölümlerdir. Sonuçların bir kısmı Şekil 6.1-6.11’de grafikler halinde verilirken, bazı sonuçlar Tablo 6.1-6.3 ve Tablo B.3-B.4’te özetlenmişlerdir.

#### 6.1. Açısal Bağımlılıklar

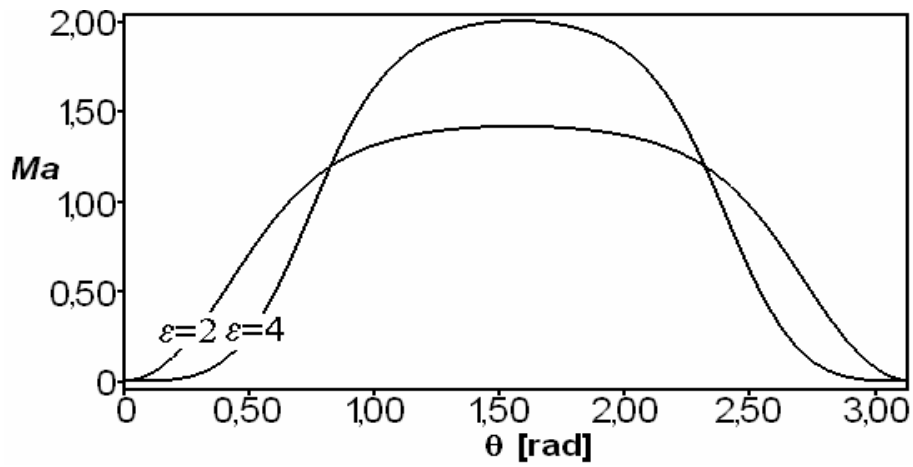
Beşinci bölümde verilen eşitlikler yardımıyla yoğunluk, hız ve Alfvén hızının KBA’daki değişimleri hesaplandıktan sonra Mach sayısı ( $Ma=v/c_s$ ), Alfvén Mach sayısı ( $Ma=v/v_a$ ),  $v_a/c_s$  ve kütle akısı ( $Me' = \rho'v'$ ) gibi kontrol parametrelerinin değişimleri de incelenmiştir (Şekil 6.1-6.5).



Şekil 6.1. Boyutsuz yoğunluğun ( $\rho'$ ) açısal değişimi ( $z=0.5$ ,  $n=1$  ve  $\delta=5$ ).

Şekil 6.1’den boyutsuz yoğunluk  $\rho'$  parametresinin ekvatorda ( $\theta=\pi/2$ ) maksimum değerine ulaştığı görülmektedir. Boyutlu olarak bu değer  $183 \text{ kg/m}^3$

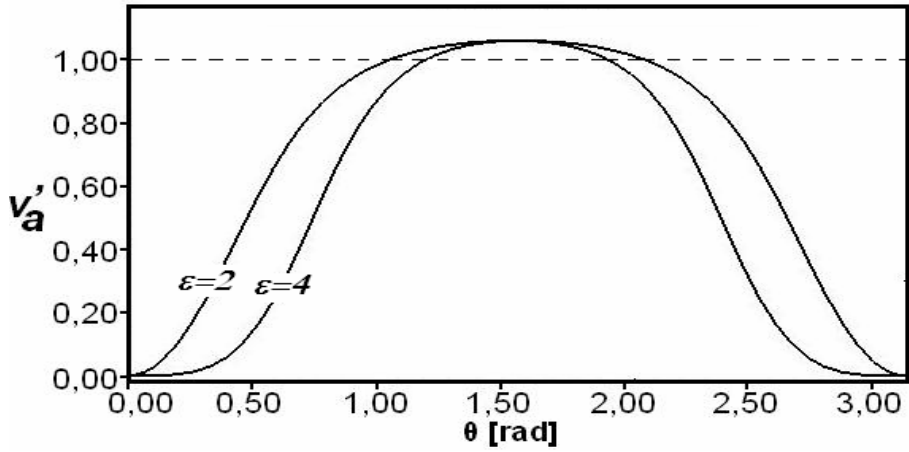
değerine karşılık gelmektedir. Bunun yanında küresellikten uzaklaştıkça, akışkan ekvator bölgesinde daha fazla yoğunlaşmaktadır. Bu durum küresellik parametresi  $\varepsilon$ 'a bağlı olarak ekvatora yaklaştıkça artan Mach sayısının (Şekil 6.2) değişimi ile paralellik göstermektedir. Son bölümde bu sonuçlar daha ayrıntılı olarak tartışılacaktır. Küresellik parametresi  $\varepsilon$ 'nın birden büyük değerleri hem yoğunluk hem de Mach sayısının ekvatorda yoğunlaşmasına neden olmaktadır. Küresellik bozuldukça ( $\varepsilon > 0$ )  $Ma$  sayısı kritik değer olan 1'den (Landau ve Lifshitz, 1959) ulaşmakta ve  $\varepsilon \gg 1$  değerleri için 1'den çok büyük değerler almaktadır.



Şekil 6.2. Mach sayısının ( $Ma$ ) değişimi ( $z=0.5$ ,  $n=1$  ve  $\delta=5$ ).

(5.4) denklem grubunda tanımlanan fiziksel parametreler yardımıyla boyutsuz Alfvén hızı,  $v_a' = \sqrt{b^2 / \rho'}$ , hesaplanarak Şekil 6.3'te  $\theta$ 'nın bir fonksiyonu olarak sunulmuştur. Görüldüğü gibi yoğunluk değişimine bağlı olarak  $v_a' > 1$  değerlerini almaktadır. Yukarıda belirttiğimiz gibi aynı şekilde küresellik parametresi ( $\varepsilon$ ) arttıkça  $v_a'$ 'ne karşılık gelen boyutlu Alfvén hızı 675 m/s maksimum değerini almaktadır. Şekil 6.5'te kütle akısı  $Me'$ 'nin açığa bağlı değişimleri sunulmuştur. Ekvator yöresinde maksimum değerine ulaşan  $Me'$ , diğer parametrelerin aksine kutuplara yaklaştıkça daha hızlı bir biçimde minimum değerine varmaktadır.



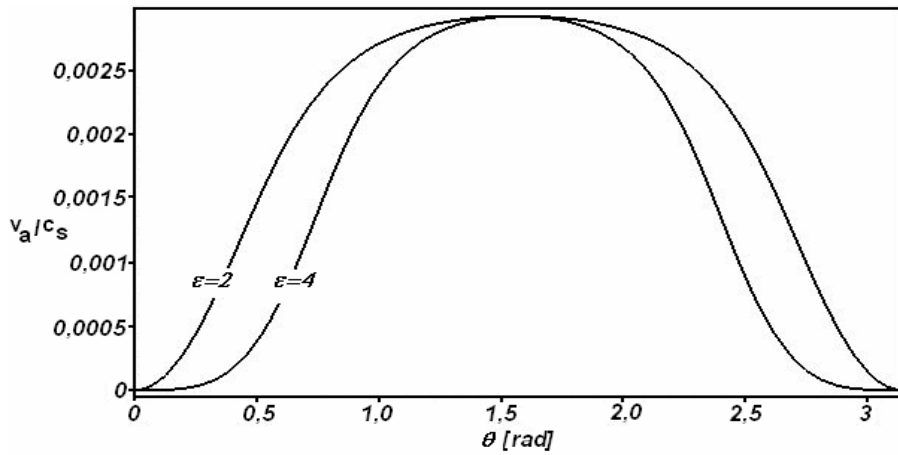


Şekil 6.3. Alfvén hızının ( $v'_a$ ) açısai değişimi ( $z=0.5$ ,  $n=1$  ve  $\delta=5$ ).

Tablo 6.1. Alfvén Mach sayısının ( $M_a$ ) küresellikde değişimi ( $z=0.5$ ,  $n=1$  ve  $\delta=5$ ).

	$\epsilon=2$	$\epsilon=4$
$M_a$	485	685

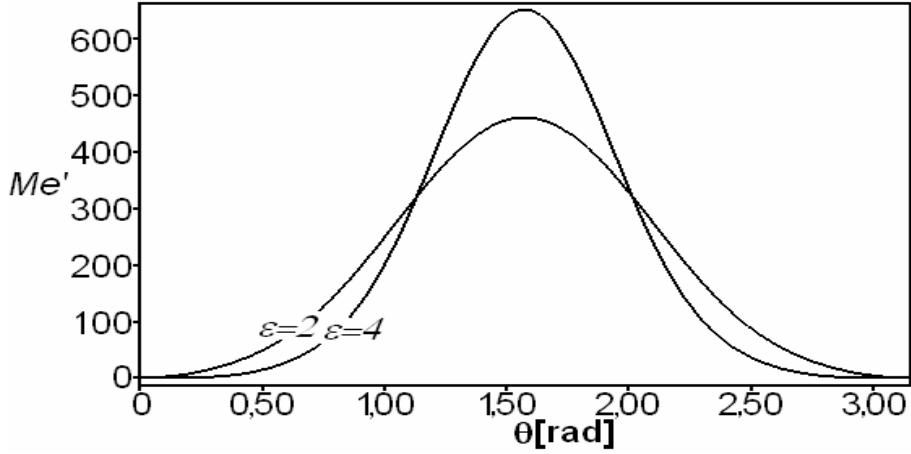
Akışkan hızının Alfvén hızı cinsinden değerini veren Alfvén Mach sayısının ( $M_a=v/v_a$ ) açısai değişimleri Tablo 6.1’de sunulmuştur.  $M_a$  sayısı manyetik alanın şekil parametresi  $n$ ’den bağımsız bir biçimde değişim göstermekle birlikte, küresel simetrimin bozulmasına paralel olarak artmaktadır.



Şekil 6.4.  $v_a/c_s$  oranının açısai değişimi ( $z=0.5$ ,  $n=1$  ve  $\delta=5$ ).

EK B ‘deki Tablo B.1’de verildiği gibi gaz basıncının manyetik basınca oranı, KBA da  $\beta \gg 1$  koşulunu sağlamaktadır. Bu koşul aynı zamanda,  $v_a/c_s < 1$  anlamına gelmektedir. Küresel simetriden uzaklaştıldıkça  $v_a/c_s$  oranının açısai bağımlılığını

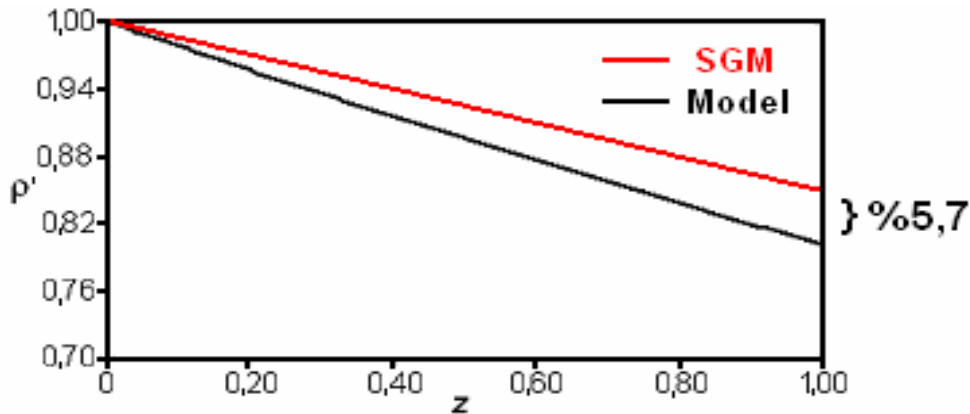
Şekil 6.4'te görmekteyiz. Küresel simetri bozuldukça, yani  $\varepsilon > 1$  değerleri için  $v_a/c_s < 1$  şartının değişmediği bu grafikten de görülebilir. SGM'de ise ses hızının sabit olduğundan daha önce bahsetmiştik.



Şekil 6.5.  $z=0.5$ ,  $n=1$  ve  $\delta=5$  için kütle akısı  $Me'$  'nin değişimi (dışa doğru akı  $> 0$ )

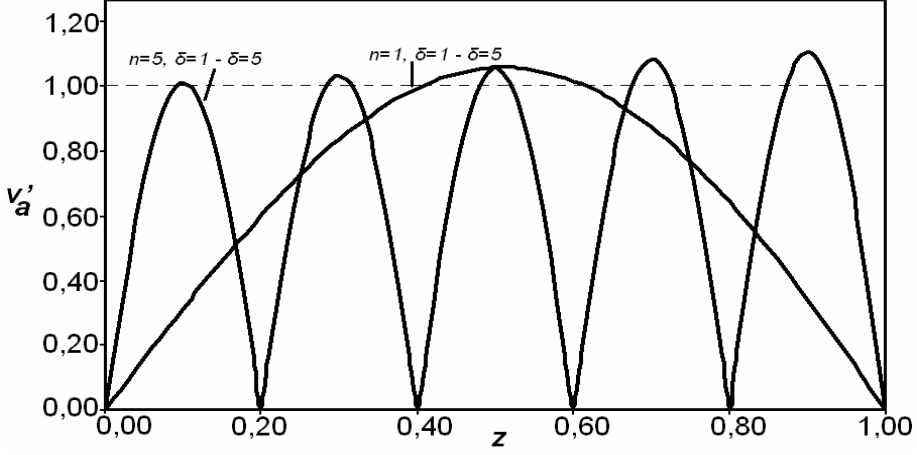
## 6.2 Çapsal Bağımlılıklar

Bu bölümde, önceki (6.1) alt bölümde belirtilen fiziksel parametrelerin çapsal koordinat  $z$ 'ye bağlı değişimleri,  $\theta = \pi/2$  için irdelenmiştir. Şekil 6.6'da  $\varepsilon=0$  için boyutsuz yoğunluğun  $z$ 'ye bağlı değişimleri sunulmaktadır. Manyetik alan etkisiyle akışkan yoğunluğunun referans modeline (SGM) kıyasla % 5,7 lik bir değişim sergilediği görülmektedir.



Şekil 6.6. Boyutsuz yoğunluğun ( $\rho'$ )  $\varepsilon=0$  için çapsal değişimi (bütün  $n$  ve  $\delta$  kombinasyonları için).

Alfvén hızının  $n$  ve  $\delta$  kombinasyonlarına bağlı değişimleri Şekil 6.7’de verilmiştir



Şekil 6.7. Alfvén hızının  $\varepsilon=0$  için çapsal değişimi

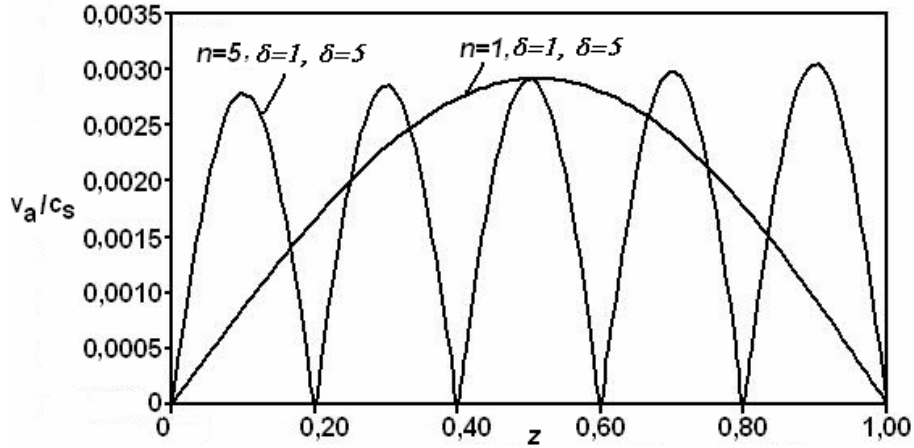
$v'_a$ ,  $n=1$  değerinde manyetik alana benzer bir değişim sergilerken bu durum  $n=5$  için manyetik alandan farklılaşmaktadır. Şekil 5.2 ve 5.3’deki manyetik alan çapsal koordinata bağlı olarak negatif değerler alırken,  $v'_a$  sürekli olarak pozitif kalmaktadır. Buna karşılık yoğunluğun aksine Alfvén hızı  $z$  ile paralel bir artış göstermektedir. Farklı  $n$  değerlerine karşılık gelen  $v'_a$ , yoğunluk şekil parametresi  $\delta$ ’dan bağımsız bir şekilde değişmektedir. Aynı şekilde Şekil 6.7’den, Alfvén hızının ekvatordaki değişiminin küresellik parametresi  $\varepsilon$ ’dan bağımsız olduğu görülebilir. Dolayısıyla ekvatorial bölgede ( $\theta=\pi/2$ ) çapsal değişimlerin incelendiği bu alt bölümde  $\varepsilon$ ’a bağlı değişimler verilmemiştir. Küresel simetrik ( $\varepsilon=0$ ) bir manyetik alan profili için boyutsuz  $v'$  hızının çapsal değişimleri ise Şekil 6.9’de sunulmaktadır.

**Tablo 6.2.**  $M_a$  sayısının  $\varepsilon=0$  için değerleri

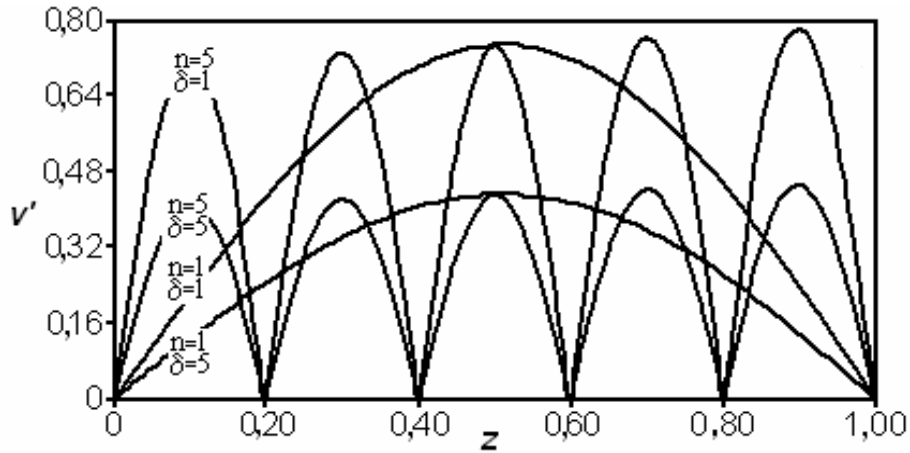
	$\delta=1$ ( $n=1$ veya 5)	$\delta=5$ ( $n=1$ veya 5)
$M_a$	0,707	0,408

Tablo 6.2’de sunulan  $M_a$  sayısının çapsal bağımlılığının manyetik alanın şekil parametresi  $n$ ’den bağımsız bir biçimde sabit kaldığı yalnızca yoğunluğun şekil parametresi  $\delta$  ile değiştiği vurgulanmıştır. Plazma  $\beta$ ’sını kullanarak elde edilen  $v_a/c_s$

oranının küresel simetrik durum için ( $\varepsilon=0$ ) çapsal dağılımı ise Şekil 6.8'de gözlenmektedir. Küresel simetrik durumda genel denkleminizin çözümüyle elde ettiğimiz yoğunluğu kullanarak elde edilen Alfvén hızının, Tablo B.1'de sunulan plazma  $\beta$ 'sını çok değiştirmedeği görülmektedir.



Şekil 6.8.  $v_a/c_s$  oranının  $\varepsilon=0$  için çapsal değişimi

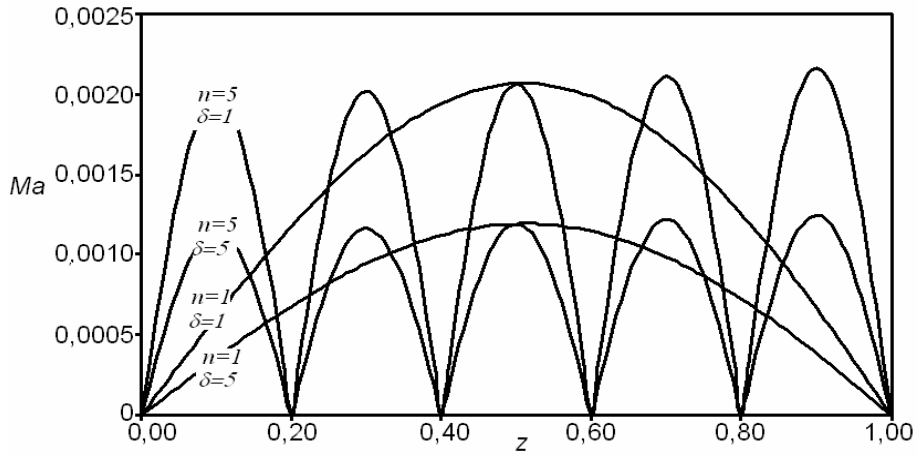


Şekil 6.9. Akışkan hızının değişik  $n$  ve  $\delta$  kombinasyonları için çapsal değişimleri ( $\varepsilon=0$ )

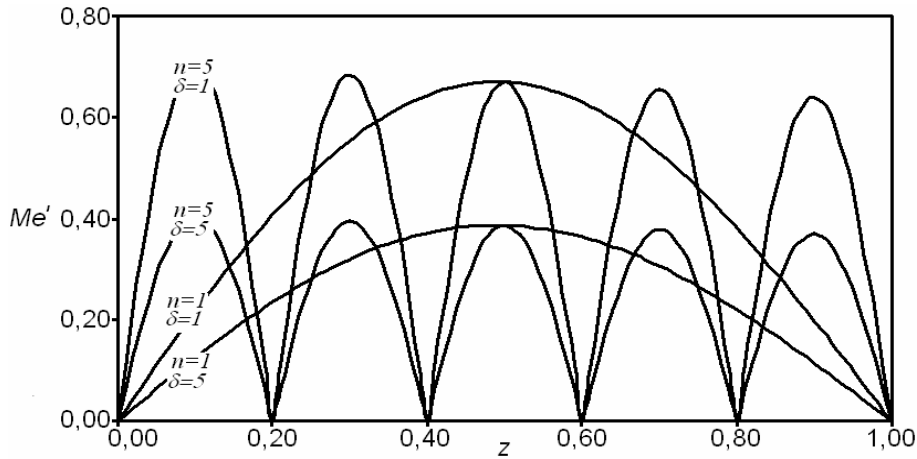
Alfvén hızında olduğu gibi, Şekil 6.9'daki akışkan hızı da manyetik alana benzer değişim göstermekle birlikte bu sefer hızın maksimum değeri yoğunluk şekil parametresi  $\delta$ 'ya bağlıdır. Boyutsuz olarak tanımlanan  $v'$  hızı, (5.4) denklem setindeki  $W=630$  m/s hızıyla çarpılarak boyutlandırılırsa Şekil 6.9'daki maksimum değeri 500 m/s olarak bulunur. Elde edilen bu hız ses hızından çok daha küçük olduğundan ( $Ma=2,21 \times 10^{-3}$ ) akışkan hareketinin sesten yavaş bölgede bulunduğu söylenebilir. Kütle akı değişimlerinden  $Me'$ 'nin KBA'nın tabanından ( $z=0$ ), üst

kısımlarına doğru arttığı ve  $\delta=1$  için maksimum  $84 \times 10^3 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$  değerine ulaştığı görülmektedir.

Şekil 6.10'daki Mach sayısı  $Ma$ , Şekil 6.9'da sunulan akışkan hızı ile benzer bir değişim göstermektedir. Bunun yanında  $Me'$ 'nin çapsal değişimleri Şekil 6.11'de verilmiştir.  $Ma$  ve  $Me'$  karşılaştırıldığında kütle akışının  $z$  arttıkça azaldığı görülmektedir. Bunun ana nedeni Şekil 6.6'da temsil edildiği gibi yoğunluğun hıza göre (Şekil 6.9) daha çabuk azalmasıdır.



**Şekil 6.10.** Mach sayısının şekilde belirtilen değişik  $n$  ve  $\delta$  kombinasyonları için çapsal değişimleri (küresel simetrik  $\varepsilon=0$  durumu)



**Şekil 6.11.** Kütle akışının farklı  $n$  ve  $\delta$  kombinasyonları için çapsal değişimleri (küresel simetrik  $\varepsilon=0$  durumu)

Bazı parametrelerin ( $Ma$ ,  $v'$ ) KBA'nın ekvator bölgesindeki değişimlerinin  $\varepsilon > 0$  yani küresel simetriden uzaklaştıkça  $n$  ve  $\delta$  şekil parametrelerinden bağımsız olduğu anlaşılmaktadır. Bu özelliklerin tamamı Tablo B3 ve B4'te (EK B)  $n$ ,  $\delta$  ve  $\varepsilon$ 'un değişik kombinasyonları için  $\theta = \pi/2$  alınarak ayrıntılı olarak sunulmuştur. Küresellik parametresinin  $\varepsilon = 1$  durumunu tanımlayan Tablo B.3'ten yoğunluk ve kütle akısının  $n$ 'den bağımsız olduğu, artan  $z$  değerlerine karşılık hızlı bir biçimde azaldığı görülmektedir. Bunun yanında  $Ma$ ,  $\delta = 1$  için 1'den küçük değerler alırken,  $\delta = 5$  için akışkan hareketinde kritik olarak tanımlanan 1 değerine ulaştığını saptadık.

Sistemin küresel simetrisinin iyice bozulduğu durum ( $\varepsilon = 2$  ve 4) için çözümler Tablo B.4'te verilmiştir. Manyetik alan şekil parametresi  $n = 1$  alınarak elde edilen bu tabloda  $Ma$  ve  $Me'$  parametrelerinin  $\varepsilon = 1$  durumuna göre  $\delta$  artmalarına karşılık  $\varepsilon = 2, 4$  durumunda ani bir biçimde arttığı gözlenmektedir. Bu sonuçlar daha kapsamlı olarak son bölümde irdelenmiştir. Manyetik alanın biçimi yoğunluk ve kütle akısını doğrudan etkilemediği için  $n$ 'in diğer değerlerine ait sonuçlar tekrarlanmamıştır.

Literatürdeki KBA modellerinde bu bölge sıkıştırılmaz bir akışkan olarak ele alınmıştır. Bizim modelimizde ise bu durum  $\varepsilon$  ve  $\delta$ 'nın birden çok küçük değerlerine karşılık gelmektedir. Dolayısıyla  $\varepsilon = 0,004, \delta = 0,005$ ;  $\varepsilon = 0,004, \delta = 0,004$ ;  $\varepsilon = 0,005, \delta = 0,005$  ve  $\varepsilon = 0,005, \delta = 0,004$  şeklindeki değişik kombinasyonlarına karşılık gelen sonuçları Brun ve diğerleri ile (2004 - buradan sonra BMT) kıyaslamak amacıyla Tablo 6.3'ü aşağıda sunduk.

**Tablo 6.3.**  $\varepsilon$  ve  $\delta$ 'nın küçük değerleri için akışkan hızlarının ( $m/s$ ) BMT ile karşılaştırılması

$\theta$	BMT	$\varepsilon = 0,005$		$\varepsilon = 0,004$	
		$\delta = 0,005$	$\delta = 0,004$	$\delta = 0,005$	$\delta = 0,004$
$\pi/12$	1054	1236	1105	1109	994
$\pi/6$	1076	1240	1108	1112	997
$\pi/3$	1200	1243	1111	1115	999
$\pi/2$	1303	1244	1112	1116	1000

Daha önce belirttiğimiz gibi sonuçlarımızdan esneksizlik yaklaşımının  $\varepsilon \ll 1$  ve  $\delta \ll 1$  için geçerli olduğu ve  $Ma$  sayısının ise yaklaşık  $5 \times 10^{-3}$  değerini aldığı görülmektedir (Tablo 6.3). Konveksiyon ve manyetik dinamo olayının

anlatıldığı BMT’de kullanılan manyetik alanın maksimum değeri 5000 G civarında varsayılarak, esneksizlik yaklaşımı kullanılmıştır. Aynı çalışmadaki Şekil 9’dan (Şekil C.3 - Bkz EK C3) faydalanılarak, değişik açılardaki boylamsal hızın değerlerini elde ettik ve Tablo 6.3’in ilk sütununa karşılaştırma amaçlı olarak kaydettik. Elde ettiğimiz  $v$  hızları yukarıdaki parametrelerin değerlerine karşılık gelen BMT ile % 5 ile %17 arasında uyumludur. Hızlarla ilgili sonuçlarımız, konvektif bölgenin tabanındaki 10 T mertebesindeki manyetik akı depolanmasının incelendiği, Rempel ve diğ. (2000) tarafından yapılan çalışma ile de karşılaştırılabilir. Söz konusu çalışmada  $\Omega_0=2,6 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  olarak verilen açısal hız değeri kullanılarak,  $v=\Omega_0 r \sin\theta=1290 \sin\theta$  eşitliğinden  $r=r_{\text{KBT}}$  için ekvatordaki boylamsal hızın değeri 1290  $m/s$  olarak bulunur. Bu son değer Tablo 6.3’de verilen değerler ile uyumlu (örneğin 1244  $m/s$ ) ve sestem yavaş bölge içinde yer almaktadır.

## BÖLÜM 7

### SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu çalışmanın amacının, Güneş merkezinden  $0,703R_{\odot}$ -  $0,723R_{\odot}$  uzaklıklar arasında kalan konvektif bölgesinin alt kısmındaki bazı fiziksel parametrelerdeki manyetik alan etkisiyle meydana gelen değişimlerin araştırılması olduğu daha önce ifade edilmişti. Çalışmamızda referans amaçlı olarak Christensen-Dalsgaard ve çalışma arkadaşlarının (1996) GONG projesinden elde edilen verilerle kalibre ettikleri SGM kullanılmıştır. Schüssler (1995) ve Gilman ve Fox (1997) tarafından yapılan çalışmalarda da olduğu gibi 10 T maksimum değerinde boylamsal yönlü bir manyetik alan profili seçilmiş ve küresel koordinatlarda değişken ayrımını kolaylaştırmak için bu profilin eksensel simetri özelliğine sahip olduğu varsayılarak işlem yapılmıştır. Geliştirdiğimiz MHD modelinde sayısal çözümleri kolaylaştırmak amacıyla Güneş KBA'sındaki plazma için ideal MHD varsayımları kullanılmıştır. Bu varsayımlardan sonra momentum transfer denklemindeki önemli iki fiziksel parametreden yoğunluk ve hızın manyetik alan etkisindeki sayısal çözümleri araştırılmıştır. Bu bağlamda, "Model Sonuçları" bölümünde ortaya konan parametrik değişimler daha önce yapılmış çalışmalarla karşılaştırılarak tartışılacaktır.

Seçtiğimiz manyetik alan profilinden kaynaklanan manyetik akının değeri  $\sim 10^{17}$  Wb civarında bulunurken, küresellik parametresi  $\varepsilon$ 'dan fazlaca etkilendiğini de ortaya koyduk. Şekil 5.8'den görüldüğü gibi  $\varepsilon$  büyüdükçe akı azalarak 0 değerine yaklaşmaktadır. Bugüne kadar KBA bölgesi için herhangi bir akı tahmini yapılmamasına karşılık, elde ettiğimiz son sonuç Parker'in (1987) yıldızların konvektif bölgesinin tamamı için ileri sürdüğü manyetik akı büyüklüğü ile ( $10^{15}$  Wb) uyumludur. Lockwood ve Stamper (1999), tamamlanmış son Güneş döngüsüne karşılık gelen 22. çevrim (Eylül 1986 – Mayıs 1996) için manyetik akının Güneş yüzeyindeki değerini  $5 \times 10^{14}$  Wb olarak hesaplamışlardır. Galloway ve Weiss (1981) ise, Güneş ve diğer yıldızlardaki manyetik akıları bizim bulduğumuz değere yakın mertebede, yani  $10^{16}$  Wb olarak tahmin etmişlerdir. Bu değerler KBA'da  $10^{17}$  Wb olarak tahmin ettiğimiz akı değerinin dışarı doğru azalacağı hesaba katıldığında



kabul edilebilir limitler içinde kalmaktadır. Bunun yanında, bu yılın sonunda başlayacağı ön görülen gelecek 24. Güneş döngüsündeki manyetik akının maksimum değerinin, 1996 yılının Mayıs ayında başlayan güncel 23. çevrime ait  $10^{16}$  Wb değerine göre %30 - % 50 arasında bir artış göstereceği Dikpati ve arkadaşları (2006) tarafından öne sürülmüştür. Bu görüş bazı yazarlar tarafından (Tobias ve diğ., 2006) çelişkili tartışmalara neden olmakla birlikte bizim sonuçlarımızla aynı mertebededir. Her ne kadar bizim modelimizde zaman dikkate alınmamışsa da sonuçların Güneş döngüsündeki ortalama akı ile çakışması dikkate değer bir noktadır.

Şekil 6.6'da sunulan yoğunluğun, manyetik alanın çapsal şekil parametresi  $n$ 'den bağımsız olduğunu ve KBA'nın alt ve üst sınırları arasında %20'lik bir değişime uğradığı görülmektedir. Tablo 5.1/B.2'den görüldüğü gibi, SGM'deki yoğunluk  $\rho$ , KBA'nın alt ve üst sınırlarında 203 ve 174  $kg/m^3$  değerindedir. MHD modelimizde sınır koşulu olarak yoğunluğun  $r_{AKBA}$ 'daki değeri alınmıştır. Üst sınırdaki değer 162  $kg/m^3$  olarak hesaplanmıştır. Bu değer SGM'deki 174  $kg/m^3$  ile karşılaştırılırsa, KBA'nın üst sınırında %5,7 gibi bir azalma gözlenmektedir (Şekil 6.6). Ayrıca dikkat çeken diğer önemli sonuç ise akışkan yoğunluğunun sadece manyetik alanın şekil parametresi  $n$ 'den bağımsız olmakla kalmayıp, bunun yanı sıra yoğunluğa ait biçim parametresi  $\delta$  ve küresellik parametresi  $\varepsilon$ 'dan da bağımsız bir değişim sergilemesidir (Tablo B.3 ve B.4).

Momentum transfer denklemindeki ikinci önemli fiziksel parametre ise akışkan hızı  $v$ 'dür. Akışkan hareketinin sıkıştırılabilirliğiyle ilgili önemli bilgiler veren hıza ait çözümler ilerleyen paragraflarda ayrıntılı olarak anlatılacaktır. Burada hızın gerek biçim gerekse büyüklük olarak  $n$ ,  $\delta$  ve  $\varepsilon$  parametrelerine doğrudan bağlı olduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca  $\rho$  ve  $v$  kullanılarak Mach sayısı, Alfvén hızı ve kütle akısı gibi önemli kontrol parametreleri de elde edilmiştir. Akışkan maddenin sıkışabilirliği (compressibility) ve akışkan hareketinin sıkıştırılabilirliği (compressivity) devamlı birbirine karıştırılan iki konu olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu iki konu arasındaki fark Denis'in (1991) yerkaşının biçim bozulmalarını da incelediği çalışmasında açık bir şekilde anlatılmaktadır. Akışkan hızının diverjansıya ilgili olan sıkıştırılabilirlik, piyezotropik bir özelliktir ve akışkanın hareketiyle ilgilidir. Sıkışabilirlik ise akışkana özgü barotropik bir özelliktir. Başka bir deyişle hızın

diverjansı sıfır ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}=0$ ) ise akışkan hareketi sıkıştırılmaz iken akışkanın kendisi ileri derecede sıkışabilir olabilmektedir. Tez çalışmamızda KBA'daki akışkanın sıkıştırılabilirliğinin  $\varepsilon$  ve  $\delta$  değerleri ile doğrudan ilişkili olduğu saptanmıştır. Hidrostatik denge koşulunun geçerli olabilmesi için Alfvén Mach sayısının Mach sayısı ile karşılaştırılabilir düzeyde olması gerekmektedir. Küresel simetrik manyetik alan profili için elde edilmiş Tablo 6.2 ve Şekil 6.10'da sırasıyla verilen  $M_a$  ve  $M_a$  değerlerini karşılaştırdığımızda manyetik alanın sistemi hidrostatik dengeden uzaklaştırdığı görülmektedir.

Tamamen küresel simetrik ( $\varepsilon=0$ ) durum için akışkanın sıkıştırılmaz gibi hareket ettiği görülmüştür (Şekil 6.10-6.11). Akışkan hareketi, sistem küresel simetriden uzaklaştıkça ( $\varepsilon>0$ ) ekvatora yakın bölgelerde sıkıştırılabilir bir karakter gösterirken; kutuplara yaklaştıkça sıkıştırılmaz bir davranış sergilemektedir. Bu sonuçları doğrudan olmasa da aynı özellikli manyetik alan kullanmış bazı çalışmalarla karşılaştırabiliriz. Dikpati ve çalışma arkadaşları (2003), büyüklüğü 4 ile 10 T arasında değişen boylamsal özellikte bir manyetik alan kullanarak Güneş'teki konvektif bölgenin tabanında ( $r_{KBT}$ ) yer alan akışkanın kararlılığından bahsetmişlerdir. Ekvator yöresindeki  $15^\circ$ lik dar bir enlem bandında ise kararsızlık ortaya çıkmaktadır. Çalışmamızda kararlılık üzerinde durulmamakla birlikte belli bir enlem bandında akışkan hareketinde sıkıştırılabilirliğin değiştiğini gözlemledik. Örneğin  $\varepsilon=4$  için konvektif bölgenin tabanında ekvator civarında yaklaşık  $50^\circ$ lik bir enlem bandında akışkan hareketinin sıkıştırılabilir olduğunu ortaya koyduk. Küresellik parametresi  $\varepsilon$ 'un değerleri arttıkça bu enlem bandının daha da daralacağını bulduk (Şekil 6.1-6.5). Kutup ve ekvator bölgelerinde ortaya çıkan bu farklı akışkan davranışlarının, eksensel simetrik manyetik alanın küresel simetrisinin bozulmasından kaynaklandığını söyleyebiliriz. Küresellik parametresinin yüksek değerler aldığı durumlarda ( $\varepsilon>1$ ) sesten yüksek hızlara ulaşılmasına karşın, Güneş sismolojisine ait mevcut veriler bu sonucu açıklayamamaktadır. Küresel simetrisi herhangi bir nedenle bozulmuş bir manyetik alanın, ince kabuk yaklaşımı kullanılarak modellenen KBA bölgesindeki Güneş plazmasının hareketindeki sıkıştırılmazlığını doğrudan etkileyebilmektedir. Sonuç olarak küresel simetri bozuldukça, KBA'nın ekvator bölgesindeki akışkan, hareketindeki sıkıştırılmazlık

özelliğini kaybederek sıkıştırılabilir bir duruma kaymaktadır (Tablo B.3 ve B.4). Küresel simetrisinin bozulması  $n$ 'den bağımsız bir biçimde değişen  $M_a$  sayısının artmasına neden olmaktadır. Tablo 6.1 ve Şekil 6.2'yi karşılaştırdığımızda manyetik alanın bozulan küresel simetrisinin akışkanımızı da hidrostatik dengeden uzaklaştıracağını söyleyebiliriz.

Çalışmamızdan elde edilen sonuçları Güneş atmosferinde esneksizlik ve Boussinesq yaklaşımlarının kullanıldığı diğer çalışmalarla da karşılaştırabiliriz. Özellikle Gough (1969), düzlem-paralel yıldız atmosferleri için esneksizlik yaklaşımının temellerini attığı çalışmasında, Mach sayısının çok küçük değerlerinin kullanılabileceğini söylemiştir. Sayısal çözümlerinde esneksizlik yaklaşımı yüksek frekanslı ses dalgalarını filtre ettiğinden dolayı önemli kolaylıklar sağlamaktadır. Bu iki yöntemin uygulanabilirliğini araştıran Cally (2003), lineerleştirme yöntemiyle beraber Boussinesq yaklaşımını kullanarak yaptığı çalışmada boylamsal yönde bir manyetik alan kullanarak Taşiklin bölgesinde manyetik kesme kararsızlığını incelemiştir. Diğer yandan Miesch (2005), Taşiklin ve konvektif bölgenin tamamında büyük ölçekli plazma hareketlerinin dinamiğini incelediği çalışmasında esneksizlik yaklaşımının uygulanabileceği bölgeler hakkında önemli bilgiler vermiştir. Güneş'in yüzeyine yakın bölgelerde ( $r > 0,98R_{\odot}$ ) sesten yüksek hızlar elde edilebildiğinden, bu bölge haricinde Güneş kabuğunun tamamında bu yaklaşımların uygulanabileceğini söylemiştir. Kısacası Mach sayısı  $Ma$ 'nın 1'den büyük değerleri için akışkan sıkıştırılabilir gibi hareket edecektir. Doğal olarak bu durumda esneksizlik ve Boussinesq yaklaşımları uygulanamaz.

Lantz ve Fan (1999), düşük  $Ma$  değerleri için geçerli olan MHD konveksiyonu modelinden yola çıkarak, hidrostatik denge durumuna doğrusallaştırılabilecek kadar çok küçük sapmalar bulmuşlardır. Bizim çalışmamızda özel bir durum olarak esneksizlik yaklaşımının  $\varepsilon \ll 1$  ve  $\delta \ll 1$  için geçerli olduğu ve  $Ma$  sayısının  $5 \times 10^{-3}$  değerini aldığı bulunmuştur. Bu sonuçlar esneksizlik yaklaşımının kullanıldığı Brun ve diğ. (2004) çalışması ile Tablo 6.3'de karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi geliştirdiğimiz daha geniş kapsamlı parametrik MHD modeli küçük  $\varepsilon$  ve  $\delta$  değerleri için bu iki yaklaşımdan elde edilebilecek sonuçlarla oldukça uyumludur. Sonuç

olarak söz konusu iki parametrenin 1'den çok küçük değerler alması durumunda KBA akışkan hareketinin yine sıkıştırılmaz olduğu ( $Ma < 1$ ) saptanmıştır.

Son söz olarak tez çalışmamızın, Güneş kabuğunun MHD modellemesinde, akışkan hareketinde kısıtlayıcı yaklaşımlara gerek kalmadan kullanılabilmesini söyleyebiliriz. Kullanılan manyetik alan profilinden kaynaklanan manyetik akı değerlerinin, tamamlanmış döngülere ait ve gelecek döngüler için yapılan akı tahminleriyle örtüşmesi dikkate değer bir nokta olarak karşımıza çıkmaktadır. Sistemimizin odak noktasını oluşturan Güneş için Yeryüzündeki hayatı önemli ölçüde etkilediğinden dolayı gerçekçi ve tamamını da kapsayan modellerin yapılması gerekmektedir. Bilindiği gibi iklimsel değişimler ve diğer doğa olayları doğrudan Güneş ile ilgilidir. Bazı şüpheli bilim adamları, sera etkisi gibi ısınma olaylarını bir süredir Güneş'teki yüksek enerjili manyetik aktivitelere bağlamaktadırlar. Bunun anlaşılabilmesi ancak Güneş ve Güneş'in etkinliklerinin daha iyi incelenmesi ile olabilecektir. Ayrıca radyo dalgaları, haberleşme ve diğer amaçlı uydular yüksek enerjili Güneş rüzgarlarından etkilenebilmektedirler. Ekipmanların tasarım ve üretiminde bu etkilerin en aza indirebilmesi için Güneş'in etkilerinin çok dikkatli bir biçimde ele alınması gerekmektedir. Bu da ancak gerçeğe çok daha yakın sonuçlar veren Coriolis kuvveti, viskozite etkisi, manyetik sızma olayı ve süperadyabatiklik parametresi gibi terimlerin yanında zamansal değişimlerin de ( $\partial\rho/\partial t$ ,  $\partial v/\partial t$ ...) hesaba katılarak yüksek kapasiteli bilgisayarların kullanıldığı modeller ile mümkün olabilecektir. Çalışmamızda ortaya koyduğumuz ince kabuk yaklaşımının kullanıldığı model, akışkan hareketindeki sıkıştırılmazlığın belirteci olarak da bilinen Mach sayısının değerinde herhangi bir kısıtlama yapmadan buna olanak verebilmektedir.

## KAYNAKLAR

- Alfvén, H. 1942. Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic waves. *Nature*, 150, 405.
- Artsimovich, L.A. 1971. *Electron Optics*. Pergamon Pres, New York, 211p.
- Bi, S. ve Li, R. 1998. Excitation of the Solar p-modes by Turbulent Stres. *Astronomy and Astrophysics*, 335, 673-678.
- Bi, S. ve Xu, H.Y. 2000. The Influence of Turbulence on the Solar p-mode Oscillations. *Astronomy and Astrophysics*, 357, 330-336.
- Brun, A.S., Miesch, M.S ve Toomre, J. 2004. Global-Scale Turbulent Convection and Magnetic Dynamo Action in the Solar Envelope. *Astrophysical Journal*, 614, 1073-1098.
- Cally P. S. 2003. Three-Dimensional Magneto-Shear Instabilities in the Solar Tachocline. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 339, 957-972.
- Cavus, H., Karafistan A.I. 2007. An MHD Model Applied to Lower Convective Region in the Sun. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 380, 142-148.
- Charbonneau, P., Christensen-Dalsgaard, J., Henning, R., Larsen, R. M., Schou, J., Thompson, M. J. ve Tomczyk, S. 1999. Helioseismic Constraints on the Structure of the Solar Tachocline. *Astrophysical Journal*, 527, 445-460.
- Chen, F.F.1977. *Introduction to Plasma Physics*. Plenum Pres, New York, 328.
- Chitre, S. M., Ezer, D. ve Stothers, R. 1973. Solar Neutrinos and a Central Magnetic Field in the Sun. *Astrophysical Letters*, 14, 37-40.
- Choudhuri, A.R. ve Gilman, P.A. 1987. The Influence of the Coriolis Force on Flux Tubes Rising Through the Solar Convection Zone. *Astrophysical Journal*, 316, 788-800.
- Choudhuri, A.R. 1998. *The Physics of Fluids and Plasmas: An Introduction for Astrophysicists*. Cambridge University Press, Cambridge, 19-52.

- Christensen-Dalsgaard, J., Däppen, W., Ajukov, S.V., Anderson, E.R., Antia, H.M., Basu, S., Baturin, V.A., Berthomieu, G., Chaboyer, B., Chitre, S.M., Cox, A.N., Demarque, P., Donatowicz, J., Dziembowski, W.A., Gabriel, M., Gough, D.O., Guenther, D.B., Guzik, J.A., Harvey, J.W., Hill, F., Houdek, G., Iglesias, C.A., Kosovichev, A.G., Leibacher, J.W., Morel, P., Proffitt, C.R., Provost, J., Reiter, J., Rhodes Jr., E.J., Rogers, F.J., Roxburgh, I.W., Thompson, M.J. ve Ulrich, R.K. 1996. The Current State of Solar Modeling. *Science*, 272, 1286-1292.
- Clark, S. 2006. The Dark Side of the Sun. *Nature*, 441, 402-404.
- Demokan, O. 1991. METU Physics Department Plasma Physics Lecture Notes. Ankara.
- Denis, C. 1991. Deformations of the Earth and Core-Mantle Coupling. *C.R. Journées Luxembourg Géodynamique*, 71, 29-50.
- Dikpati, M. ve Gilman, P.A. 2001. Analysis of Hydrodynamic Stability of Solar Tachocline Latitudinal Differential Rotation Using a Shallow-Water Model. *Astrophysical Journal*, 551, 536-564.
- Dikpati, M. ve Gilman, P.A. 1999. Joint Instability of Latitudinal Differential Rotation and Concentrated Toroidal Fields below the Solar Convection Zone. *Astrophysical Journal*, 512, 417-441.
- Dikpati, M., Gilman, P.A. ve Rempel, M. 2003. Stability Analysis of Tachocline Latitudinal Differential Rotation and Coexisting Toroidal Band Using a Shallow-Water Model. *Astrophysical Journal*, 596, 680-697.
- Dikpati M., de Toma G. ve Gilman P. A., 2006. Predicting the Strength of Solar Cycle 24 using a Flux-Transport Dynamo-Based Tool. *Geophysical Research Letters*, 33, L05102 - L05105.
- Domingo, V. 2002. SOHO, Yohkoh, Ulysses and Trace: The Four Solar Missions in Perspective, and Available Resources. *Astrophysics and Space Science*, 282, 171-188.

- Dziembowski, W.A. 1998. Helio and Asteroseismology. A Half-Century of Stellar Pulsation Interpretations Conference, ASP Conference Series, 195, 427-436.
- Ezer D. ve Cameron, A.G.W. 1962a. High-Luminosity, Fully Convective Contracting Sun. *Astronomy Journal*, 67, 575.
- Ezer D. ve Cameron, A.G.W. 1962b. High-Luminosity, Fully Convective Contracting Sun II. *Astronomy Journal*, 67, 572.
- Ezer D.ve Cameron, A.G.W. 1971. T Pre-Main Sequence Stellar Evolution with Mass Loss. *Astrophysics and Space Science*, 10, 52-70.
- Gabriel, M. 1996. Solar Oscillations: Theory. *Bulletin of Astronomical Society of India*, 24, 233-243.
- Gabriel, M. 2000. Linear Interaction between Pulsations and Convection, Scattering and Line Profiles of Solar p-modes. *Astronomy and Astrophysics*, 353, 399-408.
- Gabriel, M. 2006. E-posta ile Karşılıklı Kişisel İletişim.
- Galloway D. J. ve Weiss N. O. 1981. Convection and Magnetic Fields in Stars. *Astrophysical Journal*, 243, 945-953.
- Garaud, P. 2001. Dynamical Structure of the Solar Tachocline. *Proceedings of the SOHO 10/GONG 2000 Workshop: Helio- and Asteroseismology at the Dawn of the Millennium*, 277 – 282.
- Gilman, P.A. ve Fox P.A. 1997. Joint Instability of Latitudinal Differential Rotation and Toroidal Magnetic Fields below the Solar Convection Zone. *Astrophysical Journal*, 484, 439-454.
- Gilman, P.A., Dikpati, M. ve Miesch M.S. 2004. Global MHD Instabilities in a Thin-Shell Model of the Solar Tachocline. *Proceedings of the SOHO14/GONG 2004 Workshop*, New Haven Connecticut, USA, 440-443.
- Glatzmaier, G. A. 1985. Numerical Simulations of Stellar Convective Dynamos. II - Field Propagation in the Convection Zone. *Astrophysical Journal*, 291, 300-307.

- Gombosi, T.I. 1998. *Physics of Space Environment*. Cambridge University Press, Cambridge, 75 ve 219-221.
- Gough, D. O. 1969. The Anelastic Approximation for Thermal Convection. *Journal of Atmospheric Science*, 26, 448-456.
- Gough, D. O. 1983. Our First Inferences from Helioseismology. *Physics Bulletin*, 34, 502-507.
- Gough, D. ve McIntyre, M. E. 1998. Inevitability of a Magnetic Field in the Sun's Radiative Interior. *Nature*, 394, 755-757.
- Griffitts, D.J. 1989. *Introduction to Electrodynamics (Second Edition)*. Prentice-Hall, New Jersey, 304-314.
- Hayashi, C. 1961. Stellar Evolution in Early Phases of Gravitational Contraction. *Publications of Astronomical Society of Japan*, 13, 450-452.
- Hildebrand, F.B. 1974. *Introduction to Numerical Analysis (Second Edition)*. McGraw Hill Publications, New York, 285-292.
- Howe, R., Komm, R. ve Hill, F. 2000. Variations in Solar Sub-Surface Rotation from GONG Data 1995-1998. *Solar Physics*, 192, 427-435.
- Karafistan A.I. ve Denis, C. 1984. On the Inversion of Solar Oscillation Data. *Proceedings of the Twenty-Fifth Liege International Astrophysical Colloquium*, Liege, Belgium, 270-276.
- Kleorin, N., Mond, M. ve Rogachevskii, I. 1996. Magnetohydrodynamic Turbulence in the Solar Convective Zone as a Source of Oscillations and Sunspots Formation. *Astronomy and Astrophysics*, 307, 293-309.
- Kosovichev, A.G. 1996. Helioseismic Constraints on the Gradient of Angular Velocity at the Base of the Solar Convection Zone. *Astrophysical Journal Letters*, 469, L61-L64.



- Landau, L.D. ve Lifshitz, E.M. 1959. Fluid Mechanics. Pergamon Press, Oxford, 20 ve 171.
- Lantz, S. R. ve Fan, Y. 1999. Anelastic Magnetohydrodynamic Equations for Modeling Solar and Stellar Convection Zones. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 121, 247-264.
- Leibacher, J.W. 1999. The Global Oscillation Network Group (GONG) Project. *Advances in Space Research*, 24, 173-176.
- Leighton, R.B., Noyes, R.W. ve Simon, G. W. 1962. Velocity Fields in the Solar Atmosphere. I. Preliminary Report. *Astronomy and Astrophysics*, 135, 474-509.
- Libbrecht, K.G., Woodard, M.F. ve Kaufman, J.M. 1990. Frequencies of Solar Oscillations. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 74, 1129-1149.
- Lima, J. J. G., Priest, E. R. ve Tsinganos, K. 2001. An Analytical MHD Wind Model with Latitudinal Dependences Obtained Using Separation of the Variables. *Astronomy and Astrophysics*, 371, 240-249.
- Macgregor, K.B. ve Charbonneau P. 1997. Solar Interface Dynamos. I. Linear, Kinematic Models in Cartesian Geometry. *Astrophysical Journal*, 486, 484-501.
- Macgregor, K.B. ve Charbonneau, P. 1999. Angular Momentum Transport in Magnetized Stellar Radiative Zones. IV. Ferraro's Theorem and the Solar Tachocline. *Astrophysical Journal*, 519, 911-917.
- Miesch, S. 2001. Numerical Modeling of the Solar Tachocline. I. Freely Evolving Stratified Turbulence in a Thin Rotating Spherical Shell. *Astrophysical Journal*, 562, 1058-1075.
- Miesch, M.S. 2003. Numerical Modeling of the Solar Tachocline. II. Forced Turbulence with Imposed Shear. *Astrophysical Journal*, 586, 663-684.
- Miesch, M. 2005. Large-Scale Dynamics of the Convection Zone and Tachocline. *Living Reviews in Solar Physics*, 2, 1-139.

- Miesch, M. S. 2007. E-posta ile Karşılıklı Kişisel İletişim.
- Miesch, M. S. ve Gilman, P. A. 2004. Thin-Shell Magnetohydrodynamic Equations for the Solar Tachocline. *Solar Physics*, 220, 287-305.
- Monteiro, M J. P. F. G., Christensen-Dalsgaard, J. ve Thompson, M. J. 2000. Seismic Study of Stellar Convective Regions: The Base of the Convective Envelope in Low-Mass Stars. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, 316, 165-172.
- Moreno-Inertis, F., Schüssler, M. ve Ferriz-Mas, A. 1992. Storage of Magnetic Flux Tubes in a Convective Overshoot Region. *Astronomy and Astrophysics*, 264, 686-700.
- NASA Marshall Space Flight Center. Retrieved July 10, 2000, from <http://science.msfc.nasa.gov/ssl/pad/solar/images/cutaway.jpg>.
- NHS&DSFC Astronomy Club. Retrieved July 10, 2000, from <http://astronomy.neatherd.org/Powering%20the%20Sun.htm>.
- Noyes, R.W. 1981. The Sun as a Star: Solar Phenomena and Stellar Applications. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute Solar phenomena in Stars and Stellar Systems Conference, Bonas, France, 1-31.
- Ossendrijver, M. 2003. The Solar Dynamo. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 11, 287-367.
- Parker, E.N. 1955. Hydromagnetic Dynamo Models. *Astrophysical Journal*, 122, 293-314.
- Parker, E. N. 1975. Solar Activity and the General Absence of Hydrostatic Equilibrium in an Azimuthal Magnetic Field. *Astrophysical Journal*, 201, 502-508.
- Parker, E. N. 1987. The Dynamical Oscillation and Propulsion of Magnetic Fields in the Convective Zone of a Star. I - General Considerations. *Astrophysical Journal*, 312, 868-879.

- Parker, E.N. 1993. Anomalous Resistivity and the Evolution of Magnetic Field Topology. *Astrophysical Journal*, 414, 389-398.
- Priest, E. R. 2006. Our Enigmatic Sun. *Recent Advances in Astronomy and Astrophysics: 7th International Conference of The Hellenic Astronomical Society*, AIP Conference Proceedings Series, 848, 3-22.
- Proudman, I. 1956. The Almost-Rigid Rotation of Viscous Fluid between Concentric Spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 1, 505-516.
- Pulkkinen, P.J., Brooke, J., Pelt, J. ve Tuominen, I 1999. Long-term Variation of Sunspot Latitudes. *Astronomy and Astrophysics*, 341, L43-L46.
- Rempel, M., Schüssler, M. ve Toth, G. 2000. Storage of Magnetic Flux at the Bottom of the Solar Convection Zone. *Astronomy and Astrophysics*, 363, 789-799.
- Schmitt, J. H. M. M., Rosner, R.ve Bohn, H. U. 1984. The Overshoot Region at the Bottom of the Solar Convection Zone. *Astrophysical Journal*, 282, 316-329.
- Schou, J., Antia, H. M., Basu, S., Bogart, R. S., Bush, R. I., Chitre, S. M., Christensen-Dalsgaard, J., di Mauro, M. P., Dziembowski, W. A., Eff-Darwich, A., Gough, D. O., Haber, D. A., Hoeksema, J. T., Howe, R., Korzennik, S. G., Kosovichev, A. G., Larsen, R. M., Pijpers, F. P., Scherrer, P. H., Sekii, T., Tarbell, T. D., Title, A. M., Thompson, M. J. ve Toomre, J. 1998. Helioseismic Studies of Differential Rotation in the Solar Envelope by the Solar Oscillations Investigation Using the Michelson Doppler Imager. *Astrophysical Journal*, 505, 390-417.
- Schüssler, M., Caligari P., Ferriz-Mas, A. ve Moreno-Insertis, F. 1994. Instability and Eruption of Magnetic Flux Tubes in the Solar Convection Zone. *Astronomy and Astrophysics*, 281, L69-L72.
- Schüssler, M. 1995. Solar Magnetic Fields. *Review in Modern Astronomy*, 8,11-26.
- Spiegel, E. A. 1972. A History of Solar Rotation. *Physics of the Solar System*, 61.

- Spiegel, E. A. ve Zahn, J.P. 1992. The Solar Tachocline. *Astronomy and Astrophysics*, 265, 106-114.
- Spruit, H. C. 2002. Dynamo Action by Differential Rotation in a Stably Stratified Stellar Interior. *Astronomy and Astrophysics*, 381, 923-932.
- Thompson, M. J. 2004. Solar Interior: Helioseismology and the Sun's Interior. *Astronomy and Geophysics*, 45, 21-25.
- Tobias, S.M., Hughes, D.W. ve Weiss, N.O. 2006. Unpredictable Sun Leaves Researchers in the Dark. *Nature*, 442, 26.
- Tomczyk, S., Stander, K., Card, G., Elmore, D., Hull, H. ve Cacciani, A. 1995. An Instrument to Observe Low-Degree Solar Oscillations. *Solar Physics*, 159, 1-21.
- Torres-Peimbert, S., Simpson, E. ve Ulrich, R.K. 1969. Studies in Stellar Evolution. VII. Solar Models. *Astrophysical Journal*, 155, 957-964.

## EK A

## DENKLEM ÇIKARMALARI

## A.1. Boussinesq Yaklaşımındaki Çekimsel Terim

Çekimsel terime ait (4.22)  $\Delta\rho\bar{g} = \alpha\rho_0\Delta T\bar{g}$  ifadesini çıkarabilmek için önce ideal gaz yasası aracılığıyla yardımıyla aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\rho = \frac{pm_a}{RT} . \quad (\text{A.1})$$

Bu eşitlikte,  $m_a$  ve R sırasıyla molekül ağırlığı ve  $0,082 \text{ L.atm/K.mol}$  birimindeki evrensel gaz sabitidir. Son eşitliğin sabit basınç altında sıcaklığa göre türevini alırsak

$$\frac{d\rho}{dT} = -\frac{pm_a}{RT^2} = -\frac{\frac{\rho RT}{m_a}m_a}{RT^2} = -\frac{\rho}{T} \quad (\text{A.2})$$

denklemini elde ederiz. (A.2) denkleminde türevli terimi  $\frac{\Delta\rho}{\Delta T}$  olarak yazdıktan sonra yoğunluk ve sıcaklığı  $\rho_0$  ve  $T_0$  (alt indis 0 referans durumunu göstermek üzere) olarak belirtirsek:

$$\Delta\rho = \alpha\rho_0\Delta T \quad (\text{A.3})$$

eşitliğini buluruz.  $\alpha = -1/T_0$  ısısal genleşme katsayısıdır. (A.3) denkleminin her iki tarafı  $\bar{g}$  ile çarpılarak (4.22) denklemini aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\Delta\rho\bar{g} = \alpha\rho_0\Delta T\bar{g} . \quad (\text{A.4})$$

## A.2. Güneş KBA'sındaki Boyutsuz Genel MHD Denklemi

Yarı hidrostatik denge durumu (5.1) hareket denkleminde verilmiştir. Bu sonucunda elde edilen çapsal koordinat ve enlemsel açıya ait değişimler (5.2) ve (5.3) denklemlerinde belirtilmiştir. (5.4) denklem setinde verilen boyutsuz parametreleri (5.2) ve (5.3)'te yerine koyduğumuz zaman aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\rho' \frac{v'^2}{1 + \chi z} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho' g' + \frac{b^2}{1 + \chi z} + \frac{b}{\chi} \frac{\partial b}{\partial z} \quad (\text{A.5})$$

$$\rho' v'^2 \cot \theta = \frac{\partial p'}{\partial \theta} + b^2 \cot \theta + b \frac{\partial b}{\partial \theta}. \quad (\text{A.6})$$

(A.5) eşitliğinin  $\theta$ 'ya, (A.6) eşitliğinin ise  $z$ 'ye göre türevleri alınarak sırasıyla

$$\frac{\chi}{1 + \chi z} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho' v'^2) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + \frac{\chi}{1 + \chi z} \frac{\partial b^2}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( b \frac{\partial b}{\partial z} \right) + \chi g' \frac{\partial \rho'}{\partial \theta} \quad (\text{A.7})$$

$$\cot \theta \frac{\partial}{\partial z} (\rho' v'^2) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial p'}{\partial \theta} \right) + \cot \theta \frac{\partial b^2}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( b \frac{\partial b}{\partial \theta} \right) \quad (\text{A.8})$$

denklemlerine ulaşılır. Bu eşitliklerdeki  $p'$ 'yü içeren terimlerin birbirine eşitliğini kullanarak (A.7) ve (A.8) birleştirilir ve aşağıdaki gibi tek bir denkleme indirgenebilir;

$$\begin{aligned} & \frac{\chi}{1 + \chi z} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho' v'^2) - \frac{\chi}{1 + \chi z} \frac{\partial b^2}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( b \frac{\partial b}{\partial z} \right) - \chi g' \frac{\partial \rho'}{\partial \theta} \\ & - \cot \theta \frac{\partial}{\partial z} (\rho' v'^2) + \cot \theta \frac{\partial b^2}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( b \frac{\partial b}{\partial \theta} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Son eşitlik (A.9)'deki boyutsuz yoğunluk, manyetik alan ve hız terimlerini değişkenlerine ayırabilmek için aşağıdaki gibi yalnız  $z$  ve  $\theta$ 'ya bağlı fonksiyonların çarpımı şeklinde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\rho'(z, \theta) &= R(z) j(\theta) \\
b(z, \theta) &= A(z) f(\theta) . \\
v'(z, \theta) &= V(z) u(\theta)
\end{aligned}
\tag{A.10}$$

(A.10) denklem setinde enlemsel açı  $\theta$ 'ya bağımlılıkların elde edilebilmesi için Lima ve arkadaşlarının (2001) önerdiği gibi terimlerin birbirleriyle orantılı olması gerekmektedir. Bu durumda altıncı ve yedinci terimlerden;

$$f \frac{df}{d\theta} = \varepsilon f^2 \cot \theta \tag{A.11}$$

yazılabilir. Buradan manyetik alanın açısal bağımlılığı, küresellik parametresi olarak tanımlanan  $\varepsilon$  orantı katsayısı cinsinden;

$$f(\theta) = \sin^\varepsilon \theta \tag{A.12}$$

yazılabilir. Sonrasında dördüncü ve altıncı terimlerin birbirine orantılı olmaları gerçeğinden yola çıkarak

$$\frac{dj}{d\theta} = 2\delta\varepsilon f^2 \cot \theta \tag{A.13}$$

yazılır ve buradan yoğunluğun açısal bağımlılığı elde edilir:

$$j(\theta) = 1 + \delta \sin^{2\varepsilon} \theta . \tag{A.14}$$

İntegrasyon sonrasında karşımıza çıkan  $\delta$  keyfi sabiti yoğunluğun şekil parametresi olarak tanımlanmıştır. Son olarak beşinci ve altıncı terimler karşılaştırılırsa;

$$ju^2 = f^2 \tag{A.15}$$

hızın açısal bağımlılığı için

$$u(\theta) = \frac{\sin^\varepsilon \theta}{\sqrt{1 + \delta \sin^{2\varepsilon} \theta}}. \quad (\text{A.16})$$

elde edilir. (A.12)-(A.16) eşitliklerinde verilen açısal bağımlılıklar sırasıyla (A.5) ve (A.6) yerlerine koyularak sadeleştirilir ve yerine koyularak gerekli sadeleştirmeler yapıldığında;

$$\left[ \frac{RV^2}{1 + \chi z} - \delta \left( \frac{c_s'^2}{\chi \gamma} \frac{dR}{dz} + g'R \right) - \frac{A^2}{1 + \chi z} - \frac{1}{\chi} A \frac{dA}{dz} \right] \sin^{2\varepsilon} \theta = \left( \frac{c_s'^2}{\chi \gamma} \frac{dR}{dz} + g'R \right) (\text{A.17})$$

$$RV^2 = \frac{2\delta\varepsilon c_s'^2}{\gamma} R + (\varepsilon + 1)A^2. \quad (\text{A.18})$$

eşitliklerine ulaşılır. (A.17) denkleminin sağ tarafı küresel simetrik KBA'daki hidrostatik denge şartını göstermektedir. Son iki (A.17) ve (A.18) denklemleri, (A.5) ve (A.6)'de olduğu gibi sırasıyla  $\theta$  ve  $z$ 'e göre türevlenerek

$$V^2 R = \frac{1 + \chi z}{\chi} \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} \frac{dR}{dz} + A^2 + \frac{1 + \chi z}{\chi} A \frac{\partial A}{\partial z} + (1 + \chi z) \delta g'R \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{d}{dz} (V^2 R) = \frac{2\delta\varepsilon c_s'^2}{\gamma} \frac{dR}{dz} + \frac{dA^2}{dz} + \varepsilon \frac{\partial A^2}{\partial z} \quad (\text{A.20})$$

eşitlikleri elde edilir. Son olarak (A.19) ve (A.20) denklemlerindeki V bağımlılığının ortadan kalkması için (A.19) eşitliğini  $z$ 'ye göre türevlediğimizde aşağıdaki ikinci derece adi diferansiyel denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} & \frac{1 + \chi z}{\chi} \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} \frac{d^2 R}{dz^2} + [(1 + \chi z) \delta g' + \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} - \frac{2\delta\varepsilon c_s'^2}{\gamma}] \frac{dR}{dz} + \chi \delta g'R \\ & + A \frac{dA}{dz} (1 - 2\varepsilon) + \frac{1 + \chi z}{\chi} \left[ \left( \frac{dA}{dz} \right)^2 + A \frac{d^2 A}{dz^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Tez çalışmamızda (A.21) genel denkleminin R çapsal değişimleri sayısal olarak çözülmüştür.



### A.3. Sınır Şartlarındaki $\kappa$ Parametresi

Sınır şartlarındaki  $\kappa$  parametresi, küresel simetrik sistemler için tanımlanan hidrostatik denge şartı yardımıyla bulunmuştur;

$$-\vec{\nabla}p + \rho\vec{g} = 0. \quad (\text{A.22})$$

(A.22) denklemindeki  $p$  basıncı ve  $\rho$  yoğunluğu (4.14) yardımıyla yeniden yazılarak boyutsuzlaştırılır;

$$\frac{c_s'^2}{\chi\gamma} \frac{dR}{dz} + g'R = 0. \quad (\text{A.23})$$

Yukarıdaki (A.23) denklemi (A.17) denklemini sağ tarafına karşılık gelmektedir. Sabitler  $\kappa$  cinsinden toparlanırsa:

$$\frac{dR}{dz} = -\kappa \Rightarrow \kappa = \frac{\chi\gamma g'}{c_s'^2} \quad (\text{A.24})$$

parametrelerin  $z=0$ 'daki değerleri, sırasıyla  $c_s' = 362,6$ ,  $\chi = 0,028$ ,  $g' = 6,16 \times 10^5$  ve  $\gamma = 1,66$  alınarak yerine koyulduğunda,  $\kappa = 0,222$  olarak elde edilir. Bu değer sayısal simülasyonlarda sınır koşulu olarak kullanılmıştır.

### A.4. KBA'daki Manyetik Akının Hesaplanması

Manyetik alan profili boyutsuz olarak  $\vec{b} = \sin(n\pi z) \sin^\epsilon \theta \vec{e}_\phi$  şeklinde seçilmiş ve maksimum değerinin 10 T olabilmesi için aşağıdaki boyutlu şekli kullanılmıştır:

$$\vec{B} = 10 \sin(n\pi z) \sin^\epsilon \theta \vec{e}_\phi. \quad (\text{A.25})$$

Buradan manyetik akı  $\Phi = \iint_{\text{Kapalı Yüzey}} \vec{B} \cdot d\vec{a}$  integralinden  $d\vec{a} = r dr d\theta \vec{e}_\phi$  olarak

$$\phi = \iint_{\text{Kapalı Yüzey}} 10 \sin(n\pi z) \sin^\varepsilon \theta r dr d\theta \quad (\text{A.26})$$

aracılığıyla hesaplanmıştır.  $\varepsilon$  ve  $n$  parametrelerine bağlı olarak tanımlanan akı değerleri Tablo A.1’de sunulmuştur.

**Tablo A.1.** KBA’daki manyetik akının  $\varepsilon$  ve  $n$ ’e bağlı değişimleri

$\varepsilon$	$n=1$	$n=5$	$n=9$	$n=13$
0	$1,38 \times 10^{17}$	$2,76 \times 10^{16}$	$1,54 \times 10^{16}$	$1,06 \times 10^{16}$
1	$8,80 \times 10^{16}$	$1,76 \times 10^{16}$	$9,77 \times 10^{15}$	$6,77 \times 10^{15}$
2	$6,91 \times 10^{16}$	$1,38 \times 10^{16}$	$7,68 \times 10^{15}$	$5,31 \times 10^{15}$
3	$5,86 \times 10^{16}$	$1,17 \times 10^{16}$	$6,51 \times 10^{15}$	$4,51 \times 10^{15}$
4	$5,18 \times 10^{16}$	$1,04 \times 10^{16}$	$5,76 \times 10^{15}$	$3,99 \times 10^{15}$
5	$4,69 \times 10^{16}$	$9,38 \times 10^{15}$	$5,21 \times 10^{15}$	$3,61 \times 10^{15}$
6	$4,32 \times 10^{16}$	$8,63 \times 10^{15}$	$4,80 \times 10^{15}$	$3,32 \times 10^{15}$
7	$4,02 \times 10^{16}$	$8,04 \times 10^{15}$	$4,47 \times 10^{15}$	$3,09 \times 10^{15}$
8	$3,78 \times 10^{16}$	$7,56 \times 10^{15}$	$4,20 \times 10^{15}$	$2,91 \times 10^{15}$
9	$3,57 \times 10^{16}$	$7,15 \times 10^{15}$	$3,97 \times 10^{15}$	$3,09 \times 10^{15}$
10	$3,40 \times 10^{16}$	$6,80 \times 10^{15}$	$3,78 \times 10^{15}$	$2,62 \times 10^{15}$

## EK B

## TABLOLAR

## B.1. Bazı Parametrelerin Konvektif Bölgenin Tabanındaki Değerleri

Tablo B.1. Plazma parametrelerinin konvektif bölgenin tabanındaki değerleri.

Parametre	Formülü	Değer	Ölçüt
Süperadiyabatiklik	$ \Delta \nabla  = \nabla - \nabla_{ad}$	$\leq 10^{-6}$	Schwarzschild kararsızlığı
Reynolds sayısı	$Re = \nu L / \nu$	$10^{13}$	Hidrodinamik çalkantı
Manyetik Reynolds sayısı	$Rm = \nu L / \eta$	$10^6$	Hidromanyetik çalkantı
Coriolis sayısı	$Co = 2\Omega L / \nu$	$10^{-3}$	Dönmenin akışa etkisi
Taylor sayısı	$Ta = (2\Omega d^2)^2 / \nu^2$	15	Dönmenin kararlılığa etkisi
Mach numarası	$Ma = v / c_s$	$10^{-4}$	Sıkıştırılamazlık
Plazma betası	$\beta = 2\mu_0 p / B^2$	$10^5 \dots 10^7$	Gaz ve manyetik basınçların oranı

Bu tabloda kullanılan  $\nabla$ ,  $\nabla_{ad}$ ,  $g$ ,  $d$ ,  $\nu$ , ve  $H_p$  ifadeleri sırasıyla sıcaklık gradyanı, adiyabatik sıcaklık gradyanı, çekimsel ivme, karakteristik uzunluk, kinetik viskozite ve basınç ölçek uzunluğunu göstermektedir.

## B.2. Manyetik Alansız KBA'nın Özellikleri

**Tablo B.2.** SGM'deki yoğunluk ve ses hızı değişimleri.

$r/R_0$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_s$ (m/s)
0,703	203	2,284x10 <sup>5</sup>
0,707	198	2,260x10 <sup>5</sup>
0,711	191	2,247x10 <sup>5</sup>
0,715	185	2,224x10 <sup>5</sup>
0,719	179	2,201x10 <sup>5</sup>
0,723	174	2,182x10 <sup>5</sup>

## B.3. Küresellik Parametresinin $\varepsilon = 1$ Değeri İçin Ekvatordaki ( $\theta = \pi/2$ ) Yoğunluk ( $\rho'$ ) ve Kütle Akı ( $Me'$ ) Değerleri (Boyutsuz)

**Tablo B.3.**  $\rho'$  ve  $Me'$ 'nin  $\varepsilon = 1$  için çapsal değişimleri.

z	n=1				n=5			
	$\delta=1$ ( $Ma=0,78$ )		$\delta=5$ ( $Ma=1,00$ )		$\delta=1$ ( $Ma=0,78$ )		$\delta=5$ ( $Ma=1,00$ )	
	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$
0,00	1,000	280,7	1,000	362,4	1,000	280,7	1,000	362,4
0,20	0,956	268,4	0,956	346,5	0,956	268,4	0,956	346,6
0,40	0,914	256,6	0,914	331,2	0,914	256,6	0,914	331,2
0,60	0,873	245,1	0,873	316,4	0,873	245,1	0,873	316,4
0,80	0,834	234,0	0,834	302,1	0,834	234,0	0,834	302,1
1,00	0,795	223,3	0,795	288,3	0,795	223,3	0,795	288,3

**B.4. Manyetik Alanın Şekil Parametresinin  $n=1$  Değeri İçin Ekvatordaki Yoğunluk ve Kütle Akı Değerleri**

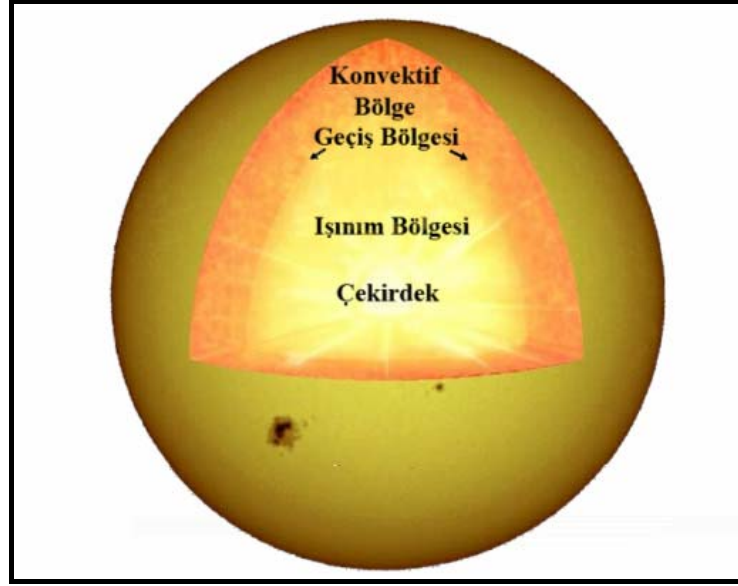
**Tablo B.4.**  $\rho'$  ve  $Me'$ 'nin  $n=1$  için çapsal değişimleri

$Z$	$\varepsilon=2$				$\varepsilon=4$			
	$\delta=1 (Ma=1,10)$		$\delta=5 (Ma=1,40)$		$\delta=1 (Ma=1,55)$		$\delta=5 (Ma=2,00)$	
	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$
0,00	1,0000	397,0	1,0000	512,5	1,0000	561,4	1,0000	724,8
0,20	0,9561	379,5	0,9561	490,0	0,9556	536,5	0,9556	692,6
0,40	0,9131	362,5	0,9131	468,0	0,9111	511,5	0,9111	660,3
0,60	0,8711	345,8	0,8711	446,4	0,8667	486,5	0,8667	628,1
0,80	0,8300	329,5	0,8300	425,3	0,8222	461,6	0,8222	595,9
1,00	0,7898	313,5	0,7898	404,8	0,7779	436,7	0,7778	563,7

## EK C

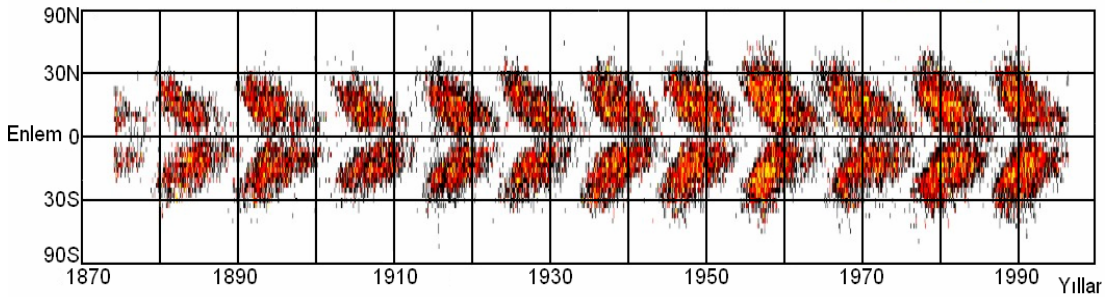
## ŞEKİLLER

## C.1. Güneş'in İç Yapısının Üç Boyutlu Gösterimi



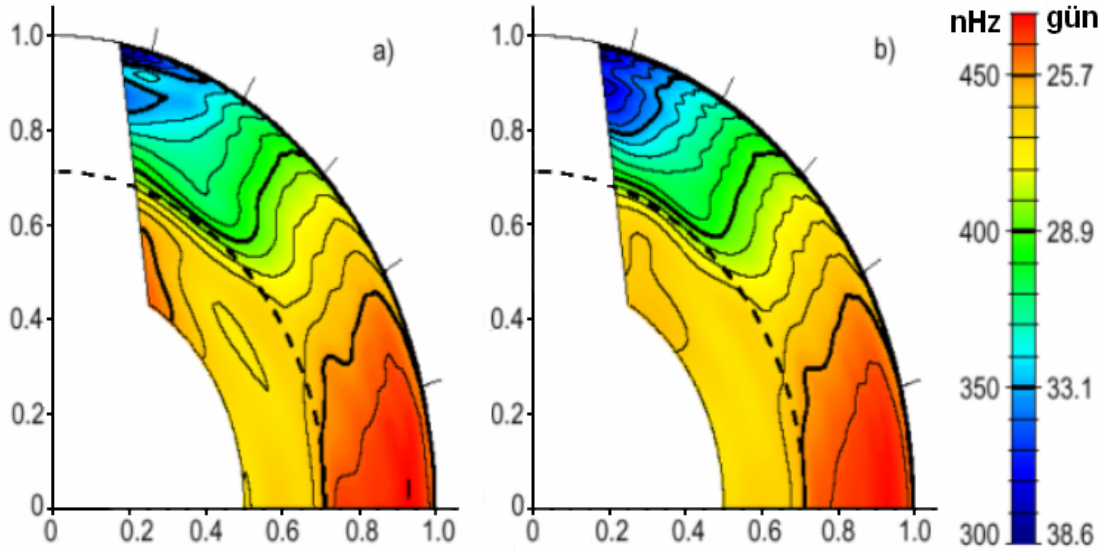
Şekil C.1. Güneş'in iç yapısını oluşturan katmanların üç boyutlu olarak gösterimi (NASA's Marshall Space Flight Center).

## C.2. Kelebek Diyagramı



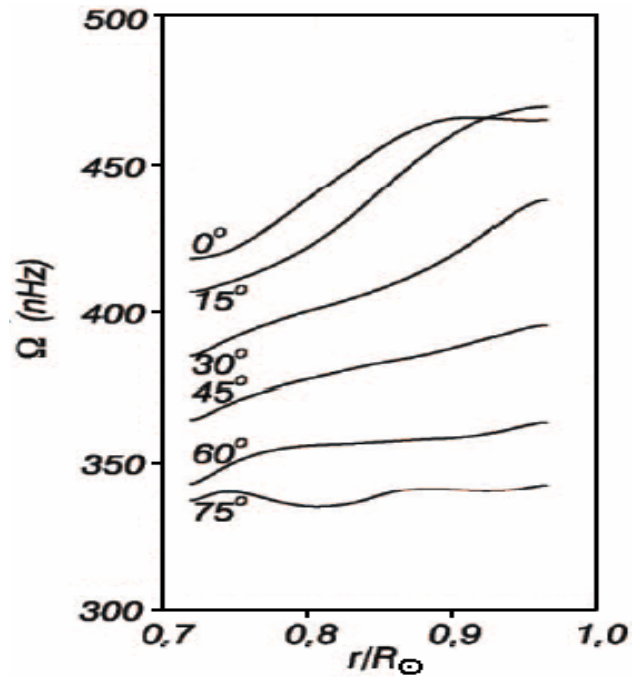
Şekil C.2. 1870-1995 yılları arasında Güneş lekelerinin enleme bağlı değişimini gösteren kelebek diyagramı (Ossendrijver, 2003).

### C.3. Dönme Oranının ( $\Omega/2\pi$ ) Güneş'teki Değişimleri



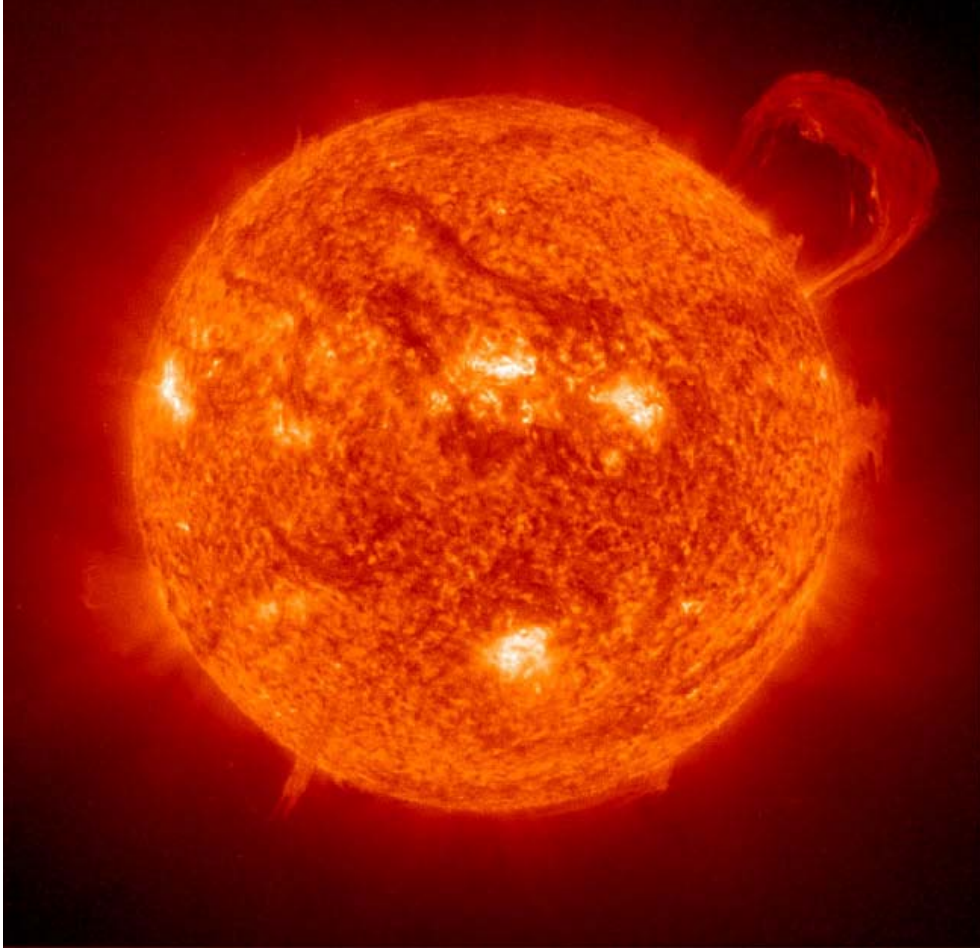
Şekil C.3. SOHO verileri kullanılarak iki boyutlu RLS (a) ve SOLA (b) yöntemleriyle elde edilmiş ortalama dönme oranına ( $\Omega/2\pi$ ) ait helyosismolojik değişimler (Schou ve diğ., 1998).

### C.4. Açısal Hızın Konvektif Bölge İçerisindeki Değişimleri



Şekil C.4. Brun ve diğerlerinin (2004) çalışmasındaki Şekil 9: Seçilmiş bazı enlemler için açısal hızın konvektif bölge içerisindeki çapsal değişimleri.

### C.5. Parlama Olayı



**Şekil C.5.** Güneş'in X ışınları dışardan çekilmiş bir fotoğrafından ve büyük bir parlama olayı görülmektedir (NHS&DSFC Astronomy Club).



# A magnetohydrodynamic model applied to the lower convective region in the Sun<sup>★</sup>

H. Cavus<sup>†</sup> and A. I. Karafistan<sup>†</sup>

*Çanakkale Onsekiz Mart University, Arts & Science Faculty, Physics Department, 17100 Çanakkale, Turkey*

Accepted 2007 May 21. Received 2007 April 27; in original form 2007 February 23

## ABSTRACT

We have investigated the effects of a toroidal-type magnetic field of 10 T ( $10^5$  G), in the lower convective region of a standard solar model. From the numerical solution of the magnetohydrodynamic (MHD) equations, distributions of some physical variables are obtained in spherical coordinates for this layer. It is shown that the most important feature of this type of magnetic field is to break the spherical symmetric distribution of density and alter its compressibility with respect to latitude. This type of magnetic field does not change much the density of the reference model, and the resulting flux is also comparable to that found in other research. It is further shown that the MHD plasma acts as incompressible at the poles, in contrast to the perfect fluid behaviour at the equator. As a result we have estimated the limits and applicability of the anelastic and Boussinesq approximations for this layer. Thus our results might be useful, especially in simplifying the numerical integration schemes related to the lower convection zone in the Sun.

**Key words:** MHD – Sun: fundamental parameters – Sun: general – Sun: interior – Sun: magnetic fields.

## 1 INTRODUCTION

We know that the Sun possesses a magnetic field that may have important implications for its interior dynamics. According to Parker (1955) the solar magnetic field is continuously generated by some dynamo mechanism. Otherwise the observed solar activities caused by the presence of the magnetic field could not be maintained for such a long time.

The first studies of solar pulsations were started in the early 1960s with the discovery of the ‘5-minute’ oscillations of the solar surface (Leighton, Noyes & Simon 1962). Extensive observations of the solar pulsations which have been made since then have been used in helioseismology, as a tool for seismic sounding of the Sun’s interior (Dziembowski 1998). Information about not only the solar surface but also the solar interior can be obtained by helioseismic inverse methods (Karafistan & Denis 1984). Recent improvements achieved in helioseismology can be combined with the more extensive observations of different solar pulsations in order to obtain an interesting tool with which to investigate the physics of the solar interior. More recent observations obtained by the ground based GONG project (Gavryusev & Gavryuseva 2000) and the *SOHO*, *Yohkoh*, *Ulysses* and *Trace* (Domingo 2002) satellites have shown that the magnetic field should be taken into account as an additional parameter in solar models.

Usually, magnetic field and rotation are not taken into account in the direct standard solar models (hereafter SSMs) obtained by various numerical integration codes. This is mainly due to the fact that solutions of the stellar magnetohydrodynamic (MHD) equations are quite difficult to obtain when all these effects are taken into consideration.

The magnetic field of the Sun has attracted solar physicists for the last half-century (e.g. Parker 1955, 1987; Chitre, Ezer & Stothers 1973). More recent arguments support the hypothesis that the magnetic field that is responsible for the solar activity is stored in the base of the convective zone (Schüssler et al. 1994). It is well known that observable features of the solar atmosphere are dominated by the physical processes of the solar interior which are not directly observable from the outside. In particular, the magnetic field related to the deep convective envelope is one of the most controversial and least understood parameters. Torrente-Lujan (1999), adding a fictitious magnetic noise to the base of the convective layer, investigated the influence of solar chaotic magnetic fields on neutrino oscillations. In fact, Spiegel & Zahn (1992) had nominated the shear layer situated between the lower part of the convective zone and the upper part of the radiative zone as the solar tachocline.

Gilman & Fox (1997), developing an MHD model of the tachocline, showed that instability arises from the coexistence of a toroidal magnetic field and latitudinal differential rotation. Further, according to Cally (2003) there is a new class of magneto-shear instability occurring in the polar regions of the tachocline. Occurrences of such instabilities have been studied by various other authors in the last 10 years. As an example we can cite the shallow

<sup>★</sup>Dedicated to the memory of Professor Paul Ledoux.

<sup>†</sup>E-mail: h\_cavus@comu.edu.tr (HC); akarafistan@comu.edu.tr (AIK)

water approximation of the solar MHD fluid, applied to stability analysis of the tachocline differential rotation and the toroidal magnetic field (Dikpati, Gilman & Rempel 2003).

Thus the main purpose of the present work was to study more thoroughly the effect of the magnetic field in a thin magnetized lower convective region (hereafter LCR) extending from  $0.703$  to  $0.723 R_{\odot}$ . In fact the LCR includes the overshoot layer, the thickness of which is estimated to be around  $10^4$  km by Schmitt, Rosner & Bohn (1984). This layer is situated above the centre of the solar tachocline, which is around  $0.693 \pm 0.002 R_{\odot}$  (Charbonneau et al. 1998). We have employed the density given by Christensen-Dalsgaard et al. (1996, hereafter JCD96) in order to solve the well-known MHD equations in spherical coordinates, for a toroidal magnetic field of maximum magnitude 10 T (about  $10^5$  G). This type of magnetic field was chosen so that the toroidal flux tubes erupting from the bottom of the convection zone are capable of forming active regions at the solar surface, as stated by Schüssler et al. (1994). Otherwise weaker magnetic fields would either be stable or have negligible growth rates. Further, as they stated, for fields of magnitude around 10 T, the Coriolis force does not lead to unrealistic poleward deflections.

The formalism that we have used in MHD modelling of the LCR is explained in more detail in the following section. We present solutions for some fundamental physical parameters such as density, toroidal velocity, Mach number and mass flux. Results including figures and tables are given in Section 4. They are compared with other similar work in Section 5.

## 2 FUNDAMENTAL PHYSICAL FORMULATIONS

We consider the ideal MHD system of equations as formulated by many authors. For an idealized case, without rotation, viscosity and turbulence, we assume electronic charge density equal to ionic charge density. In the application of this example to the solar LCR we can investigate the influence of a magnetic field from the solution of the fundamental MHD equations:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

where  $\mu_0$  is the usual magnetic permeability constant. The sound speed in the lower convective region of the Sun can be considered constant since its variation is of the order of 4.46 per cent (Table 1). Then, relating the pressure  $p$  to the density  $\rho$  by the sound speed  $c_s$ , we have

$$p = \frac{c_s^2}{\gamma} \rho. \quad (4)$$

In the LCR of the Sun the value of the adiabatic coefficient  $\gamma$  is about 1.664 (JCD96) everywhere.

**Table 1.** Values of some physical parameters in the model of JCD96 at the LCR.

$x = r/R_{\odot}$	$c_s$ (m s <sup>-1</sup> )	$\rho$ (kg m <sup>-3</sup> )
0.703	$2.284 \times 10^5$	203
0.723	$2.182 \times 10^5$	174

The basic MHD equations to be solved consist of the equation of continuity (1) and the momentum transfer equation (2). The absence of a magnetic monopole is represented by equation (3). Here  $\rho$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $p$  and  $\mathbf{B}$  denote the mean values of density, velocity, pressure and magnetic field respectively. Equations (1)–(4) as given in the form above describe the behaviour of the mean flow as a function of time. However, as these equations are originally highly non-linear, analytical solutions are not possible without further simplifications. Thus we shall proceed as follows.

### 2.1 Quasi-hydrostatic equilibrium case

Here we attempt some special solutions of the momentum transfer equation (2) for highly conducting MHD plasma which is in a kind of quasi-hydrostatic state in the presence of an axially symmetric magnetic field. In a spherical coordinate system and toroidal flow  $(r, \theta)$ , considered to be independent of the azimuthal  $\phi$ -direction, the above equations are reduced to a steady-state MHD case:

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}. \quad (5)$$

Equation (5) is separable with respect to the  $r$ - and  $\theta$ -coordinates in the following manner:

$$\rho \frac{v^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial r} + \rho g + \frac{B^2}{\mu_0 r} + \frac{B}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial r}, \quad (6)$$

$$\rho v^2 \cot \theta = \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{B^2}{\mu_0} \cot \theta + \frac{B}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial \theta}. \quad (7)$$

Here  $v$  and  $B$  are now the scalar azimuthal ( $\phi$ ) components of the velocity and the magnetic field.

Generally SSM models are obtained from the integration of quasi-static stellar hydrodynamic equations, which are very similar to the equations above, but exclude both rotation and the magnetic field. These models are easily available in the solar literature, and for comparison purposes we have employed some physical parameters described in the SSM of JCD96. Values of the sound speed and density at the boundaries of the LCR are summarized in Table 1.

## 3 NUMERICAL INTEGRATION METHOD

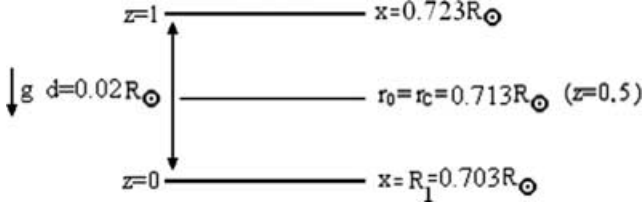
In order to facilitate the numerical solution of equations (6) and (7) in spherical coordinates, we follow the separation of variables approach outlined by Lima, Priest & Tsinganos (2001). We have further transformed the physical variables to a dimensionless form, as explained by Miesh & Gilman (2004). For the integration of the above differential equations with the correct boundary conditions, we have developed a numerical code adapted to MAPLE 9.5 (Maplesoft, Waterloo, Ontario, Canada).

### 3.1 Thin shell approximation and dimensionless equations for the LCR

In the present work we have mainly focused on the MHD modelling of the bottom of the solar convection zone, covering a layer of  $x = 0.703$  to  $0.723$  of the solar radius. The radial coordinate ( $r$ ) was normalized as in Miesh & Gilman (2004):

$$r = R_1 + zd. \quad (8)$$

Further, we have selected the parameters of equation (8) so that  $R_1$  is situated at the bottom of the LCR,  $d$  represents its thickness as



**Figure 1.** Thin shell representation of the LCR.

a function of the solar radius and  $z$  is the dimensionless height. As shown in Fig. 1, values of  $z = 0$  and  $1$  correspond respectively to the bottom and top of this shell.

In the thin shell approximation, we assume that the relative thickness  $\eta$  is small:

$$\eta = \frac{d}{R_1} \ll 1. \quad (9)$$

Similarly, equations (6) and (7) are rescaled by introducing dimensionless variables  $\rho'$ ,  $v'$ ,  $p'$ ,  $g'$  and  $b$  which are related to the physical parameters by the following expressions:

$$\begin{aligned} v &= Uv', \\ B &= \sqrt{\mu_0 \rho_1 U^2} b, \\ \rho &= \rho_1 \rho', \\ p &= \rho_1 U^2 p', \\ g &= \frac{U^2}{R_1} g'. \end{aligned} \quad (10)$$

In the last set of equations (10) the maximum magnitude of  $B$  was chosen a priori as 10 T and the dimensionless magnetic field  $b$  was normalized to 1, as for the other variables. Then, from  $B = \sqrt{\mu_0 \rho_1 U^2} b$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  and  $\rho_1 = 203 \text{ kg m}^{-3}$  (see Table 1), we determine the new velocity  $U$  as  $630 \text{ m s}^{-1}$ . This is in fact, by definition, the Alfvén speed (Alfvén 1942) of the fluid for the base of the LCR. The fluid density  $\rho_1$  corresponds to the dimensional value of the reference SSM density (JCD96) at the same location. Then equations (6) and (7) can be rewritten in terms of these variables as follows:

$$\rho' \frac{v'^2}{1 + \eta z} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho' g' + \frac{b^2}{1 + \eta z} + \frac{b}{\eta} \frac{\partial b}{\partial z}, \quad (11)$$

$$\rho' v'^2 \cot \theta = \frac{\partial p'}{\partial \theta} + b^2 \cot \theta + b \frac{\partial b}{\partial \theta}. \quad (12)$$

By differentiating equation (11) with respect to  $\theta$  and equation (12) with respect to  $z$ , we obtain respectively

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{1 + \eta z} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho' v'^2) &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + \frac{\eta}{1 + \eta z} \frac{\partial b^2}{\partial \theta} \\ &+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( b \frac{\partial b}{\partial z} \right) + \eta g' \frac{\partial \rho'}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\cot \theta \frac{\partial}{\partial z} (\rho' v'^2) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial p'}{\partial \theta} \right) + \cot \theta \frac{\partial b^2}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( b \frac{\partial b}{\partial \theta} \right). \quad (14)$$

The pressure terms represented by  $p'$  can easily be eliminated from equations (13) and (14) to yield

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{1 + \eta z} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho' v'^2) - \frac{\eta}{1 + \eta z} \frac{\partial b^2}{\partial \theta} \\ - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( b \frac{\partial b}{\partial z} \right) - \eta g' \frac{\partial \rho'}{\partial \theta} - \cot \theta \frac{\partial}{\partial z} (\rho' v'^2) \\ + \cot \theta \frac{\partial b^2}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( b \frac{\partial b}{\partial \theta} \right) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Now, in order to separate variables representing the density, magnetic field and velocity from each other, we introduce the following functions in terms of  $z$  and  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \rho'(z, \theta) &= R(z) j(\theta), \\ b(z, \theta) &= A(z) f(\theta), \\ v'(z, \theta) &= V(z) u(\theta). \end{aligned} \quad (16)$$

This procedure is somewhat similar to that of Lima et al. (2001), where we factor out the angular dependence from equation (15) by equating the functions of  $\theta$  and introducing the proportionality constants  $\varepsilon$  and  $\delta$ . After some manipulation it follows that

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \sin^\varepsilon \theta, \\ j(\theta) &= 1 + \delta \sin^{2\varepsilon} \theta, \\ u(\theta) &= \frac{\sin^\varepsilon \theta}{\sqrt{1 + \delta \sin^{2\varepsilon} \theta}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Employing these functions, equations (11) and (12) can be expressed in terms of  $z$  alone. Then we rewrite equation (11) by making use of the new functions  $j(\theta)$ ,  $u(\theta)$  and  $f(\theta)$  described in equations (16) and (17) in order to obtain

$$\begin{aligned} \left[ \frac{RV^2}{1 + \eta z} - \delta \left( \frac{c_s'^2}{\eta \gamma} \frac{dR}{dz} + g'R \right) \right. \\ \left. - \frac{A^2}{1 + \eta z} - \frac{1}{\eta} A \frac{dA}{dz} \right] \sin^{2\varepsilon} \theta = \left( \frac{c_s'^2}{\eta \gamma} \frac{dR}{dz} + g'R \right). \end{aligned} \quad (18)$$

In a similar way equation (12) is reduced to

$$RV^2 = \frac{2\delta \varepsilon c_s'^2}{\gamma} R + (\varepsilon + 1)A^2. \quad (19)$$

The right-hand side of equation (18) is, of course, an expression of the hydrostatic equilibrium for a spherically symmetric LCR. Following the same procedure as used in the derivation of equations (13) and (14), we eliminate the  $\theta$ -dependence from equation (18) by differentiating both sides with respect to  $\theta$ , and that of equation (19) with respect to  $z$ , in order to obtain, respectively,

$$\begin{aligned} V^2 R = \frac{1 + \eta z}{\eta} \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} \frac{dR}{dz} + A^2 + \frac{1 + \eta z}{\eta} A \frac{\partial A}{\partial z} \\ + (1 + \eta z) \delta g' R, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{d}{dz} (V^2 R) = \frac{2\delta \varepsilon c_s'^2}{\gamma} \frac{dR}{dz} + \frac{dA^2}{dz} + \varepsilon \frac{dA^2}{dz}. \quad (21)$$

Finally, differentiating equation (20) with respect to  $z$ , we eliminate  $V$  between equations (20) and (21) to obtain the following second-order differential equation for  $R(z)$ :

$$\begin{aligned} \frac{1 + \eta z}{\eta} \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} \frac{d^2 R}{dz^2} + \left[ (1 + \eta z) \delta g' + \frac{\delta c_s'^2}{\gamma} - \frac{2\delta \varepsilon c_s'^2}{\gamma} \right] \frac{dR}{dz} + \eta \delta g' R \\ + A \frac{dA}{dz} (1 - 2\varepsilon) + \frac{1 + \eta z}{\eta} \left[ \left( \frac{dA}{dz} \right)^2 + A \frac{d^2 A}{dz^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

### 3.2 Boundary conditions

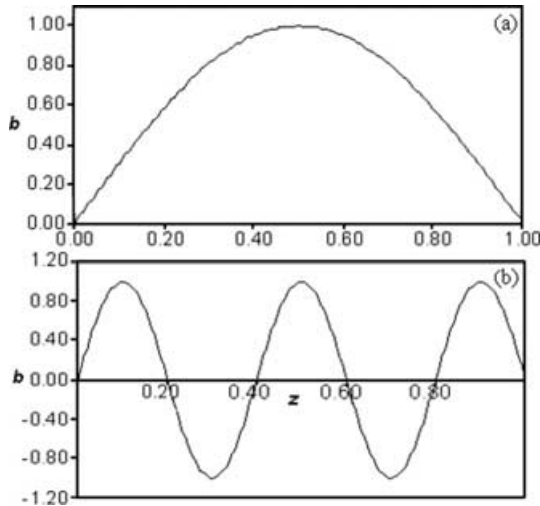
We search some parametric solutions to equation (22) for a special profile of the magnetic field, in the form of  $A(z) = \sin(n\pi z)$ , with  $n$  as an arbitrary constant. We have chosen the magnetic field in such a way that it vanishes at the inner and outer boundaries and satisfies (Gabriel, private communication)

$$b(z, \theta) = 0 \quad \text{at } z = 0, 1. \quad (23)$$

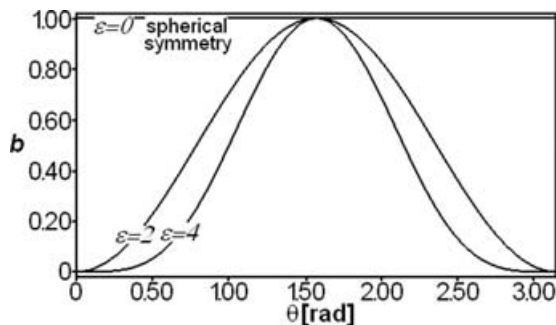
Further, in order to preserve symmetry, with respect to both the equator and the mid-point of the LCR shown in Fig. 1, we have imposed the additional condition of  $b(0.5, \pi/2) = 1$ . Obviously,  $n = 1, 5, 9, \dots$  satisfy all the required conditions.

In Fig. 2, the behaviour of the dimensionless magnetic field  $b$  is represented at the equator as a function of  $z$  and for different  $n$ -values. The angular dependence of  $b$  is plotted as a function of the sphericity parameter  $\varepsilon$  in Fig. 3. We observe that an extreme departure from spherical symmetry occurs for a magnetic field concentrated around the equator ( $\theta = \pi/2$ ), for the parametric case of  $\varepsilon = 4$ . This, of course, will be more enhanced for greater  $\varepsilon$ -values.

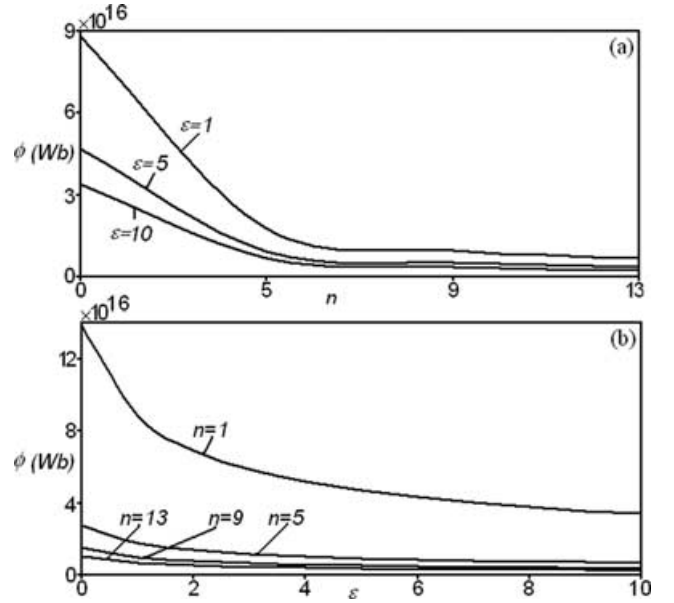
The specific profile of our toroidal magnetic field is somewhat similar to certain work concerning the storage of the magnetic flux (Schüssler et al. 1994; Rempel, Schüssler & Toth 2000, hereafter RST). Since the aim of this study was not to perturb the SSM at the inner and outer boundaries of the LCR, we have further imposed the following boundary conditions:



**Figure 2.** Behaviour of the dimensionless magnetic field at the equator ( $\theta = \pi/2$ ), as a function of  $z$ , for (a)  $n = 1$  and (b)  $n = 5$ .



**Figure 3.** Angular dependence of  $b$  at the base of the convective zone ( $z = 0.5$ ) for  $n = 1$ .



**Figure 4.** Variation of the magnetic flux with respect to (a)  $n$  and (b)  $\varepsilon$ .

$$R(z) = 1, \quad \frac{dR}{dz} = -\kappa \quad \text{at } z = 0. \quad (24)$$

Here  $\kappa$  is a constant, directly obtained from the integration of the right-hand side of equation (18), which also fulfils the hydrostatic equilibrium condition. It follows that in order to satisfy the correct SSM value of the density at the LCR we must impose  $\kappa = \eta\gamma g'/c_s^2 = 0.222$ . This corresponds to the value of  $203 \text{ kg m}^{-3}$  given in Table 1.

The magnetic flux of the LCR is easily obtained from the surface integration of the magnetic field profile (Jackson 1999) for different values of  $n$  and  $\varepsilon$ . Different parametric values of the magnetic flux thus obtained are given in Fig. 4. The maximal value of  $10^{16} \text{ Wb}$ , reached for  $n = 1$  and  $\varepsilon = 0$ , is comparable to the magnetic flux estimation of Parker (1987), for stellar convective zones. More recently, from the observed total magnetic flux during the last completed solar cycle (i.e. the 22nd), Lockwood & Stamper (1999) estimated the magnetic flux as  $5 \times 10^{14} \text{ Wb}$ , which also lies within the acceptable limits of the solar photosphere.

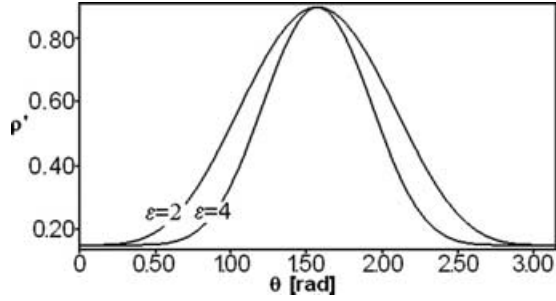
## 4 RESULTS

Imposing the boundary conditions defined in equation (24),  $R(z)$  is obtained from the solution of equation (22). For this purpose, a fourth-order Runge–Kutta integration scheme is employed for a step size of 0.001.

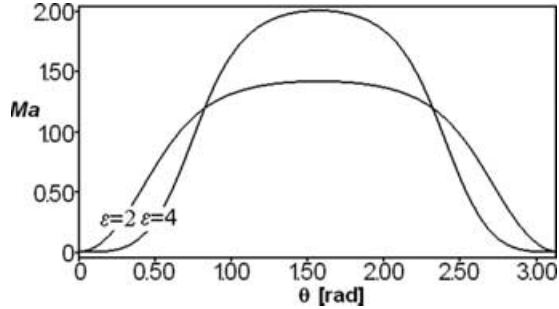
Some of the results are shown graphically in Figs 5–9 and others summarized in Tables 2–4. The Alfvén speed resulting from the chosen magnetic field is calculated to be about 0.3 per cent of the sound speed of the LCR. It exhibits a similar pattern to that of the magnetic field, and is not reproduced separately here.

### 4.1 Latitudinal variation of some physical parameters

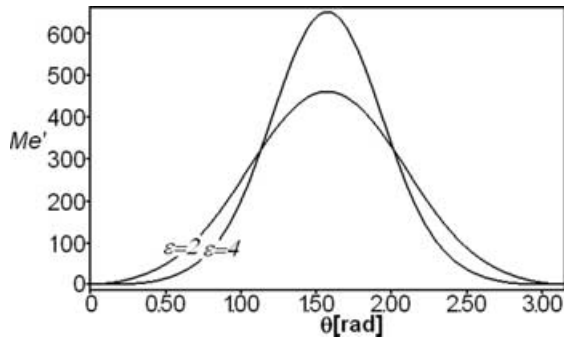
As explained in the previous section, density and velocity distributions can be obtained from the solutions of the equations (17)–(22) in the LCR. Related quantities, such as the Mach number ( $Ma = v/c_s$ ) and the mass flux ( $Me' = \rho'v'$ ), are presented in Figs 5–7 as a function of the co-latitudinal angle  $\theta$ , for  $z = 0.5$ , which corresponds



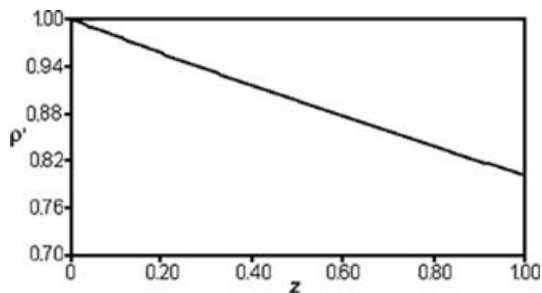
**Figure 5.** Angular dependence of  $\rho'$  at  $z = 0.5$ , for  $n = 1$  and  $\delta = 5$ .



**Figure 6.** As Fig. 5, but for  $Ma$ .



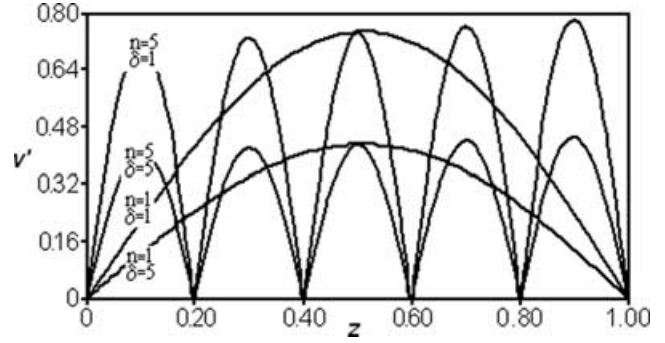
**Figure 7.** As Fig. 5, but for  $Me'$ .



**Figure 8.** Distribution of the dimensionless density  $\rho'$ , for  $\varepsilon = 0$  and all values of  $(n, \delta)$ .

to the bottom of the convection zone (hereafter BCZ) as presented in Fig. 1.

From the angular dependence of  $\rho'$  given in Fig. 5, we notice that the dimensionless density has its maximum value at the equator ( $\theta = \pi/2$ ). In addition, with increasing departures from sphericity ( $\varepsilon > 0$ ), the LCR fluid density is seen to be more condensed around



**Figure 9.** Distributions of  $v'$  as a function of  $z$ , for  $\varepsilon = 0$ .

the equator. The underlying reason for this behaviour will be better understood after examining the behaviour of the Mach number which is increasing in the equatorial region, as a function of  $\varepsilon$  (Fig. 6). In addition, we notice that with greater departures from sphericity the Mach number approaches the critical value of 1 (Landau & Lifshitz 1959, p. 171). This means that the fluid behaves as a compressible gas near the equator ( $Ma > 1$ ), and as an incompressible plasma around the poles ( $Ma < 1$ ). This may be due to an artefact of the buoyancy effects resulting from an axially symmetric magnetic field, which, as we demonstrate later, produces acceptable fluxes.

We have also calculated mass flux ( $Me'$ ) as a function of  $\theta$ , which is represented graphically in Fig. 7. It also tends to reach a maximum value at the equator, but drops more sharply towards the poles.

#### 4.2 Radial variation of some physical parameters

Here, distributions of the maximal values of the above parameters are presented at the equator, for different  $z$ -values in the LCR.

Fig. 8 represents the distribution of  $\rho'$  as a function of  $z$  for a complete spherically symmetric case (i.e.  $\varepsilon = 0$ ). We notice that  $\rho'$  varies by about 20 per cent from the upper to the lower boundary of the LCR. As expected, these results are in good agreement with the SSM values given in JCD96 for the LCR, as well as at the boundaries (see Table 1). The dimensionless velocity  $v'$  is plotted in Fig. 9 for  $\varepsilon = 0$ . Its behaviour follows the tendencies of the magnetic field as represented in Fig. 2. Velocities are in the subsonic region and the fluid can again be considered as incompressible, since  $Ma < 1$ . The mass flux also increases from the base of the LCR, reaching a maximum value of  $84 \times 10^3 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  at the centre, for a value of  $\delta = 1$ .

From the last figure we can now observe more easily the direct influence of the shape of the magnetic field on the behaviour of the dimensionless velocity  $v'$  (Fig. 9). The Mach number exhibits a similar behaviour to velocity when  $z$  is increasing, whereas the mass flux decreases when  $v'$  increases – since the density drop is much steeper with  $z$ .

On the other hand, when spherical symmetry is gradually broken at the equator of the LCR,  $Ma$  and  $v'$  stay constant for different values of the shape parameters  $\varepsilon$  and  $\delta$  defined by the functions in equation (17). These properties are summarized for different combinations of  $n$ ,  $\delta$  and  $\varepsilon$  at  $\theta = \pi/2$  by means of Tables 2 and 3. Density and mass flux are seen to change very abruptly with  $z$ , independently of  $n$ . The Mach number, which is less than 1 for  $\delta = 1$ , reaches the critical value of 1 for  $\delta = 5$  (Table 2).

In Table 3, the radial dependence of the above parameters is demonstrated, for  $n = 1$ , from which it is clear that the Mach

**Table 2.** Distributions of the dimensionless density  $\rho'$  and the mass flux  $Me'$  at  $\theta = \pi/2$  for  $\varepsilon = 1$ .

$z$	$n = 1$				$n = 5$			
	$\delta = 1 (Ma = 0.78)$		$\delta = 5 (Ma = 1.00)$		$\delta = 1 (Ma = 0.78)$		$\delta = 5 (Ma = 1.00)$	
	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$
0.00	1.000	280.7	1.000	362.4	1.000	280.7	1.000	362.4
0.20	0.956	268.4	0.956	346.5	0.956	268.4	0.956	346.6
0.40	0.914	256.6	0.914	331.2	0.914	256.6	0.914	331.2
0.60	0.873	245.1	0.873	316.4	0.873	245.1	0.873	316.4
0.80	0.834	234.0	0.834	302.1	0.834	234.0	0.834	302.1
1.00	0.795	223.3	0.795	288.3	0.795	223.3	0.795	288.3

**Table 3.** Distributions of the dimensionless density  $\rho'$  and the mass flux  $Me'$  at  $\theta = \pi/2$  for  $n = 1$ .

$z$	$\varepsilon = 2$				$\varepsilon = 4$			
	$\delta = 1 (Ma = 1.10)$		$\delta = 5 (Ma = 1.40)$		$\delta = 1 (Ma = 1.55)$		$\delta = 5 (Ma = 2.00)$	
	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$	$\rho'$	$Me'$
0.00	1.0000	397.0	1.0000	512.5	1.0000	561.4	1.0000	724.8
0.20	0.9561	379.5	0.9561	490.0	0.9556	536.5	0.9556	692.6
0.40	0.9131	362.5	0.9131	468.0	0.9111	511.5	0.9111	660.3
0.60	0.8711	345.8	0.8711	446.4	0.8667	486.5	0.8667	628.1
0.80	0.8300	329.5	0.8300	425.3	0.8222	461.6	0.8222	595.9
1.00	0.7898	313.5	0.7898	404.8	0.7779	436.7	0.7778	563.7

**Table 4.** Comparison of the fluid velocities (in  $\text{m s}^{-1}$ ) with those of BMT, for very small values of  $\varepsilon$  and  $\delta$ .

$\theta$	BMT	$\varepsilon = 0.005$		$\varepsilon = 0.004$	
		$\delta = 0.005$	$\delta = 0.004$	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.004$
$\pi/12$	1054	1236	1105	1109	994
$\pi/6$	1076	1240	1108	1112	997
$\pi/3$	1200	1243	1111	1115	999
$\pi/2$	1303	1244	1112	1116	1000

number and mass flux increase proportionally to  $\delta$ . When spherical symmetry is broken with increasing  $\varepsilon$ -values, the fluid becomes compressible with respect to the previous case. Since the shape of the magnetic field, which is determined by the  $n$ -values, does not explicitly influence the fluid density and mass flux (Table 3), the results are not reproduced for other values of  $n$ .

Table 4 summarizes results obtained for velocity for very small values of the parameters  $\varepsilon$  and  $\delta$  ( $\ll 1$ ). This provides the facility for comparison of other work. Among these we can cite first Brun & Miesch (2004, hereafter BMT), who have considered the effects of turbulent convection and magnetic dynamo action in the whole solar envelope. In their MHD model they used the anelastic approximation for a magnetic field smaller than ours (5000 G). Employing the results presented in fig. 9 of BMT, we have been able to estimate the distribution of azimuthal velocity with respect to the polar angle. We can thus compare BMT's results presented in the first column of Table 4 with ours, which follow for the corresponding small  $\varepsilon$ - and  $\delta$ -values. Velocities for the two model results agree within an accuracy of 5 to 17 per cent, depending on the parametric values. Secondly, we compare our results with that of RST concerning storage of the magnetic flux. Given that the azimuthal velocity is defined by  $v = \Omega_0 r \sin \theta = 1290 \sin \theta$ , a maximal velocity of  $1290 \text{ m s}^{-1}$  is reached at  $r = r_c$  near the equatorial region. This value is also in good agreement with our values shown in Table 4 (e.g.  $1244 \text{ m s}^{-1}$ ), which are again in the subsonic region.

## 5 DISCUSSION AND CONCLUSIONS

In this work we have investigated the structure and distribution of some basic physical parameters in the LCR of the Sun, extending from 0.703 to 0.723 of the solar radius. We have considered especially the behaviour of the density and velocity in this thin LCR layer, which is thought by some authors to be the seat of the solar dynamo (Macgregor & Charbonneau 1997). The magnetic field profile was chosen to be of toroidal type, with maximum magnitude 10 T, as in Schüssler et al. (1994) and Gilman & Fox (1997). Further, we have assumed the magnetic field to be axially symmetric which enabled separation of variables in spherical coordinates. Then the momentum transfer equation was solved numerically by means of the MHD model for the two physical parameters of interest. First, we have shown that the resulting fluid density agrees with the employed standard solar model (JCD96). Similarly to density, the velocity obtained is also comparable to other research for small values of the sphericity ( $\varepsilon$ ) and density ( $\delta$ ) parameters.

We have additionally shown that, even though the shape of the magnetic field does not seem to affect the density distribution directly, it can alter the sphericity of the thin LCR, as well as the compressibility of the fluid depending on the values of the related parameters. For the completely spherical case corresponding to  $\varepsilon = 0$ , the MHD fluid behaviour is similar to an incompressible one. With increasing departures from sphericity, starting from  $\varepsilon > 1$ , this fluid becomes compressible in the equatorial region and incompressible at the poles. When the parametric values are much smaller than the critical value of 1, the fluid behaviour is again similar to an incompressible one. In the work of Dikpati et al. (2003), it is indicated that a toroidal magnetic field with a magnitude ranging between 4 and 10 T is stable at the bottom of the convection zone. However, stability is not maintained at narrow low-latitude bands, situated  $15^\circ$  around the equatorial region.

In our work we have additionally demonstrated that for considerable departures from sphericity, which is directly affected by the angular distribution of the magnetic field, the compressibility of the fluid can be changed significantly. Seemingly, this also occurs at

the equatorial region of the BCZ. For such an extreme situation we can even encounter supersonic velocities which are ruled out by the existing solar models. Nevertheless, we can somehow relate our results concerning the change in the compressibility around the equatorial region of the BCZ to a similar instability mentioned above. We shall come back to this point at the end of this section.

The flux arising from our magnetic field ( $\sim 10^{16}$  Wb) has also been shown to change considerably with respect to the increasing values of the sphericity parameter (Fig. 4). From their work relating the solar and stellar magnetic activity with convection, Galloway & Weiss (1981) estimated a flux of  $10^{16}$  Wb, which is the same order of magnitude as ours. Again, Moreno-Insertis, Mas & Schüssler (1992), from their study concerning magnetic flux storage at the BCZ, give a flux of exactly the same magnitude as ours, which is trapped in a latitudinal layer of  $\pm 30^\circ$  around the equator. Comparing this last point to our model results presented in Figs 5–7, we observe that physical parameters such as  $\rho'$ ,  $Me'$  and  $Ma$  are more and more confined in the equatorial region, with respect to an increasing sphericity.

Returning to the discussion about the value of magnetic flux obtained from our magnetic field profile relevant to the LCR, it seems that a value of the order of  $10^{16}$  Wb is justified by various other authors. As a further example, from a model incorporating observations of the last solar cycle, Dikpati, de Toma & Gilman (2006) predict even up to 50 per cent higher fluxes for the next solar cycle. However, results concerning predictions about the future behaviour of the solar magnetic activity have been subject to controversial discussions in the recent scientific literature (Tobias, Hughes & Weiss 2006). Indeed, we cannot compare our results obtained from the integration of the quasi-hydrostatic equilibrium case with the former evolutionary MHD studies, since we did not consider explicitly the time evolution of the toroidal field. Nevertheless, as MHD events are highly non-linear, at a moment of the solar cycle it could happen that the observed magnetic fluxes could coincide to within an order of magnitude with the values that we have estimated for the deeper LCR.

We can also extend our discussions about the compressibility of the fluid to some other work in relation to the anelastic approximations used in the development of solar and Earth atmosphere models. For example, Gough (1969), in his pioneering work on the anelastic approximation of a plane-parallel atmosphere, showed that the anelastic approximation is valid for very small Mach numbers. The applicability of both the anelastic and Boussinesq approximations has been rigorously studied by some other authors (Robinson & Chan 2001; Cally 2003; Miesch 2005). Of course, for a completely compressible fluid, if the Mach number is close to the critical value of 1, neither the anelastic nor the Boussinesq approximation is valid. Lantz & Fan (1999) have generalized the Boussinesq approximation to the anelastic case in order to model the MHD convection for smaller Mach numbers. They have shown that deviations from the hydrostatic equilibrium case are small for very small Mach numbers. In the present paper we also notice that a similar situation concerning anelasticity arises for the case of  $\varepsilon \ll 1$  and  $\delta \ll 1$  – from which a Mach number of  $5 \times 10^{-3}$  is obtained (Table 4). Even though we did not employ these approximations directly in our parametric MHD model, we can suggest that researchers interested in this area should consider small values of  $\varepsilon$  and  $\delta$ .

Last but not least, our results have revealed that departures from spherical symmetry, caused by the magnetic field, may even change the compressibility of the solar plasma in a thin LCR. Thus sphericity is shown to have an increasing influence on the velocity via the parameter  $\varepsilon$ . Therefore we can conclude that, as the spherical

symmetry is broken, the fluid shifts from an incompressible state to a compressible one, in the equatorial region of the LCR. This result will be employed in our future work, concerning the time dependence of highly non-linear MHD equations in the solar LCR, and compared with available data.

## ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge with thanks the technical and computing support from the Research Foundation of the Çanakkale Onsekiz Mart University (Project No. 2005/113) as well as the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK, project grant YDABAG 101Y042). We also thank Maurice Gabriel for endless interesting discussions, as well as an anonymous referee concerning the improvement of this manuscript.

## REFERENCES

- Alfvén H., 1942, *Nat.*, 150, 405  
 Brun A. S., Miesch M. S. T. J., 2004, *ApJ*, 614, 1073 (BMT)  
 Cally P. S., 2003, *MNRAS*, 339, 957  
 Charbonneau P., Tomczyk S., Schou J., Thompson M. J., 1998, *ApJ*, 496, 1015  
 Chitre S. M., Ezer D., Stothers R., 1973, *Astrophys. Lett.*, 14, 37  
 Christensen-Dalsgaard J. et al., 1996, *Sci*, 272, 1286 (JCD96)  
 Dikpati M., Gilman P. A., Rempel M., 2003, *ApJ*, 596, 680  
 Dikpati M., de Toma G., Gilman P. A., 2006, *Geophys. Res. Lett.*, 33, L05102  
 Domingo V., 2002, *Ap&SS*, 282, 171  
 Dziembowski W. A., 1998, in Bradley P. A., Guzik J. A., eds, *ASP Conf. Ser. Vol. 135, A Half-Century of Stellar Pulsation Interpretations*. Astron. Soc. Pac., San Francisco, p. 427  
 Galloway D. J., Weiss N. O., 1981, *ApJ*, 243, 945  
 Gavryusev V. G., Gavryuseva E. A., 2000, *MNRAS*, 317, 569  
 Gilman P. A., Fox P. A., 1997, *ApJ*, 484, 439  
 Gough D. O., 1969, *J. Atmos. Sci.*, 26, 448  
 Jackson J. D., 1999, *Classical Electrodynamics*, 3rd edn. Wiley, New York  
 Karafistan A. I., Denis C., 1984, in Noels A., Gabriel M., eds, *Proc. 25th Liège Astrophys. Colloq., Theoretical Problems in Stellar Stability and Oscillation*, p. 270  
 Landau L. D., Lifshitz E. M., 1959, *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, Oxford  
 Lantz S. R., Fan Y., 1999, *ApJS*, 121, 247  
 Leighton R. B., Noyes R. W., Simon G. W., 1962, *ApJ*, 135, 474  
 Lima J. J. G., Priest E. R., Tsinganos K., 2001, *A&A*, 371, 240  
 Lockwood M., Stamper R., 1999, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 2461  
 Macgregor K. B., Charbonneau P., 1997, *ApJ*, 486, 484  
 Miesch M., 2005, *Living Rev. Sol. Phys.*, 2, 1  
 Miesch M. S., Gilman P. A., 2004, *Sol. Phys.*, 220, 287  
 Moreno-Insertis F., Mas F. A., Schüssler M., 1992, *A&A*, 264, 686  
 Parker E. N., 1955, *ApJ*, 122, 293  
 Parker E. N., 1987, *ApJ*, 312, 868  
 Rempel M., Schüssler M., Toth G., 2000, *A&A*, 363, 789 (RST)  
 Robinson F. J., Chan K. L., 2001, *MNRAS*, 321, 723  
 Schmitt J. H. M. M., Rosner R., Bohn H. U., 1984, *ApJ*, 282, 316  
 Schüssler M., Caligari P., Ferriz-Mas A., Moreno-Insertis F., 1994, *A&A*, 281, L69  
 Spiegel E. A., Zahn J. P., 1992, *A&A*, 265, 106  
 Tobias S., Hughes D., Weiss N., 2006, *Nat.*, 442, 26  
 Torrente-Lujan E., 1999, in Gurzadyan V. G., Ruffini R., eds, *Proc. 2nd ICRA Network Workshop, The Chaotic Universe: Theory and Observations*. World Scientific, New Jersey, p. 646

This paper has been typeset from a Microsoft Word file prepared by the author.

## YAŞAM ÖYKÜSÜ

### I. KİŞİSEL BİLGİLER

**Adı Soyadı** : Hüseyin ÇAVUŞ

**Doğum Tarihi** : 13 Eylül 1975

**Görevler:**

Görev Unvanı	Görev Yeri	Yıl
Arş.Gör.	Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fizik Bölümü	2000-....

**Öğrenim Durumu:**

Derece	Bölüm / Program	Üniversite	Yıl
Yabancı Dil Haz.	Yabancı Diller Yüksek Okulu Hazırlık Sınıfı	ODTÜ	1994-1995
Lisans	Fizik	ODTÜ	1995-1999
Y. Lisans	Fizik	ÇOMÜ	2000-2002
Doktora	Fizik	ÇOMÜ	2002-2007

### II. BİLİMSEL ALTYAPI

**Çalışma Alanları:**

Plazma Fiziği, Manyetohidrodinamik (MHD), MHD Kararsızlıkları, Güneş MHD'si

**Yüksek Lisans Tez Başlığı ve Tez Danışmanı :**

*“Plazmada Gravitasyonel Kararsızlıklar”*

Doç.Dr. Ayşegül YILMAZ

**Doktora Yeterlilik Sınavı Tarihi:** 12 Şubat 2004

**Doktora Tez Başlığı ve Tez Danışmanı :**

*“Güneş Kabuğundaki Konvektif Olayların Manyetohidrodinamik (MHD) Yaklaşımıyla Modellenmesi”*

Prof.Dr. Aysel KARAFİSTAN



### III. ESERLER

#### A. Uluslararası Hakemli Dergilerde Yayınlanan Makaleler

1. Cavus, H. and Karafistan, A.,I. 2007. An MHD model applied to the lower convective region in the Sun. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 380, pp142-148.

#### B. Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Uluslararası Hakemli Basımevleri tarafından yayınlanan çalışmalar

2. Cavus, H. and Karafistan, A.,I. 2006. Magnetohydrodynamic Modeling of Solar Envelope. American Institute of Physics Conference Proceedings, 848, pp207-212.

3. Cavus, H. and Karafistan, A.,I. 2007. Some MHD Solutions for the Bottom of the Solar Convective Layer. Publications of the Astronomical Society of Pacific Proceedings Series, 370, pp74-80.

#### C. Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri/Özet Kitabında Basılan Bildiriler :

4. Cavus, H. and Karafistan, A.,I. 2005. Magnetohydrodynamic Modeling of Solar Envelope. World Year of Physics 2005 – Turkish Physical Society 23rd International Physics Congress Proceedings Book, Muğla-Turkey, pp 719-724

5. Karafistan, A. and Cavus, H. 2006. MHD Solutions of Solar Type Envelopes. 36th COSPAR Scientific Assembly Abstract Book, Beijing, China, pp641.

6. Cavus, H. and Karafistan, A.,I. 2006. Solutions of the Ideal MHD Equations for Solar Convective Layer. 6th International Conference of the Balkan Physics Union Book of Abstracts, Istanbul-Turkey, pp140.

#### D. Ulusal Hakemli Dergilerde Yayınlanan Makaleler

7. Çavuş, H., Karafistan A. ve Büyükkateş Y. 2005. Güneş Kabuğunun Manyeto-Hidrokinamik Modellenmesi. Science and Engineering Journal of İstanbul Kültür University, 3, s89-94.

**E. Ulusal Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri/Özet Kitabında Basılan Bildiriler :**

8. Çavuş, H. ve Karafistan, A.,İ. 2004. Güneş Zonklamaları ve Manyetik Alanın Zonklama Frekanslarına Etkisi. XIV. Ulusal Astronomi Kongresi Bildiri Kitabı Kayseri-Türkiye, s73-77.
9. Çavuş, H. 2006. Plazma, MHD: Güneş. XV. Ulusal Astronomi Kongresi Bildiri Kitabı, İstanbul-Türkiye, s971 (Özet).
10. Çavuş, H. ve Karafistan, A.,İ., 2006. Güneşin Konvektif Bölgesine Ait Bazı Özel MHD Çözümler. XV. Ulusal Astronomi Kongresi Bildiri Kitabı, İstanbul-Türkiye, s181-186.
11. Çavuş, H., Yılmaz, A., ve Çavuş, C.Z. 2006.Dünya İyonosferinin F Katmanında Çarpışmalı Durumda R-T Kararsızlığı. URSl-Türkiye' 2006 3. Bilimsel Kongresi Bildiri Kitabı, Ankara-Türkiye, s269-271.
12. Çavuş, H. 2006. Dünya İyonosferinin F Katmanında R-T Kararsızlığı ve Burulma Hızı, URSl-Türkiye' 2006 3. Bilimsel Kongresi Bildiri Kitabı, s272-274.

**F. Yazılan Ulusal Kitaplar ve Bölümler:**

13. Yılmaz, A., Çavuş, H. ve Başkuş, L. 2001. Elektronik Laboratuar Kitabı. ÇOMÜ Yayınları (ISBN:975-8100-17-3).

**G. Diğer Yayınlar:**

14. Çavuş, H. 2002. Plazmada Gravitasyonel Kararsızlıklar. Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, ÇOMÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Çanakkale (Türkçe).
15. Çavuş, H., Elektrik-Manyetizma, Modern Fizik, Optik ve Mekanik Laboratuarları için Basılmamış Deney Föyleri.
16. Çavuş, H. 2007. Güneş Kabuğundaki Konvektif Olayların Manyetohidrodinamik (MHD) Yaklaşım ile Modellenmesi.. Basılmamış Doktora Tezi, ÇOMÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Çanakkale (Türkçe).