



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

MANYETİZE ACAYİP KUARK MADDENİN

$f(R, T)$ TEORİDEKİ DAVRANIŞI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SİNEM KALKAN

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Can AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2022



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

MANYETİZE ACAYİP KUARK MADDENİN
 $f(R, T)$ TEORİDEKİ DAVRANIŞI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SİNEM KALKAN

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Can AKTAŞ

Bu çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri
Koordinasyon tarafından desteklenmiştir.

Proje No: FYL-2020-3264

ÇANAKKALE – 2022

ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Sinem KALKAN

29/07/2022

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleŐtirilmesinde, çalıŐmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Doç. Dr. Can AKTAŞ'a, çalışma surcinde bilgileriyle bana yol gösteren saygı değer hocam Doç. Dr. Sezgin AYGÜN'e en içten saygı ve teŐekkürlerimi sunarım.

Tez dönemim boyunca her konuda destek ve yardımlarıyla bilgi birikimlerini benimle paylaŐan değerli arkadaşlarım Samira JALALI ve Cihan KÖMÜRCÜ'ye teŐekkürlerimi sunarım.

Hayatımın her anında bana maddi manevi destek olan değerli aileme sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

Sinem KALKAN
anakkale, Temmuz 2022

ÖZET

MANYETİZE ACAYİP KUARK MADDENİN $f(R, T)$ TEORİDEKİ DAVRANIŞI

Sinem KALKAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

29/07/2022, 38

Bu çalışmada, manyetize acayip kuark maddenin davranışı 4 boyutlu homojen anizotropik Bianchi VI_0 uzay-zamanı ve 5 boyutlu homojen anizotropik Kaluza-Klein uzay-zamanı için $f(R, T)$ teori çerçevesinde incelendi. Her iki uzay-zaman için elde edilen çözümler matematiksel, geometrik ve fiziksel olarak irdelendi. Elde edilen sonuçlar, grafikler ve tablolar yardımıyla ayrıntılı bir şekilde analiz edildi. Ayrıca elde edilen çözümlerin enerji koşullarını sağlayıp sağlamadığı kontrol edildi.

Anahtar sözcükler: $f(R, T)$ Teori, Bianchi VI_0 Evreni, Kaluza-Klein Evreni, Hubble Parametresi, Frenleme Parametresi, Enerji Koşulları

ABSTRACT

BEHAVIOR OF MAGNETIZED STRANGE QUARK MATTER IN $f(R, T)$ THEORY

Sinem KALKAN

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Master of Science Thesis in Department of Mathematic

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Can AKTAŞ

07/29/2022, 38

In this study, the behavior of magnetized strange quark matter is investigated within the framework of $f(R, T)$ theory for 4-dimensional homogeneous anisotropic Bianchi VI_0 space-time and 5-dimensional homogeneous anisotropic Kaluza-Klein space-time. The solutions obtained for both space-times were analyzed mathematically, geometrically and physically. The obtained results were analyzed in detail with the help of graphs and tables. In addition, it was checked whether the solutions we obtained met the energy conditions.

Keywords: $f(R, T)$ Theory, Bianchi VI_0 Universe, Kaluza-Klein Universe, Hubble Parameter, Deceleration Parameter, Energy Conditions

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
JÜRİ ONAY SAYFASI	i
ETİK BEYAN	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
TABLolar DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x

BİRİNCİ BÖLÜM GİRİŞ

1.1 Evrenin Evrimi.....	1
1.2 $f(R, T)$ Teori	2
1.3 Manyetik Alanlar ve Kuarklar	2

İKİNCİ BÖLÜM ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1 $f(R, T)$ Teori Çalışmaları	4
2.2 Manyetik Alan ve Acayip Kuark Madde Çalışmaları	4
2.3 Bianchi VI_0 ve Kaluza-Klein Evrenleri için Çalışmalar	5

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM MATERYAL VE YÖNTEM

3.1 Kozmolojik Terimli $f(R, T)$ Teori	7
3.2 Enerji Koşulları	8
3.2.1 Null Enerji Koşulu (NEC).....	8
3.2.2 Zayıf Enerji Koşulu (WEC).....	9
3.2.3 Güçlü Enerji Koşulu (SEC)	9
3.2.4 Dominant Enerji Koşulu (DEC)	10
3.3 Uzaysal Hacim.....	11
3.4 Hubble Parametresi	11
3.5 Frenleme Parametresi	11

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1	Bianchi VI_0 Evreninde MAKM Davranışı	13
4.2	Kaluza-Klein Evreninde MAKM Davranışı	17
4.3	Evren Modelleri için Frenleme Parametresi ve Hubble Parametresi	20

BEŞİNCİ BÖLÜM
SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1	Frenleme Parametresi ve Hubble Parametresi için Sonuçlar	22
5.2	Bianchi VI_0 Evreninde MAKM Davranışı için Sonuçlar	23
5.3	Kaluza-Klein Evreninde MAKM Davranışı için Sonuçlar	28
KAYNAKLAR.....		34
ÖZGEÇMİŞ		I

SİMGELER VE KISALTMALAR

Λ	Kozmolojik Terim
MAKM	Manyetize Acayip Kuark Madde
AKM	Acayip Kuark Madde
NEC	Null Enerji Koşulu
WEC	Zayıf Enerji Koşulu
DEC	Dominant Enerji Koşulu
SEC	Güçlü Enerji Koşulu
GRT	Genel Rölativite Teorisi
q	Frenleme parametresi
H	Hubble parametresi
a	Ölçek faktörü
u_i	Komoving hız vektörü
h_i	Manyetik akı

TABLULAR DİZİNİ

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
Tablo 1	Bianchi VI_0 evreninde bazı kinematik ve fiziksel niceliklerin limitlerinin incelenmesi.....	16
Tablo 2	Kaluza-Klein evreninde bazı kinematik ve fiziksel niceliklerin limitlerinin incelenmesi.....	20
Tablo 3	Hubble parametresi ve Frenleme parametresinin limit durumları.....	20
Tablo 4	$\alpha = 0,9$ değerlerine karşılık gelen q_0 frenleme parametresinin değerleri.....	21
Tablo 5	Bianchi VI_0 evreninde enerji koşullarının incelenmesi	24
Tablo 6	Kaluza-Klein evreninde enerji koşullarının incelenmesi	29

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1	Enerji koşullarının birbirleri ile bağlantıları	10
Şekil 2	Frenleme parametresinin zamanla değişimi	22
Şekil 3	Hubble parametresinin zamanla değişimi	23
Şekil 4	Bianchi VI_0 evreni için uzaysal hacimin zamanla evrimi	24
Şekil 5	Bianchi VI_0 evreni için metrik potansiyel olan A'nın zamanla evrimi..	25
Şekil 6	Bianchi VI_0 evreni için metrik potansiyel olan B'nin zamanla evrimi .	25
Şekil 7	Bianchi VI_0 evreni için metrik potansiyel olan C'nin zamanla evrimi .	26
Şekil 8	Bianchi VI_0 evreni için manyetik alanın zamanla evrimi.....	26
Şekil 9	Bianchi VI_0 evreni için enerji yoğunluğunun zamanla evrimi.....	27
Şekil 10	Bianchi VI_0 evreni için basıncın zamanla evrimi.....	27
Şekil 11	Bianchi VI_0 evreni için kozmolojik terimin zamanla evrimi	28
Şekil 12	Kaluza-Klein evreni için uzaysal hacmin zamanla evrimi	30
Şekil 13	Kaluza-Klein evreni için metrik potansiyel olan A'nın zamanla evrimi	31
Şekil 14	Kaluza-Klein evreni için metrik potansiyel olan B'nin zamanla evrimi	31
Şekil 15	Kaluza-Klein evreni için enerji yoğunluğunun zamanla evrimi.....	32
Şekil 16	Kaluza-Klein evreni için basıncın zamanla evrimi.....	32
Şekil 17	Kaluza-Klein evreni için kozmolojik terimin zamanla evrimi	33

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Evrenin Evrimi

Evrenin oluşum süreci günümüzde hala bilim insanları tarafından araştırılmaktadır. Evrenin oluşumunu ve evrimini açıklamaya çalışan bir çok teori bulunmaktadır. Ancak evrenin evrimini en iyi açıklayan teori Büyük Patlama Teorisi olarak bilinir. Büyük Patlama teorisine göre evren 13.8 milyar yıl önce sıcak ve yoğun bir noktadan patlayarak genişlemeye başlamıştır. Evrenin ilk evresi olarak bilinen 10^{-43} saniye Planck zamanı olarak adlandırılır. Bu zamanda dört temel kuvvet olan elektromanyetik kuvvet, kütle çekim kuvveti, güçlü ve zayıf çekirdek kuvveti bir arada bulunmaktaydı. Zamanla evren genişlemeye ve soğumaya başlamıştır. Daha sonra bu kuvvetler belirli zaman aralıklarında birbirinden ayrılmıştır. Sıcaklık daha da azaldıkça evren ani Şişme Dönemi olarak adlandırılan dönemden geçmiştir. Bu bağlamda fiziksel koşullar, radyasyon ve maddenin varoluşuna izin vermiştir.

Madde-enerji ve uzay-zaman arasındaki etkileşimi en iyi şekilde açıklayan Genel Rölativite Teorisi (GRT), Albert Einstein tarafından 1915 yılında ortaya atılmıştır. n boyutlu uzayda n^2 tane kısmi türevli veya adi türevli diferansiyel denklem oluşur. Bu denklemler simetriden dolayı $\frac{n(n+1)}{2}$ tane denkleme indirgenir. Einstein GRT'yi kozmolojiye ilk uygulamasında, genişlemeye karşı koymak için kozmolojik terimin alan denklemlerine eklenmesini savunmuştur (Einstein, 1917). Friedmann (1922), Friedmann (1924) ve Lemaître (1927), Einstein alan denklemlerinde bağımsız olarak genişleyen çözümler elde etmişlerdir. 1929 yılında Hubble tarafından yapılan gözlemler evrenin genişlediğini söylemekteydi (Hubble, 1929a). Genişleyen bir evren için ilk gözlemsel kanıt 1929'da ortaya çıkana kadar bu çözümler büyük ölçüde reddedildi. 1998 ve 1999 yılında birbirinden bağımsız iki araştırma grubu evrenin erek genişlediğini gözlemlediler (Perlmutter vd., 1999; Riess vd., 1998). Bu ivmelenerek genişlemeye karanlık enerjinin neden olabileceği düşünüldü. GRT büyük ölçekte evrenin genel olarak açıklamaya çalışsa da evrenin ivmelenerek genişlemesine sebep olan karanlık enerjiyi açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Ancak GRT'de negatif basınçlı yani itici kuvvet uygulayan ve enerji koşullarını ihlal eden kozmolojik terim tanımı ile açıklanmaya da çalışılmaktadır. Teorik motivasyonun eksikliğinden dolayı alternatif teoriler ortaya çıkmıştır (Brans ve Dicke, 1961; Buchdahl,

1970; Harko, Lobo, Nojiri, ve Odintsov, 2011; Li, Barrow, ve Mota, 2007; Lyra, 1951). Bu teoriler GRT'yi genişletip veya modifiye etmek üzere alternatifler sunulmuştur. Bu tez çalışmasında da, bu alternatif teorilerden biri olan $f(R, T)$ gravitasyon teorisi ele alınacaktır.

1.2. $f(R, T)$ Teori

Harko vd. (2011) tarafından ortaya atılan $f(R, T)$ teori, Einstein-Hilbert etkisinde R Ricci skaleri yerine R ve enerji momentum tensörünün izi olan T 'ye bağlı keyfi bir fonksiyon alınarak etkinin, aşağıdaki gibi değiştirilmesiyle elde edilen teoriye denir (Harko vd., 2011).

$$S = \frac{1}{16\pi} \int f(R, T) \sqrt{-g} d^4x + \int L_m \sqrt{-g} d^4x \quad (1.1)$$

Burada g , metrik tensör ($g_{\gamma\delta}$)'ün determinantı ve L_m maddenin Lagrangian yoğunluğudur. Etki zamanla değişime uğradığından dolayı en genel hallerinden biri denklem (1.1) şeklindedir. Bu etkiyi kullanarak GRT'nin cevaplayamadığı evrenin hızlanarak genişlediği gibi bazı sorunlara daha kolay cevap bulmuşlardır. $f(R, T) = R$ alındığında $f(R, T)$ teori GRT'ye indirgenerek evren, GRT için incelenmiş olur.

1.3. Manyetik Alanlar ve Kuarklar

Yaklaşık 1900'lü yılların ortalarına kadar kozmik manyetik alanlar genellikle önemsiz olarak görülüyordu. Biermann, Alfvén, Parker ve Chandrasekhar gibi sadece birkaç bilim insanı, manyetizmanın evrendeki potansiyel rolünü fark etti (Alfvén, 1942; Biermann ve Schlüter, 1951; Chandrasekhar ve Fermi, 1953; Parker, 1969). O zamandan sonra, manyetik alanın günümüz için önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir. Artık evrendeki görünür maddenin çoğunun plazma halinde olduğunu veya daha spesifik olarak manyetik alanların nüfuz ettiği iyonize veya kısmen iyonize gazdan oluştuğunu bilinmektedir (de Gouveia Dal Pino, 2006). Manyetik alanlar galaksilerdeki yıldızlar arası ortamın fiziğinde çok önemli bir rol oynar, ancak zaman boyunca nasıl evrimleştiklerine dair çok az gözlemsel çalışma vardır (Beck, 2016; Mao vd., 2017).

Kuark madde, Büyük Patlama'dan hemen sonra oluşan maddelerden biridir. İncelenen bu çalışmada, kuark maddenin çeşitlerinden biri olan Acayip Kuark Madde (AKM) ele alındı. Acayip kuark maddenin nasıl oluştuğuna dair öngörüler vardır. Bunlardan biri, evrenin başlangıcındaki evre geçişleri anındaki kuark-hadron geçisidir

(R.-X. Xu, 2005). Diğer bir öngörü ise kuarkların bozunmasıyla AKM'nin oluşabileceği yönündedir (Aubin vd., 2004).

AKM'yi manyetik alanla birlikte incelemenin nedenlerinden biri kuark madde oldukça yüksek bir yoğunluğa sahip olduğundan Ohm yasasına göre elektrik alanın sıfır olduğu görülür (Barrow, Maartens, ve Tsagas, 2007; Tsagas ve Barrow, 1997).



İKİNCİ BÖLÜM

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

$f(R, T)$ teori, manyetik alanlar ve AKM ile ilgili yapılan çalışmaların birkaçı aşağıdaki gibi sıralanır.

2.1. $f(R, T)$ Teori Çalışmaları

Tiwari, Sofuoğlu, Mishra, ve Beesham (2022), Bianchi tip-I evrenini $f(R, T)$ teori çerçevesinde incelemiştir. Bu evren modelinde çözüm için $\sigma^2 = \frac{k^2}{a^6}$ kullanmışlardır. Burada σ^2 shear skaleri, k sabit ve a ölçek faktörüdür. Pretel, Tangphati, Banerjee, ve Pradhan (2022), Friedmann - Lemaitre - Robertson - Walker (FLRW) evrenini $f(R, T)$ teori çerçevesinde incelemiştir. Gonçalves, Rosa, ve Lobo (2022), $f(R, T)$ teori çerçevesinde izotropik ideal akışkan madde ile FLRW evreninde ortaya çıkan ani tekilliklerin olasılığını incelediler. Ayrıca bu çalışmada enerji koşullarından güçlü enerji şartı, null enerji şartı, zayıf enerji şartı ve dominant enerji şartını incelemiştir. J. Singh, Singh, Goswami, ve Jena (2022), FLRW evreni için karanlık enerjii $f(R, T)$ teori için incelemiştir. Bu teoride ölçek faktörü $t^n e^{t\beta}$ alınarak çözüm aranmıştır. Tangphati, Hansraj, Banerjee, ve Pradhan (2022), kuark yıldızlarını $f(R, T)$ teoride durum denklemleri kullanarak çözüm aramışlardır. Bhardwaj ve Pradhan (2022), kozmolojik terim ile birlikte $f(R, T)$ teoride karanlık enerji için çalışmışlardır. Rej ve Bhar (2021), acayip yıldızı $f(R, T)$ teoride inceleyip enerji koşullarını yorumlamışlardır. Sahoo, Mandal, ve Arora (2021), $f(R, T)$ teoride karanlık enerji modellerinden biri olan Λ Cold Dark Matter (Λ CDM) modelini ele almışlardır. Bu çalışmada ayrıca enerji koşullarını incelemiştir. Bharali ve Das (2021), $f(R, T)$ teoride Renyi Holografik Karanlık Enerji modelini ele almışlardır. Bu çalışmada, $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T)$ modelini ele alıp çözüm aramışlardır. Jokweni, Singh, ve Beesham (2021), $f(R, T)$ teoride bulk viskoz madde ve viskoz olmayan madde davranışını GRT ile karşılaştırmışlardır. Bu çalışmada frenleme parametresi sabit çıkmıştır. Tiwari, Sofuoğlu, ve Beesham (2021), FRW evrenini $f(R, T)$ teoride çalışmışlardır.

2.2. Manyetik Alan ve Acayip Kuark Madde Çalışmaları

Kalkan ve Aktaş (2021), acayip kuark maddeyi manyetik alan ile birlikte Bianchi VI_0 evreni için $f(R, T)$ teoride incelemiştir. Bu çalışmada, çözüm aranırken frenleme

parametresinin zamana göre değişen bir eşitliğini almışlardır. Ayrıca çalışmalarında enerji koşulları incelenmiştir. V. Singh ve Beesham (2021), kozmolojik terimli $f(R, T)$ gravitasyon teorisinde çalışma yapmıştır. Bu çalışmada homojen bir evren ele alıp AKM'yi çalışmışlardır. Surendra Singh, Manihar Singh, ve Kumrah (2021), $f(R, T)$ modifiye alan denklemlerini kullanarak Kaluza-Klein evreninde karanlık enerjinin farklı durumlarını incelemiştir. Özdemir ve Aktaş (2020), $f(R)$ teori için MAKM çalışmıştır. Bu çalışmada çözüm ararken zamanla değişmekte olan lineer frenleme parametresini kullanmışlardır. Çalıştıkları evren modellerinden biri olan LRS Bianchi I evreni için manyetik alanın sıfır olduğu sonucuna varmışlardır. López Fune (2019), güçlü manyetik alanlar ile AKM'yi çanta modeli ile incelemiştir. Sahoo, Sahoo, Bishi, ve Aygün (2018), $f(R, T)$ teori için MAKM'yi kozmolojik terim (Λ) ile birlikte incelemiştir. Alan denklemlerinin çözümlerinde frenleme parametresinin iki özel halini alıp çözüm elde etmişlerdir. Aktaş, Aygün, ve Sahoo (2018), Marder evreninde MAKM ile birlikte $f(R, T)$ teoride çözüm aramışlardır. Sonuçları elde etmek için anizotropi parametresinden yararlanmışlardır. Nagpal, Singh, ve Aygün (2018), $f(R, T)$ teori çerçevesinde manyetik alanlı kuark madde ve manyetik alanlı AKM çalışmıştır. Ayrıca bu çalışmada alan denklemleri için çözüm ararken zamana bağlı bir frenleme parametresinden yararlanmışlardır.

2.3. Bianchi VI_0 ve Kaluza-Klein Evrenleri için Çalışmalar

Lambat ve Pund (2022), Bianchi VI_0 evrenini Lyra geometrisinde skaler alan ile birlikte incelemiştir. Vinutha ve Kavya (2022), $f(R, T)$ gravitasyon teorisinde ideal akışkanın davranışını Bianchi III, V ve VI evren modelleri için çalışma yapmışlardır. Ayrıca enerji koşullarını da incelemiştir. Naidu, Aditya, Deniel Raju, Vinutha, ve Reddy (2021), Saez-Ballester teorii için FRW tip Kaluza-Klein evreninde karanlık enerji çalışmışlardır. Bu çalışmada üç tane farklı kozmolojik model ortaya çıkarmışlardır. Aktaş (2019), Kaluza-Klein evreninde skaler alan çözümlerini araştırmıştır. Sonuçları elde ederken anizotropi parametresinden yararlanmıştır. Mishra, Sharma, ve Pradhan (2019), Lyra manifoldu ve genel görelilikte manyetik alan ile Kaluza-Klein evrenini incelemiştir. Bu çalışmada enerji koşullarını grafik yardımıyla irdelemiştir. Hegazy ve Rahaman (2019), Lyra manifoldu ve genel görelilikte Bianchi VI_0 evreni için skaler alanın etkisini araştırmışlardır. Pawar, Bhuttampalle, ve Agrawal (2018), $f(R, T)$ alan denklemlerini Kaluza-Klein evreninde sicim madde için elde etmişlerdir. Farklı bir frenleme parametresini kullanarak modifiye alan denklemlerinin çözümlerine ulaşmışlardır.

Özkurt ve Aygün (2017), genel görelilik ve teleparalel teorilerinde Bianchi VI_h evreni için enerji ve momentum yoğunluk dağılımlarını incelemiştir.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

MATERYAL VE YÖNTEM

Bu tez çalışmasında çözümler maple paket programı ile yapılmıştır. Ayrıca grafikler için ise Mathematica paket programı kullanılmıştır.

3.1. Kozmolojik Terimli $f(R, T)$ Teori

Kömürcü ve Aktaş (2020), $f(R, T)$ teori için kozmolojik terimli modifiye gravitasyon etkisini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir (Harko vd., 2011; Kömürcü ve Aktaş, 2020).

$$S = \frac{1}{16\pi} \int (f(R, T) + 2\Lambda) \sqrt{-g} d^4x + \int L_m \sqrt{-g} d^4x \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)'deki etkinin $g_{\gamma\delta}$ metrik tensöre göre varyasyonu alınır,

$$\begin{aligned} f_R(R, T)R_{\gamma\delta} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{\gamma\delta} + (g_{\gamma\delta}\square - \nabla_\gamma\nabla_\delta) f_R(R, T) \\ = 8\pi T_{\gamma\delta} - f_T(R, T) (T_{\gamma\delta} + \Theta_{\gamma\delta}) + \Lambda g_{\gamma\delta} \end{aligned} \quad (3.2)$$

denklemini elde edilir. \square , D'Alembert operatörü, ∇_γ ise kovaryant türevi göstermektedir.

Harko vd. (2011), bu teoride $f(R, T)$ için üç model önermişlerdir. Bu çalışmada, modellerden biri olan $f(R, T) = R + 2f_1(T)$ modeli ele alınmıştır. μ herhangi bir sabit olmak üzere $f_1(T) = \mu T$ alınıp gerekli işlemler yapılırsa $f(R, T)$ alan denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$G_{\gamma\delta} = (2\mu + 8\pi)T_{\gamma\delta} + (\mu(\rho - p) + \Lambda)g_{\gamma\delta} \quad (3.3)$$

Burada $G_{\gamma\delta}$ Einstein tensörüdür. Ayrıca ρ ve p sırasıyla enerji yoğunluğu ve basınçtır.

Enerji-momentum tensörü olarak bilinen stress-enerji tensörü, Newton fiziğinin stress tensörünü genelleştirerek, uzay-zamanda enerji momentumun yoğunluğunu ve akışını tanımlayan bir niceliktir. Bu tensör madde, radyasyon ve kütle çekimsiz kuvvet alanlarının bir özelliğidir. Enerji ve momentum tensörü Einstein GRT'de alan denklemlerindeki gravitasyonel alanın kaynağını oluşturmaktadır. Aynı Newton gravitasyonunda kütle

yoğunluğunun böyle bir alanın kaynağı olması gibi (Misner, Thorne, ve Wheeler, 1973). MAKM için enerji momentum tensörü,

$$T_{\gamma\delta} = h^2 \left(u_\gamma u_\delta - \frac{1}{2} g_{\gamma\delta} \right) + u_\gamma u_\delta (\rho + p) - p g_{\gamma\delta} - h_\gamma h_\delta \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanır (Barrow vd., 2007; Tsagas ve Barrow, 1997). Burada h^2 , manyetik alandır. Ayrıca -2 signature için $h_\gamma = (h\sqrt{-g_{11}}, 0, 0, 0)$ ve $u_\gamma = (0, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{g_{44}}})$ sırasıyla manyetik akı ve komoving hız vektörüdür. (x, y, z, t) koordinat sisteminde, $h_\gamma u^\gamma = 0$ bağıntısından dolayı manyetik alan x yönünde seçilmiştir (Barrow vd., 2007; Tsagas ve Barrow, 1997).

3.2. Enerji Koşulları

Yaşadığımız evrende, enerji-momentum tensörü, çok sayıda farklı madde alanlarından gelen katkılardan oluşur. Bundan dolayı, her alanın katkısı ve onu yöneten hareket denklemlerinin kesin biçimi bilinse bile, tam enerji-momentum tensörünü tanımlamak imkansız derecede karmaşık olabilirdi. Bununla birlikte, enerji-momentum tensörü için fiziksel olarak kabul edilmesi gerekli bazı koşullar vardır (Hawking ve Ellis, 1975). Bu çalışmada incelenecek olan Null Enerji Koşulu (NEC), Zayıf Enerji Koşulu (WEC), Dominant Enerji Koşulu (DEC) ve Güçlü Enerji Koşulu (SEC) aşağıdaki gibi özetlenir.

3.2.1. Null Enerji Koşulu (NEC)

NEC, gravitasyonun çekim doğasını göstermektedir. Bu koşulun ihlali evrenin süper hızlanarak genişleme durumunda gerçekleşmektedir. Bu durumda enerji super-quintessence ya da fantom enerji olarak adlandırılır (Faraoni, 2004) ve

$$T_{\gamma\delta} k^\gamma k^\delta \geq 0 \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlanır. Burada k^γ null vektörü göstermektedir. (3.4) ve (3.5) denklemlerinden

$$\rho + p \geq 0 \quad (3.6)$$

şeklinde elde edilir.

3.2.2. Zayıf Enerji Koşulu (WEC)

Bu koşul, herhangi bir gözlemci tarafından ölçülen enerji yoğunluğunun negatif olmaması gerektiğini söylemektedir ve

$$T_{\gamma\delta}u^\gamma u^\delta \geq 0 \quad (3.7)$$

şeklinde tanımlanır (Hawking ve Ellis, 1975). (3.4) ve (3.7) denklemlerinden

$$\begin{aligned} (i) \quad \rho + \frac{h^2}{2} &\geq 0 \\ (ii) \quad \rho + p &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

şeklinde elde edilir.

3.2.3. Güçlü Enerji Koşulu (SEC)

Güçlü enerji koşulu, gravitasyonun her zaman çekme gücü olan bir kuvvet (çekici) olduğu gerektiğini söylemektedir ve

$$\left(T_{\gamma\delta} - \frac{1}{2} T g_{\gamma\delta} \right) u^\gamma u^\delta \geq 0 \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanır (Sharan, 2004). (3.4) ve (3.9) denklemlerinden

$$\begin{aligned} (i) \quad \rho + 3p + h^2 &\geq 0 \\ (ii) \quad \rho + p &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir.

3.2.4. Dominant Enerji Koşulu (DEC)

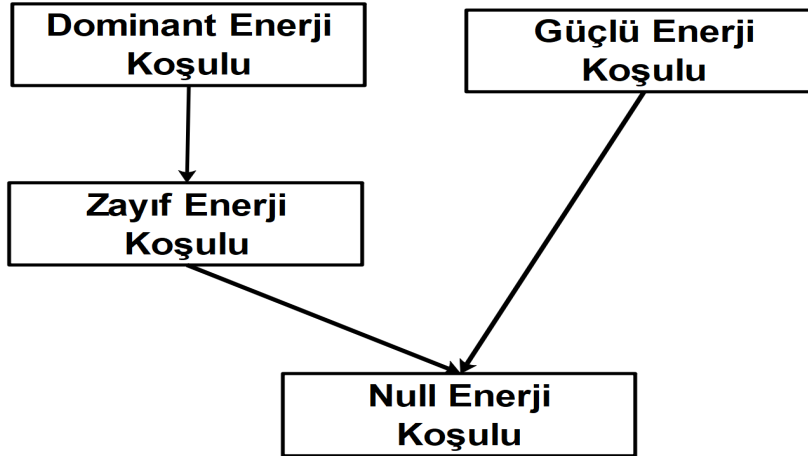
Dominant Enerji Koşulu, herhangi bir gözlemciye enerji yoğunluğunun negatif olmadığı ve enerji akış vektörünün uzaysal olmadığını söylemektedir. Bir diğer ifade ile bu koşul, her tür enerji akışının hızı ışık hızını geçemez anlamına gelmektedir (Faraoni, 2004). Ayrıca

$$T_{\gamma\delta}T_{\lambda}^{\delta}u^{\gamma}u^{\lambda} \leq 0 \quad (3.11)$$

şeklinde tanımlanır (Faraoni, 2004; Hawking ve Ellis, 1975). (3.4) ve (3.11) denklemlerinden

$$\begin{aligned} (i) \quad & (p + \rho)(p + h^2 - \rho) \leq 0 \\ (ii) \quad & \rho + p \geq 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 1. Enerji koşullarının birbirleri ile bağlantıları

Şekil 1’de ele alınan enerji koşullarının birbirleri ile bağlantılı olduğu görülmektedir. Yani DEC sağlanıyorsa WEC ve NEC sağlanır. WEC sağlanırsa da NEC sağlanır. Eğer SEC

sağlanırsa NEC de sağlanmış olur. O halde NEC için enerji koşullarındaki en asgari şart denilebilir.

3.3. Uzaysal Hacim

n boyutlu bir uzay için

$$V = \sqrt{-g} = a^{n-1} \quad (3.13)$$

şeklinde tanımlanır. Burada a ölçek faktörünü göstermektedir. Uzaysal hacim evrenin genişlemesi hakkında bilgi verir.

3.4. Hubble Parametresi

Edwin Hubble, yaptığı gözlem ve çalışmalarla kozmolojiye ciddi ölçüde yön vermiştir. Özellikle kırmızıya kayma ile ilgili yaptığı çalışmalar sonucunda evrenin genişlediğini göstermiştir (Hubble, 1929a, 1929b).

$\text{hız} = H_0 \times \text{mesafe}$ bu ifade Hubble Kanunu olarak da bilinir. H_0 Hubble sabitidir (Hubble ve Humason, 1931). Bu yasaya göre, bir galaksinin mesafesi ne kadar çoksa, o kadar hızlı uzaklaşır. Hubble parametresi, kozmolojideki en önemli parametrelerden biridir. Çünkü evrenin ne kadar hızlı genişlediğini söyler ve bu evrenin yaşını belirlemek için kullanılmaktadır. Hubble parametresi,

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (3.14)$$

ile tanımlanır. a ölçek faktördür.

3.5. Frenleme Parametresi

Frenleme parametresi, evrenin genişleme hızı hakkında yorum yapılmasını sağlayan bir parametredir. Yani genişlemenin frenleme hızını gösterir.

$$q = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 \quad (3.15)$$

Friedmann evreninde frenleme parametresi, 0,5'ten büyük değer için evrenin sonunda kendi üzerine çökecek şekilde genişlediğini gösterir. 0,5'ten küçük bir değer, genişlemenin sonsuza kadar devam edeceğini gösterir. Kozmolojik terimli olan evren modellerinde, q hızlandırılmış bir genişlemeyi gösteren negatif değer olabilir. Eğer $q < 0$ ise evrenin ivmelenerek genişlediğini, $q > 0$ ise evrenin yavaşlayarak genişlediğini gösterir. Özel bir durum olan $q = -1$, de Sitter evreni olarak adlandırılır. $q = 0$ 'dan elde edilen değere t transit değeri denir ve t_{tr} olarak ifade edilir.



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu bölümde MAKM'nin davranışları 4 boyutlu Bianchi VI_0 evreninde ve 5 boyutlu Kaluza-Klein evreninde incelenmektedir.

4.1. Bianchi VI_0 Evreninde MAKM Davranışı

Homojen-anizotropik evren modeli olan Bianchi VI_0 evreni,

$$ds^2 = dt^2 - A^2 dx^2 - B^2 e^{-2m^2 x} dy^2 - C^2 e^{2m^2 x} dz^2 \quad (4.1)$$

şeklinde ifade edilir. A , B ve C kozmik zaman olan t 'ye bağlı metrik potansiyellerdir. Ayrıca m bir sabittir. Bianchi VI_0 evreni için metrik tensör;

$$g_{\gamma\delta} = \begin{bmatrix} -A^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B^2 e^{-2m^2 x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C^2 e^{2m^2 x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca enerji momentum tensörünün matris formu aşağıdaki gibidir;

$$T_{\gamma\delta} = \begin{bmatrix} \left(p - \frac{h^2}{2}\right) A^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(p + \frac{h^2}{2}\right) B^2 e^{-2m^2 x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(p + \frac{h^2}{2}\right) C^2 e^{2m^2 x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\rho + \frac{h^2}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Bianchi VI_0 evreni için ölçek faktörü,

$$a = (ABC)^{\frac{1}{3}}$$

ve uzaysal hacim,

$$V = ABC \quad (4.4)$$

şeklinde elde edilir.

Denklem (3.4) ve (4.1), (3.3) denkleminde dikkate alınırsa $f(R, T)$ alan denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\frac{m^4}{A^2} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} = 4h^2\pi + h^2\mu - 3p\mu + \mu\rho - 8p\pi + \Lambda \quad (4.5)$$

$$-\frac{m^4}{A^2} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{C}\dot{A}}{CA} = -4h^2\pi - h^2\mu - 3p\mu + \mu\rho - 8p\pi + \Lambda \quad (4.6)$$

$$-\frac{m^4}{A^2} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{B}\dot{A}}{BA} = -4h^2\pi - h^2\mu - 3p\mu + \mu\rho - 8p\pi + \Lambda \quad (4.7)$$

$$-\frac{m^4}{A^2} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} + \frac{\dot{C}\dot{A}}{CA} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = 8\pi\rho + 3\mu\rho + 4h^2\pi + h^2\mu - p\mu + \Lambda \quad (4.8)$$

$$-\frac{m^2\dot{C}}{C} + \frac{m^2\dot{B}}{B} = 0 \quad (4.9)$$

Burada "" kozmik zamana göre türevi göstermektedir.

(4.5)-(4.9) denklemleri p , Λ , h , A , B , C ve ρ şeklinde 7 bilinmeyenli diferansiyel denklem sistemi oluşturmaktadır. Bu beş denklemlili sistemi çözmek için en az iki farklı denkleme ihtiyaç vardır. Bu ek denklemlere karşılık MAKM için kullanılan durum denklemleri ve Hubble parametresinin özel bir hali ele alınacaktır. MAKM için kullanılan durum denklemleri;

$$p = \frac{\rho - 4B_c}{3} \quad (4.10)$$

şeklinde. B_c çanta sabiti olarak bilinmektedir (Kapusta, 1993; Sotani, Kohri, ve Harada, 2004). Değeri ise $60 - 80 MeV / (fm)^3$ aralığındadır. Son yapılan çalışmalar incelendiğinde yardımcı denklem olarak Hubble parametresinin çok farklı formlarının kullanıldığı görülmektedir. Pacif, Myrzakulov, ve Myrzakulov (2017) tarafından yapılan çalışmada Hubble parametresinin genel formu detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu çalışmada, Pacif vd. (2017) yaptıkları çalışmada geçen Hubble parametresi aşağıdaki gibi alınmıştır;

$$H = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha+t}} \quad (4.11)$$

α ve β birer sabittir. Denklem (4.11) ve Denklem (3.15) birlikte ele alınırsa frenleme parametresi;

$$q = \frac{1}{\beta} \left(-\beta + \frac{1}{2\sqrt{\alpha+t}} \right) \quad (4.12)$$

şeklinde elde edilir. Denklem (4.9) kullanılarak,

$$B = c_1 C \quad (4.13)$$

elde edilir. c_1 bir sabittir. Denklem (4.11) kullanılarak,

$$C = \frac{c_2 e^{3\beta\sqrt{t+\alpha}}}{\sqrt{A}} \quad (4.14)$$

elde edilir. Burada c_2 bir sabittir. (4.5)-(4.14) denklemleri kullanılarak metrik potansiyel A ,

$$A = c_3 e^{2\beta\sqrt{t+\alpha}} \quad (4.15)$$

şeklinde bulunur. Burada c_3 bir sabittir. Denklem (4.13)-(4.15) sonuçları Denklem (4.4)'de yerine yazılırsa,

$$V = c_1 c_2^2 e^{6\beta\sqrt{\alpha+t}} \quad (4.16)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca (4.5)-(4.9) ve (4.13)-(4.17) denklemleri kullanılarak manyetik alan,

$$h^2 = \frac{m^4}{(4\pi + \mu) c_3^2 e^{4\beta\sqrt{\alpha+t}}} \quad (4.17)$$

enerji yoğunluğu,

$$\rho = \frac{3}{8(4\pi + \mu)} \left(\frac{\beta}{(\alpha + t)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2m^4}{c_3^2 e^{4\beta\sqrt{\alpha+t}}} \right) + B_c \quad (4.18)$$

basınç,

$$p = \frac{1}{8(4\pi + \mu)} \left(\frac{\beta}{(\alpha + t)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2m^4}{c_3^2 e^{4\beta\sqrt{\alpha+t}}} \right) - B_c \quad (4.19)$$

ve kozmolojik terim,

$$\Lambda = -\frac{2\pi m^4}{c_3^2 e^{4\beta\sqrt{\alpha+t}}(4\pi + \mu)} - \frac{\beta(3\pi + \mu)}{(4\pi + \mu)(\alpha + t)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3\beta^2}{\alpha + t} - 4(2\pi + \mu)B_c \quad (4.20)$$

yukarıdaki gibi kozmik zaman cinsinden bulunmuş olur. Elde edilen bu sonuçları, Tablo 1 yardımıyla zamanın başlangıç ve sonsuzdaki limit değerleri irdelenmiştir.

Tablo 1
Bianchi VI₀ evreninde bazı kinematik ve fiziksel niceliklerin limitlerinin incelenmesi

Nicelik	$t \rightarrow 0$	$t \rightarrow \infty$
V	$c_1 c_2^2 e^{6\sqrt{\alpha}\beta}$	∞
H	$\frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}$	0
h^2	$\frac{m^4}{e^{4\sqrt{\alpha}\beta}(4\pi + \mu)c_3^2}$	0
ρ	$-\frac{3m^4}{e^{4\sqrt{\alpha}\beta}4(4\pi + \mu)c_3^2} + \frac{3\beta}{8\alpha^{\frac{3}{2}}(4\pi + \mu)} + B_c$	B_c
p	$-\frac{m^4}{e^{4\sqrt{\alpha}\beta}4(4\pi + \mu)c_3^2} + \frac{\beta}{8\alpha^{\frac{3}{2}}(4\pi + \mu)} + B_c$	$-B_c$
Λ	$-\frac{2\pi m^4}{e^{4\sqrt{\alpha}\beta}c_3^2(4\pi + \mu)} - \frac{(3\pi + \mu)\beta}{\alpha^{\frac{3}{2}}(4\pi + \mu)} + \frac{3\beta^2}{\alpha} - 4(2\pi + \mu)B_c$	$-4(2\pi + \mu)B_c$

Tablo 1 $t \rightarrow \infty$ olduğunda $p = -\rho$ olduğunu gösterir. Bu durum karanlık enerji durumu olarak da bilinir. Diğer bir deyişle, zamanla MAKM karanlık enerjiye dönüşmüş olabilir. Kozmolojik terim ise $t \rightarrow \infty$ için küçük bir değerle elde edilmiştir.

4.2. Kaluza-Klein Evreninde MAKM Davranışı

Homojen-anizotrop evren modeli olan 5 boyutlu Kaluza-Klein evreni aşağıdaki gibidir (Chakraborty ve Nandy, 1992; Gron, 1988):

$$ds^2 = dt^2 - A^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) - B^2dw^2 \quad (4.21)$$

A ve B , t 'nin fonksiyonlarıdır. Ayrıca, t zamanın koordinatıdır. x, y, z ve w ise uzayın koordinatlarıdır. Ek olarak, beş boyutlu bir evrende komoving hız vektörü

$$u_\gamma = (0, 0, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{g_{55}}})$$

ve manyetik akı

$$h_\gamma = (h\sqrt{g_{11}}, 0, 0, 0, 0)$$

şeklindedir. Kaluza-Klein evreni için metrik tensör;

$$g_{\gamma\delta} = \begin{bmatrix} -A^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -A^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -B^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca enerji momentum tensörünün matris formu aşağıdaki gibidir;

$$T_{\gamma\delta} = \begin{bmatrix} \left(p - \frac{h^2}{2}\right)A^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(p + \frac{h^2}{2}\right)A^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(p + \frac{h^2}{2}\right)A^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(p + \frac{h^2}{2}\right)B^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho + \frac{h^2}{2} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

şeklindedir. Kaluza-Klein evreni için Hubble parametresi,

$$H = \frac{1}{4} \left(\frac{3\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} \right) \quad (4.24)$$

ölçek faktörü,

$$a = (A^3 B)^{\frac{1}{4}}$$

ve uzaysal hacim,

$$V = a^4 = A^3 B \quad (4.25)$$

şeklinde elde edilir.

Denklem (3.4), (3.2) ve (4.21) kullanılarak alan denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{2\ddot{A}}{A} + \frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}^2}{A^2} = 4\pi h^2 - 4p\mu + \mu\rho - 8p\pi + \Lambda \quad (4.26)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{2\ddot{A}}{A} + \frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}^2}{A^2} = -4\pi h^2 - 4p\mu + \mu\rho - 8p\pi + \Lambda \quad (4.27)$$

$$\frac{3\dot{A}^2}{A^2} + \frac{3\ddot{A}}{A} = -4\pi h^2 - 4p\mu + \mu\rho - 8p\pi + \Lambda \quad (4.28)$$

$$\frac{3\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{3\dot{A}^2}{A^2} = 8p\rho + 3\mu\rho + 4\pi h^2 - 2p\mu + \Lambda \quad (4.29)$$

Kaluza-Klein evreni için 6 bilinmeyenli (p , Λ , h , A , B , ρ) diferansiyel denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemini çözmek için iki farklı denkleme ihtiyaç duyulur. Bu ek denklemler Bianchi VI_0 evreni için ele alınan Denklem (4.10) ve Denklem (4.11) ile aynı alınmıştır.

Denklem (4.11) kullanılırsa (Pacif vd., 2017),

$$A = \frac{c_4 e^{\frac{8}{3}\beta\sqrt{t+\alpha}}}{B^{\frac{1}{3}}} \quad (4.30)$$

elde edilir. Burada c_4 bir sabittir. Denklem (4.27), (4.28)'de Denklem (4.30) yerine yazılırsa

$$B = e^{\frac{1}{4\beta^2} \left(\frac{c_5 \left(\frac{1}{8} + \beta\sqrt{t+\alpha} \right)}{e^{8\beta\sqrt{t+\alpha}}} - (\beta^2 + \frac{c_6}{8}) + 8\beta^3\sqrt{t+\alpha} \right)} \quad (4.31)$$

elde edilir. c_5 ve c_6 birer sabittir. Denklem (4.30) ve (4.31), Denklem (4.25)'de yerine yazılırsa uzaysal hacim aşağıdaki gibi elde edilir:

$$V = c_4^3 \left(e^{\frac{8\beta\sqrt{t+\alpha}}{3}} \right)^3 \quad (4.32)$$

Şeklinde elde edilir. Denklem (4.26)-(4.29), (4.30), (4.31) ve (4.10) denklemler yardımıyla enerji yoğunluğu,

$$\rho = \frac{1}{16(4\pi + \mu)} \left(\frac{9\beta}{(\sqrt{t+\alpha})^3} - \frac{8c_5^2}{e^{16\beta\sqrt{t+\alpha}}} \right) + B_c \quad (4.33)$$

manyetik alan,

$$h^2 = 0 \quad (4.34)$$

basınç,

$$p = \frac{1}{48(4\pi + \mu)} \left(\frac{9\beta}{(\sqrt{t+\alpha})^3} - \frac{8c_5^2}{e^{16\beta\sqrt{t+\alpha}}} \right) - B_c \quad (4.35)$$

ve kozmolojik terim

$$\Lambda = \frac{1}{6(4\pi + \mu)} \left(\frac{(8\pi + 3\mu)c_5^2}{e^{16\beta\sqrt{t+\alpha}}} - \frac{9\beta(24\pi + 7\mu)}{(2\sqrt{t+\alpha})^3} \right) + \frac{6\beta^2}{t+\alpha} - (8\pi + 5\mu)B_c \quad (4.36)$$

şeklindeki kozmik zaman cinsinden elde edilmiş olur.

Elde edilen fiziksel ve kinematik niceliklerin limit durumları Tablo 2’de verilmiştir:

Tablo 2

Kaluza-Klein evreninde bazı kinematik ve fiziksel niceliklerin limitlerinin incelenmesi

Nicelik	$t \rightarrow 0$	$t \rightarrow \infty$
V	$c_4^3 e^{8\sqrt{\alpha}\beta}$	∞
ρ	$\frac{-8c_5^2}{e^{16\sqrt{\alpha}\beta} 48(4\pi+\mu)} + \frac{9\beta}{\alpha^{\frac{3}{2}} 16(4\pi+\mu)} - B_c$	B_c
p	$\frac{-8c_5^2}{e^{16\sqrt{\alpha}\beta} 48(4\pi+\mu)} + \frac{9\beta}{\alpha^{\frac{3}{2}} 48(4\pi+\mu)} - B_c$	$-B_c$
Λ	$\frac{c_5^2(8\pi+3\mu)}{6e^{16\sqrt{\alpha}\beta}(4\pi+\mu)} - \frac{9\beta(24\pi+7\mu)\alpha^{\frac{3}{2}}}{2^3 6(4\pi+\mu)}$ $+ \frac{6\beta^2}{\alpha} - B_c(8\pi+5\mu)$	$-B_c(8\pi+5\mu)$

Tablo 2 $t \rightarrow \infty$ olduğunda $p = -\rho$ olduğunu gösterir. Bu durum karanlık enerji durumu olarak da bilinir. Yani zamanla MAKM karanlık enerjiye dönüşmüş olabilmekte. Ayrıca manyetik alan $t \rightarrow \infty$ ’da 0 elde edilmiştir.

4.3. Evren Modelleri için Frenleme Parametresi ve Hubble Parametresi

Ele alınan evren modellerinde yardımcı denklem olarak kullanılan Hubble parametresi Denklem (4.11) gibi alınmıştır ve elde edilen frenleme parametresi, Denklem (4.12) şeklindedir. Bu parametrelerin limit durumları Tablo 3’de verilmiştir:

Tablo 3

Hubble parametresi ve Frenleme parametresinin limit durumları

Nicelik	$t \rightarrow 0$	$t \rightarrow \infty$
H	$\frac{\beta}{\sqrt{\alpha}}$	0
q	$\frac{1}{2\beta\sqrt{\alpha}} - 1$	-1

Denklem (4.12)’den $q(t_{tr}) = 0$ için $t_{tr} = \frac{1}{4\beta^2}(1 - 4\beta^2\alpha)$ elde edilir. Başlangıçta evren, madde ve radyasyon hakim olduğu bir zamanda yavaşlayarak genişlemekteydi. Belli bir anda hızlanarak genişlemeye başlar. Bu an faz geçişi olarak adlandırılır ve t_{tr} şeklinde ifade edilir.

Yaşadığımız evrendeki faz geçişi, büyük patlamadan sonra gerçekleştiğinden, t_{tr} değeri 0'dan büyük olur. $t_{tr} > 0$ için $\beta\sqrt{\alpha} < 0,5$ 'dir (Pacif vd., 2017). Bu tez çalışmasında, $\beta\sqrt{\alpha} < 0,5$ olduğu göz önüne alınarak günümüz evren gözlemlerinden elde edilen farklı q_0 değerleri Tablo 4'te verilmiştir:

Tablo 4
 $\alpha = 0,9$ değerlerine karşılık gelen q_0 frenleme parametresinin değerleri

β	$\beta\sqrt{\alpha}$	$q_0 = q(t_0)$	Kaynak
0,483	$0,458 < 0,5$	-0,73	Cunha (2009)
0,303	$0,362 < 0,5$	-0,658	L. Xu, Li, ve Lu (2009)
0,381	$0,288 < 0,5$	-0,57	Haridasu, Luković, Moresco, ve Vittorio (2018)
0,284	$0,269 < 0,5$	-0,54	Santos, Reis, ve Waga (2016)

Bu tablo ele alınan iki evren modeli içindir. Bu tabloda $\alpha = 0,9$ ve 4 farklı β değerine karşılık gelen q_0 değerleri verilmiştir.

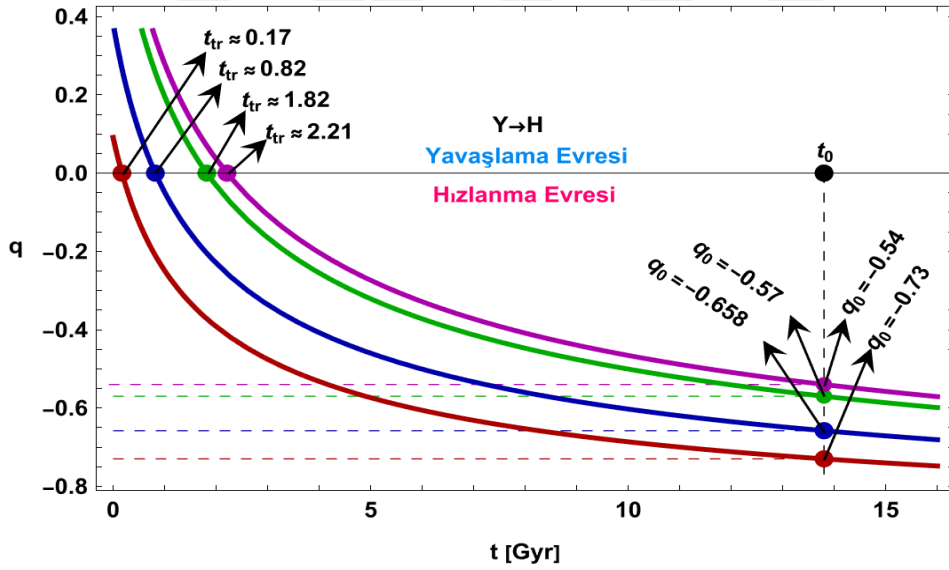
BEŞİNCİ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde 4 boyutlu homojen-anizotropik Bianchi VI_0 evreni ve 5 boyutlu homojen-anizotropik Kaluza-Klein evreni için çözümlerden elde edilen sonuçların grafikleri çizilip irdelenecektir. Ayrıca iki evren modelinin enerji koşulları incelenecektir.

5.1. Frenleme Parametresi ve Hubble Parametresi için Sonuçlar

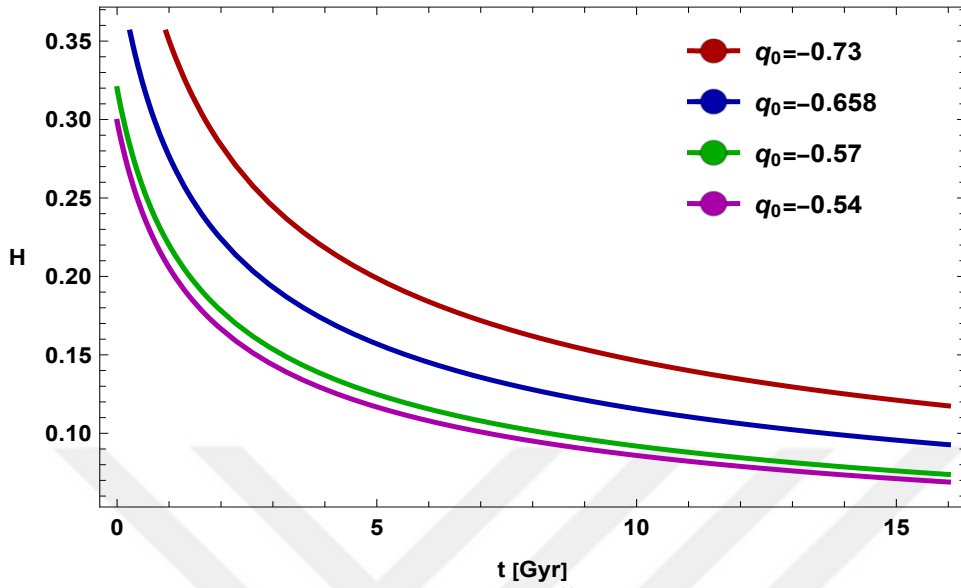
Tablo 4'teki farklı q_0 değerleri için frenleme parametresinin zamanla değişimini veren grafik aşağıda verilmiştir. Ayrıca grafik üzerinde her bir q_0 değerine karşılık gelen genişlemenin yavaşlama evresinden hızlanma evresine geçiş anları (t_{tr}) grafik üzerinde işaretlenmiştir.



Şekil 2. Frenleme parametresinin zamanla değişimi

Şekil 2'de q_0 'ın dört farklı değerine karşılık gelen t_{tr} noktalarının yaklaşık değerleri gösterilmektedir. $q_0 = -0.73$ iken evren yaklaşık 0.17 milyar yılda, $q_0 = -0.658$ iken yaklaşık 0.82 milyar yılda, $q_0 = -0.57$ iken yaklaşık 1.82 milyar yılda ve $q_0 = -0.54$ 'te ise evren yaklaşık 2.21 milyar yılda faz geçişine uğramıştır. Elde edilen her q_0 değeri günümüz evren gözlemleri ile uyumludur (Cunha, 2009; Haridasu vd., 2018; Santos vd., 2016; Xu vd., 2009). Şekil 2, günümüz gözlemlerinde kabul edildiği gibi, ele alınan evren modelleri genişlemenin yavaşlamadan hızlanmaya (Y→H) olduğunu göstermektedir. q_0 değerleri küçüldükçe daha erken Y→H evresine geçmektedir.

Tablo 4'teki farklı q_0 'lar için Hubble parametresinin zamanla değişimi Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Hubble parametresinin zamanla değişimi

Hubble parametresi, evrenin zamana göre değişiminin ölçek faktörüne göre oranını vermektedir. Ayrıca Hubble parametresi evrenin yaşı ile ters orantılıdır. Şekil 3'te de zamanla azalmakta olduğu açıkça görülmektedir.

5.2. Bianchi VI₀ Evreninde MAKM Davranışı için Sonuçlar

Bu bölümde elde edilen sonuçlara göre, A , B , C , h^2 , p , Λ ve ρ 'nun farklı q_0 değerlerine karşılık gelen grafikleri çizilip günümüz evrenine göre analiz edildi. Tablo 5'de ise denklem (3.6), (3.8), (3.10) ve (3.12)'de ifade edilen koşullar göz önünde bulundurularak evrendeki maddenin fiziksel özelliklerini sağlayıp sağlamadığı incelenmiştir.

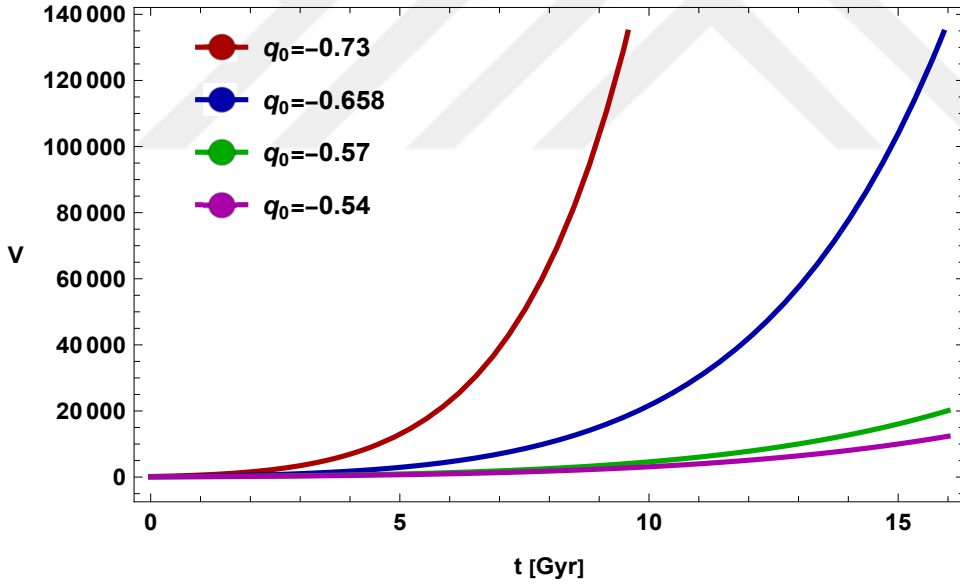
Tablo 5
Bianchi VI_0 evreninde enerji koşullarının incelenmesi

q_0	NEC	WEC	DEC	SEC
-0,73	⊕	⊕	⊕	⊗
-0,658	⊕	⊕	⊕	⊗
-0,57	⊕	⊕	⊕	⊗
-0,54	⊕	⊕	⊕	⊗

⊕ : Enerji koşulu sağlanır.

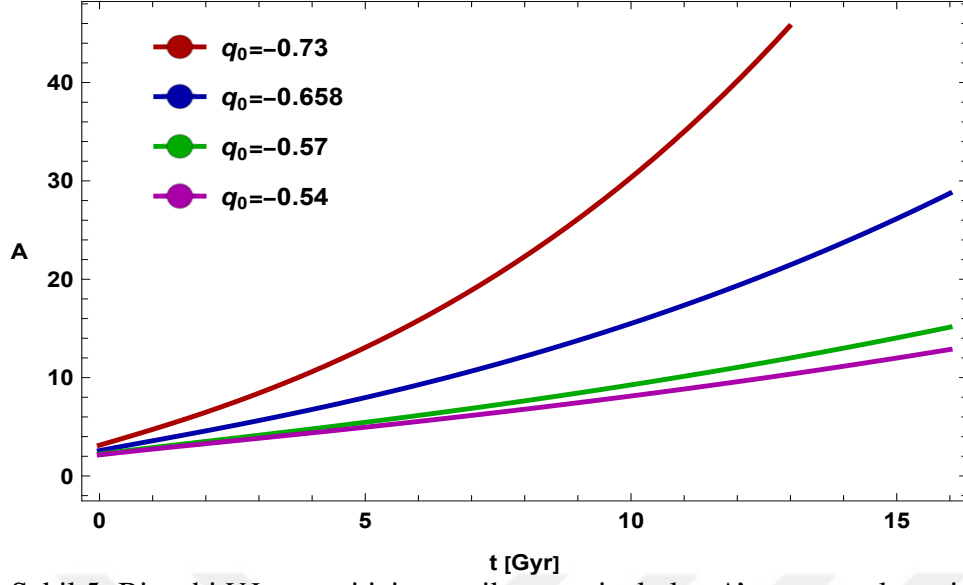
⊗ : Enerji koşulu sağlanmaz.

Bu çalışmada m , c_1 , c_2 , c_3 , α , μ , ve B_c sabitlerinin aldıkları değerler sırasıyla 0, 4, 1, 5, 2, 75, 1, 25, 0, 9, -6, 2734 ve 60 olarak alınmıştır. Ayrıca 4 farklı q_0 değerine karşılık bu sabitler ile grafikler çizilmiştir.

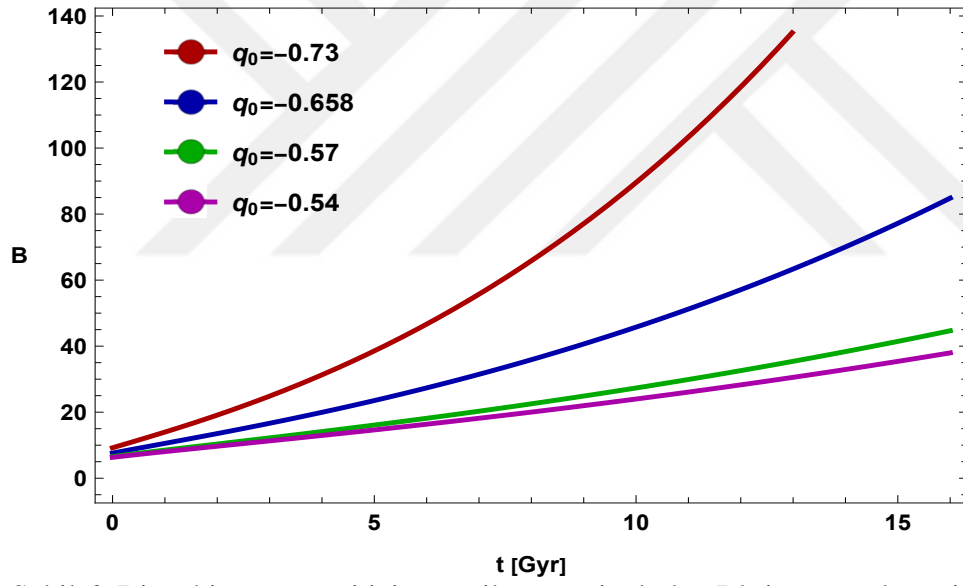


Şekil 4. Bianchi VI_0 evreni için uzaysal hacmin zamanla evrimi

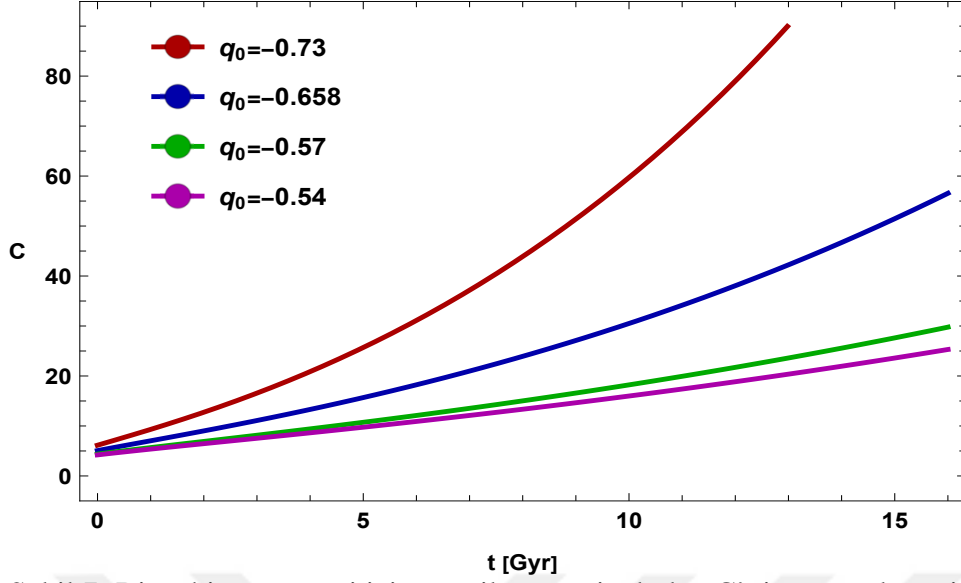
Şekil 4’de, ele aldığımız her q_0 için evren sonlu bir hacimle genişlemeye başlar. Sırasıyla en hızlı genişleme $q_0 = -0,73$, $q_0 = -0,658$, $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,54$ değerleri için gerçekleşir. Yani, $q_0 = -0,73$ ve $q_0 = -0,658$ değerleri için zamanla hacim daha hızlı büyürken, $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,54$ değerlerinin daha yavaş büyüdüğünü gösterir. Ayrıca $c_1 = 0$ veya $c_2 = 0$ için uzaysal hacim sıfırdır.



Şekil 5. Bianchi VI_0 evreni için metrik potansiyel olan A 'nın zamanla evrimi

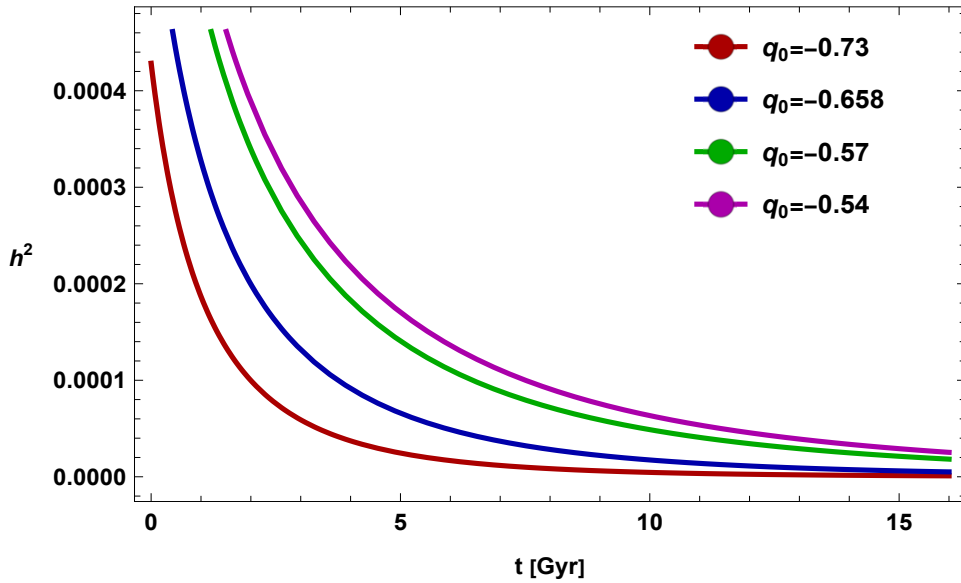


Şekil 6. Bianchi VI_0 evreni için metrik potansiyel olan B 'nin zamanla evrimi



Şekil 7. Bianchi VI_0 evreni için metrik potansiyel olan C 'nin zamanla evrimi

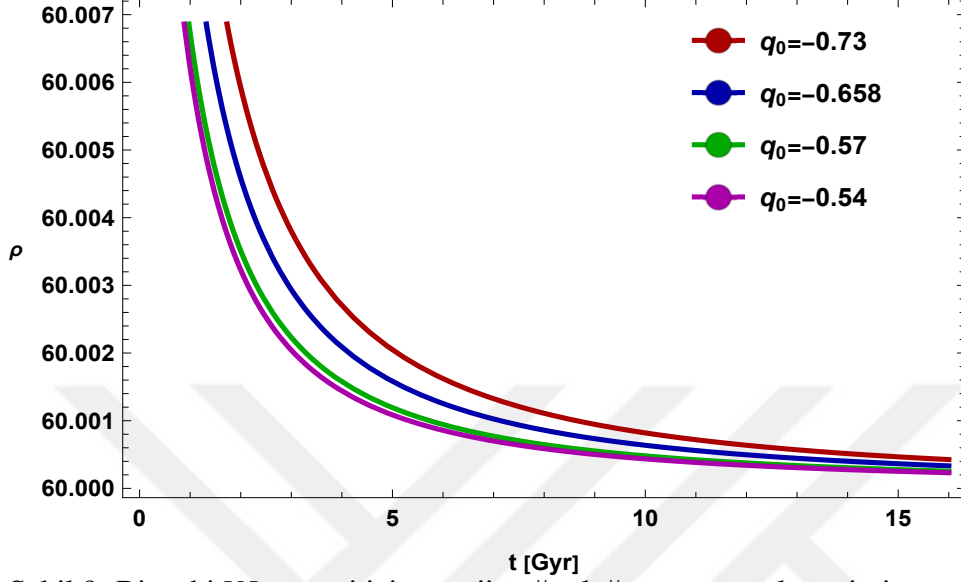
Şekil 5, Şekil 6 ve Şekil 7'nin benzerlik gösterdiği görülmektedir. Metrik potansiyellerin $q_0 = -0,73$ için aldıkları değerde zamanla daha hızlı bir artış olduğu görülmektedir. $q_0 = -0,658$ için de zamanla arttığı görülmektedir. İki değer karşılaştırılırsa $q_0 = -0,73$ için olan değerde çok daha hızlı bir artış vardır. $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,54$ değerlerinde ise yine bir artış söz konusudur. Ama zamanla daha yavaş bir artış olduğu görülmektedir.



Şekil 8. Bianchi VI_0 evreni için manyetik alanın zamanla evrimi

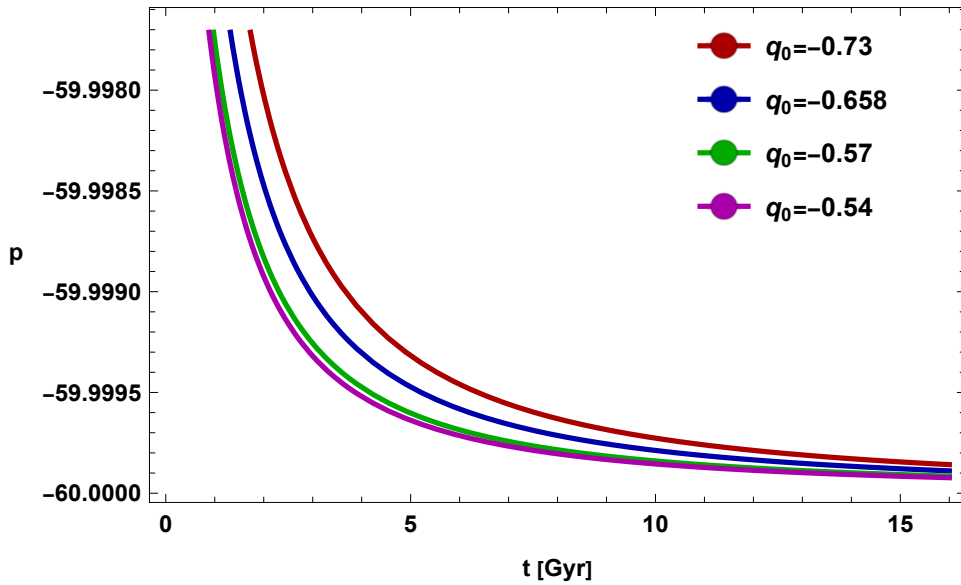
Şekil 8'de manyetik alanın başlangıçta var olduğunu ancak zamanla yok olduğu

görülmektedir. Yani manyetik alanın erken evren ve günümüz evreni ile kıyaslandığında varlığından söz edilebilir. Ayrıca $m = 0$ için manyetik alan sıfırlanır ve Bianchi VI_0 evren modeli Bianchi I evrenine dönüşür.



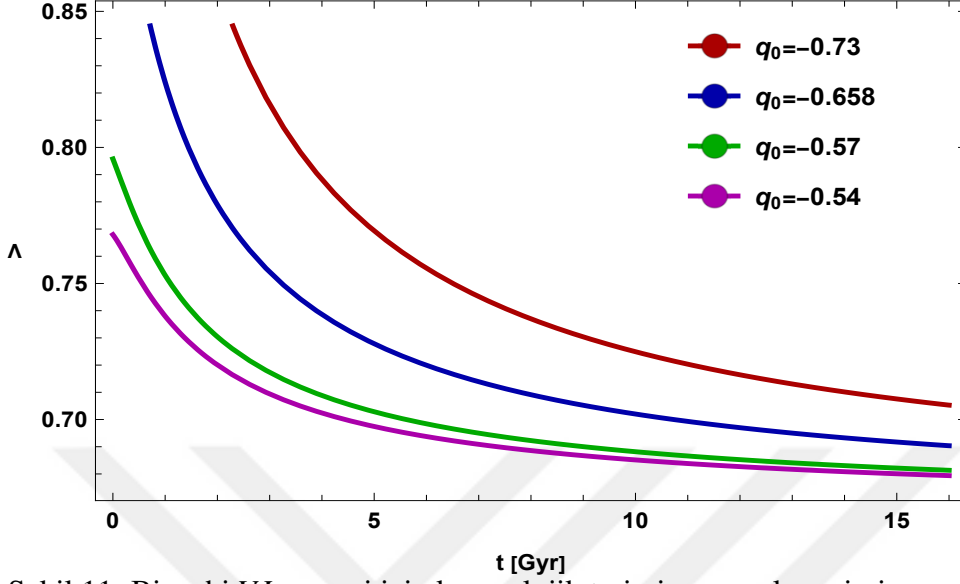
Şekil 9. Bianchi VI_0 evreni için enerji yoğunluğunun zamanla evrimi

Yoğunluk, enerjinin hacime göre oranını gösterir. Evrenin başlangıcında enerji bir noktadan daha küçük bir bölgede toplandığından yoğunluk sonsuzdur ve evren genişledikçe yoğunluk azalmaktadır. Şekil 9’de görüldüğü gibi bu fiziksel yorum ile elde ettiğimiz sonuç uyumludur.



Şekil 10. Bianchi VI_0 evreni için basıncın zamanla evrimi

Şekil 10’da basınç negatif olup zamanla azalmaktadır ve $-B_c$ ’ye yakınsamaktadır. Basınç negatif elde edildiğinden dolayı kütle itim kuvveti uygulandığı görülmektedir.



Şekil 11. Bianchi VI_0 evreni için kozmolojik terimin zamanla evrimi

Şekil 11’de kozmolojik terim incelenmiştir. Şekil 11, kozmolojik terimin pozitif olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, evrenin hızlanan genişlemesine katkıda bulunur. $q_0 = -0,54$ için daha hızlı azalırken sırasıyla $q_0 = -0,57$, $q_0 = -0,658$ ve $q_0 = -0,73$ değerleri için daha geç azalmaktadır. Aslında q_0 ’ın değeri arttıkça yavaşlama hızı artmıştır.

5.3. Kaluza-Klein Evreninde MAKM Davranışı için Sonuçlar

Denklem (4.34)’de $h^2 = 0$ olarak elde edildi. Dolayısıyla Kaluza-Klein evreninin manyetik alanların oluşumuna izin vermediği söylenebilir.

A , B , p , Λ , ρ ve q ’nun günümüz evren gözlemleri ile uyumlu olan farklı q_0 değerlerine karşılık elde edilen çözümlerle grafikler çizilip günümüz evrenin için yorumlanmaktadır.

Tablo 2’de enerji koşulları incelenmiştir. Denklem (3.5), (3.7), (3.9) ve (3.11) kullanılarak ve $h^2 = 0$ olduğu göz önünde bulundurularak 5 boyutlu Kaluza-Klein evreni için enerji koşulları aşağıda incelenmiştir. NEC,

$$\rho + p \geq 0 \quad (5.1)$$

WEC,

$$\begin{aligned} (i) \quad & \rho \geq 0 \\ (ii) \quad & \rho + p \geq 0 \end{aligned} \tag{5.2}$$

SEC,

$$\begin{aligned} (i) \quad & \rho + 4p \geq 0 \\ (ii) \quad & \rho + p \geq 0 \end{aligned} \tag{5.3}$$

ve DEC,

$$\begin{aligned} (i) \quad & (p + \rho)(p - \rho) \leq 0 \\ (ii) \quad & \rho + p \geq 0 \end{aligned} \tag{5.4}$$

şeklinde elde edilir. Denklem (5.1), (5.2), (5.3) ve (5.4)'te elde edilen koşullar göz önünde bulundurularak evrendeki madde özelliklerini sağlayıp sağlamadığı incelenmiştir.

Tablo 6
Kaluza-Klein evreninde enerji koşullarının incelenmesi

q_0	NEC	WEC	DEC	SEC
-0,73	\oplus	\oplus	\oplus	\otimes
-0,658	$\oplus, (t \geq 0,204)$	$\oplus, (t \geq 0,204)$	$\oplus, (t \geq 0,204)$	\otimes
-0,57	$\oplus, (t \geq 1,809)$	$\oplus, (t \geq 1,809)$	$\oplus, (t \geq 1,809)$	\otimes
-0,54	$\oplus, (t \geq 2,539)$	$\oplus, (t \geq 2,539)$	$\oplus, (t \geq 2,539)$	\otimes

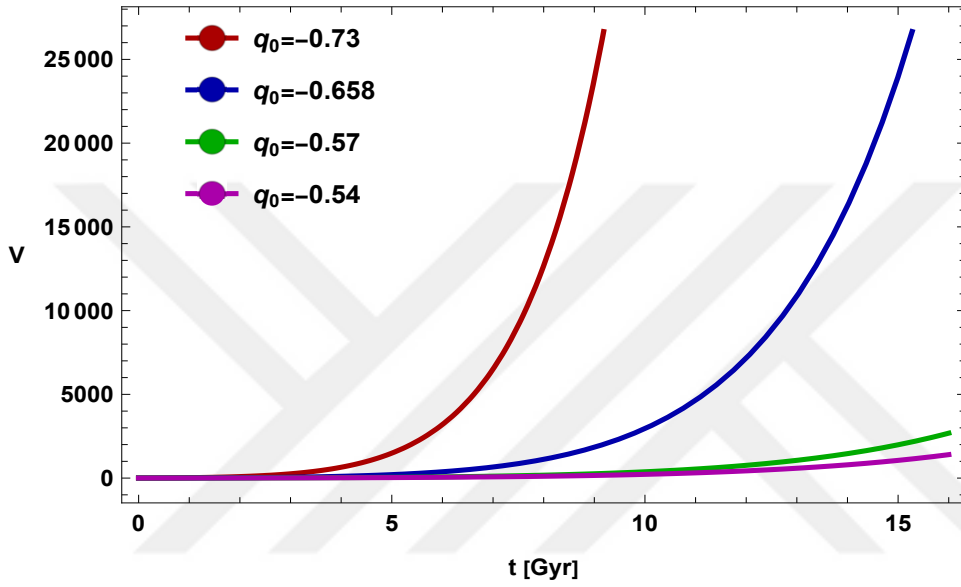
\oplus : Enerji koşulu sağlanır.

\otimes : Enerji koşulu sağlanmaz.

Tablo 6'da incelenen enerji koşullarında SEC'in hiç bir zaman aralığında sağlanmadığı görülmektedir. $q_0 = -0,73$ değerlerinde ise SEC harici diğer koşullar olan NEC, WEC ve DEC için sağlanmıştır. $q_0 = -0,658$ için olan durumda $t \geq 0,204$ anında

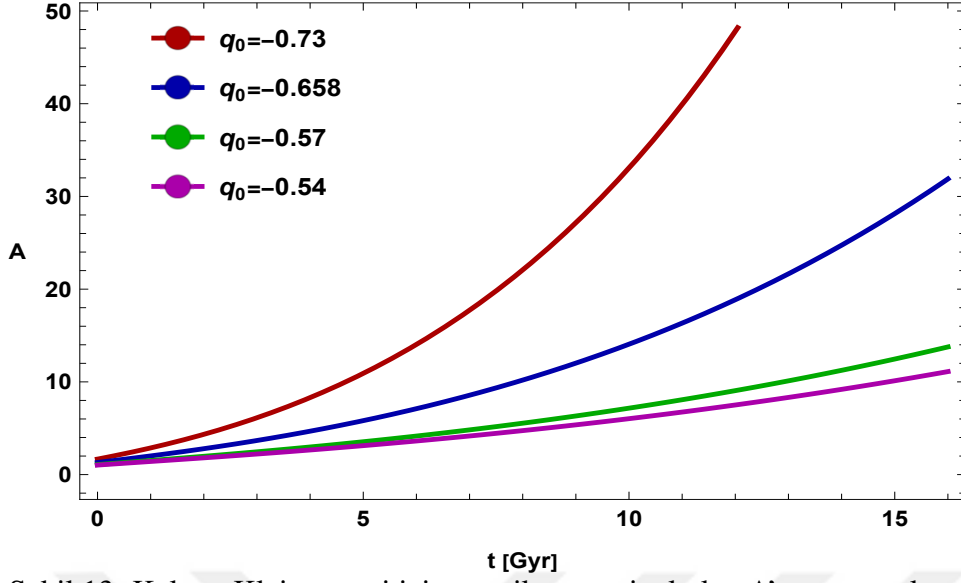
NEC, WEC ve DEC için sağlanmaktadır. $q_0 = -0,57$ için olan durumda $t \geq 1,809$ anında da NEC, WEC ve DEC için sağlanmaktadır. $q_0 = -0,54$ için olan durumda ise $t \geq 1.809$ diğer durumlarda olduğu gibi NEC, WEC ve DEC için sağlanmaktadır.

Bu çalışmada $c_1, c_2, c_3, \alpha, \mu,$ ve B_c sabitlerinin aldıkları değerler sırasıyla 0, 5, -15, -3, 0, 9, -5, 02655 ve 60 olarak alınmıştır. Ayrıca 4 farklı q_0 değerine karşılık bu sabitler ile grafikler çizilmiştir.



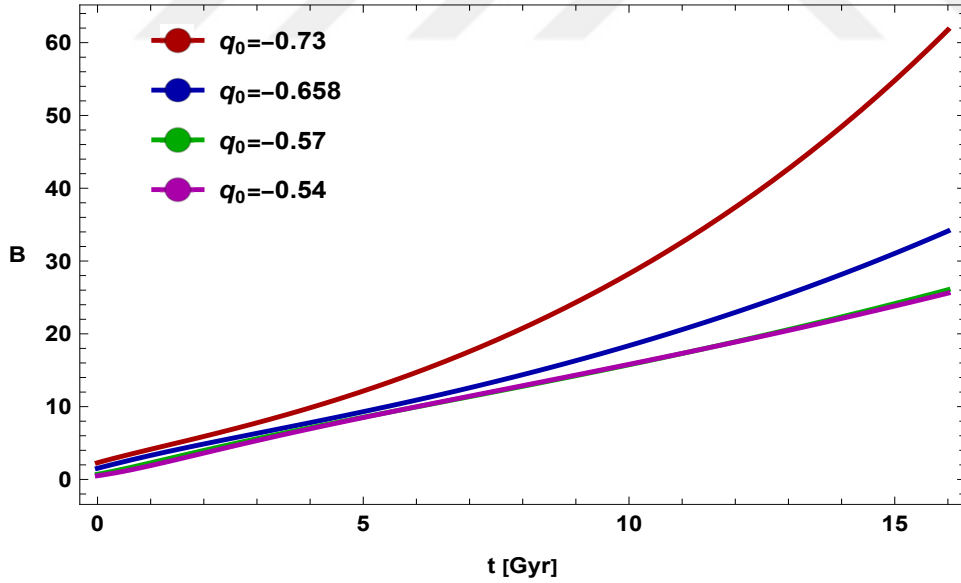
Şekil 12. Kaluza-Klein evreni için uzaysal hacmin zamanla evrimi

Şekil 12'de, ele aldığımız her q_0 için evren sonlu bir hacimle genişlemeye başlar. $q_0 = -0,73$ ve $q_0 = -0,658$ değerleri için uzaysal hacim zamanla daha hızlı genişlerken, $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,54$ değerlerinin daha yavaş genişlediğini gösterir. Ayrıca $c_1 = 0$ için evren sıfır hacimli olur.



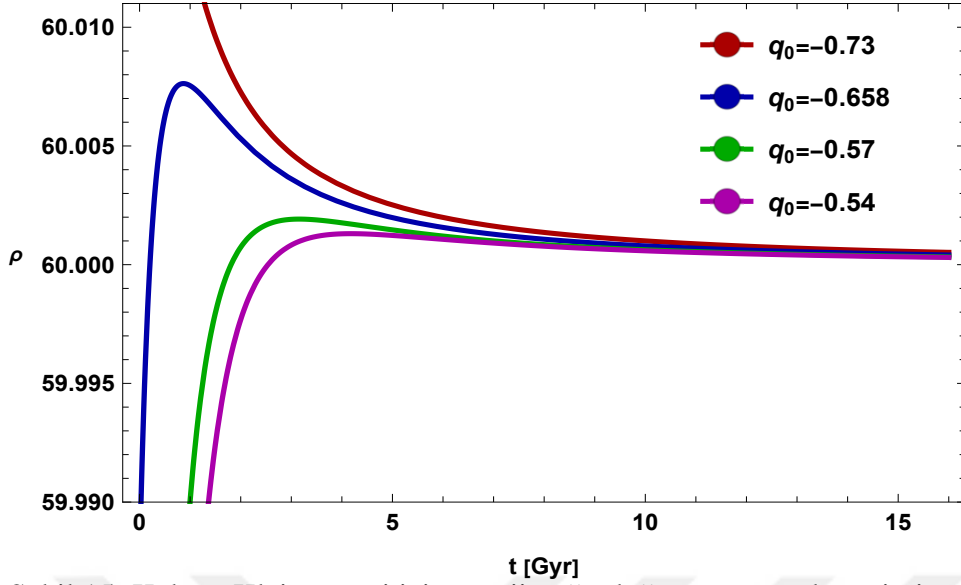
Şekil 13. Kaluza-Klein evreni için metrik potansiyel olan A 'nın zamanla evrimi

Şekil 13'de metrik potansiyel A 'nın zamanla arttığı görülmektedir. Sırasıyla $q_0 = -0,73$ ve $q_0 = -0,658$ değerlerinde çok daha hızlı artarken, $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,54$ değerlerinde ise çok daha yavaş bir artış olduğu görülmektedir.



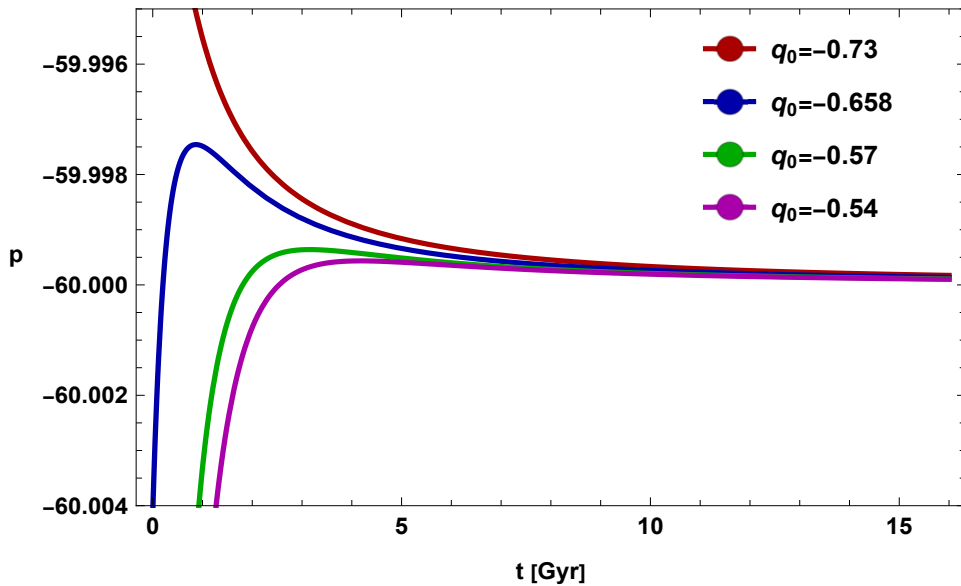
Şekil 14. Kaluza-Klein evreni için metrik potansiyel olan B 'nin zamanla evrimi

Şekil 14'de metrik potansiyel B 'nin zamanla arttığı görülmektedir. $q_0 = -0,73$ için çok daha hızlı artarken $q_0 = -0,658$, $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,54$ çok daha yavaş artmaktadır. Özellikle $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,54$ değerlerinde çok küçük bir artış görülmektedir.



Şekil 15. Kaluza-Klein evreni için enerji yoğunluğunun zamanla evrimi

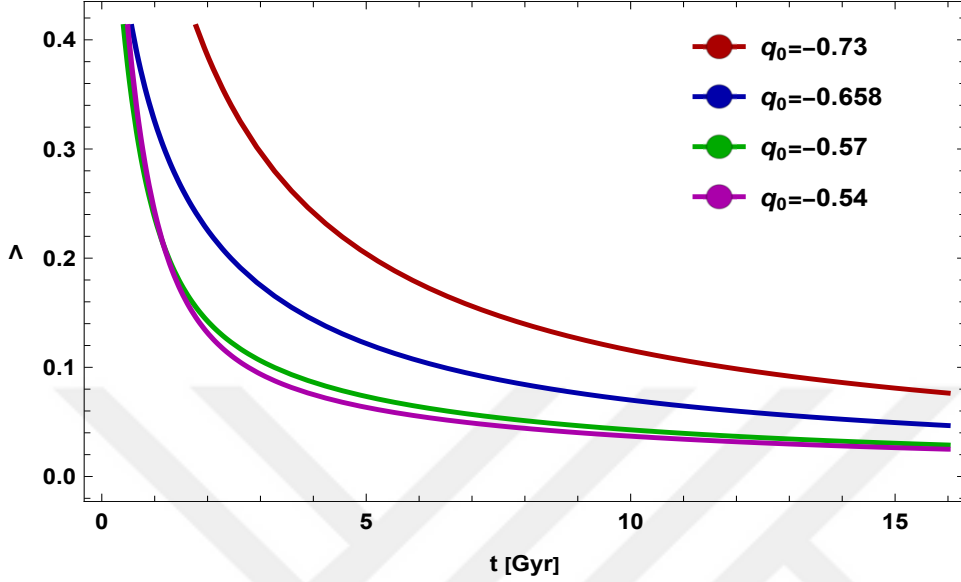
Şekil 15'te enerji yoğunluğunun pozitif olduğu görülmektedir. $q_0 = -0,54$, $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,658$ değerleri için sırasıyla 0,8677 milyar yıl, 3,1561 milyar yıl ve 4,1788 milyar yıl anlarına kadar hızlı bir şekilde artarken o anlardan sonra B_c 'ye yakınsamaktadır. $q_0 = -0,73$ değerinde de zamanla B_c sabitine yakınsamaktadır.



Şekil 16. Kaluza-Klein evreni için basıncın zamanla evrimi

Şekil 16'da basıncın negatif olduğu görülmektedir. Bu da itim kuvveti olduğunu göstermektedir. $q_0 = -0,54$, $q_0 = -0,57$ ve $q_0 = -0,658$ değerleri için sırasıyla 0,8677 milyar yıl, 3,1561 milyar yıl ve 4,1788 milyar yıl anlarına kadar hızlı bir şekilde artarken o

anlardan sonra $-B_c$ 'ye yakınsamaktadır. $q_0 = -0,73$ değerinde de basınç zamanla $-B_c$ sabitine yakınsamaktadır. Bu değerler Şekil 15 için yapılan yorum ile orantılı olduğu görülmektedir. Yalnızca ρ, B_c ' ye yakınsarken $p, -B_c$ 'ye yakınsamaktadır.



Şekil 17. Kaluza-Klein evreni için kozmolojik terimin zamanla evrimi

Şekil 17, kozmolojik terim başlangıçta küçük bir değer olup zamanla azaldığı görülmektedir. $q_0 = -0.57$ ve $q_0 = -0.54$ için alınan değerlerde kozmolojik terimin zamanla azalışı birbirine oldukça yakın olduğu görünür.

KAYNAKLAR

- Aktaş, C. (2019). “Massive and massless scalar field models for Kaluza-Klein universe in $f(R, T)$ gravity”. *Modern Physics Letters A*, 34(11), 1950066. doi: 10.1142/S0217732319500664
- Aktaş, C., Aygün, S., ve Sahoo, P. K. (2018). “Relationship between magnetic field and anisotropy parameter in gravitation theories”. *Modern Physics Letters A*, 33(24), 1850135. doi: 10.1142/S0217732318501353
- Alfvén, H. (1942). “Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves”. *nature*, 150(3805), 405-406.
- Aubin, C., Bernard, C., Davies, C., DeTar, C., Gottlieb, S., Gray, A., ... Wingate, M. (2004). “Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant”. *Physical Review D*, 70(031504).
- Barrow, J. D., Maartens, R., ve Tsagas, C. G. (2007). “Cosmology with inhomogeneous magnetic fields”. *Physics Reports*, 449(6), 131-171.
- Beck, R. (2016). “Erratum: Erratum to: Magnetic fields in spiral galaxies”. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 24, 7.
- Bharali, J., ve Das, K. (2021). Modified Renyi Holographic Dark Energy (MRHDE) in $f(R, T)$ Theory of Gravity. *Astrophysics*, 64(4), 512-528.
- Bhardwaj, V. K., ve Pradhan, A. (2022). “Evaluation of cosmological models in $f(R, T)$ gravity in different dark energy scenario”. *New Astronomy*, 91, 101675. doi: 10.1016/j.newast.2021.101675
- Biermann, L., ve Schlüter, A. (1951). “Cosmic Radiation and Cosmic Magnetic Fields. II. Origin of Cosmic Magnetic Fields”. *Physical Review*, 82(6), 863-868.
- Brans, C., ve Dicke, R. H. (1961). “Mach’s Principle and a Relativistic Theory of Gravitation”. *Physical Review*, 124(3).
- Buchdahl, H. A. (1970). “Non-linear Lagrangians and cosmological theory“. *Monthly Notices of the Royal Ast. Society*, 150, 1.
- Chakraborty, S., ve Nandy, G. C. (1992). “Viscous Fluid in a Five-dimensional Cosmological Model”. *The Astrophysical Journal*, 401, 437.
- Chandrasekhar, S., ve Fermi, E. (1953). “Magnetic Fields in Spiral Arms”. *The Astrophysical Journal*, 118, 113.
- Cunha, J. V. (2009). “Kinematic constraints to the transition redshift from supernovae type Ia union data”. *Physical Review D*, 79(4), 047301.

- de Gouveia Dal Pino, E. M. (2006). Cosmic Magnetic Fields. J. J. E. Herrera-Velázquez (Ed.), (Cilt. 875, s. 289-295) içinde. doi: 10.1063/1.2405951
- Einstein, A. (1917). “Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie”. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften*, 142-152.
- Faraoni, V. (2004). “*Cosmology in Scalar-Tensor Gravity*”. Springer.
- Friedmann, A. (1922). “Über die Krümmung des Raumes”. *Zeitschrift für Physik*, 10, 377-386. doi: 10.1007/BF01332580
- Friedmann, A. (1924). “Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes”. *Zeitschrift für Physik*, 21, 326–332.
- Gonçalves, T. B., Rosa, J. L., ve Lobo, F. S. N. (2022). “Cosmological sudden singularities in $f(R, T)$ gravity”. *European Physical Journal C*, 82(5), 418. doi: 10.1140/epjc/s10052-022-10371-4
- Gron, O. (1988). “Inflationary cosmology according to Wesson’s gravitational theory”. *Astronomy and Astrophysics*, 193(1-2), 1-4.
- Haridasu, B. S., Luković, V. V., Moresco, M., ve Vittorio, N. (2018). “An improved model-independent assessment of the late-time cosmic expansion”. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(10), 015.
- Harko, T., Lobo, F. S. N., Nojiri, S., ve Odintsov, S. D. (2011). “ $f(R, T)$ gravity”. *Physical Review D*, 84(2), 024020.
- Hawking, S. W., ve Ellis, G. F. R. (1975). “*The large scale structure of space-time*”. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hegazy, E. A., ve Rahaman, F. (2019). “Bianchi type $\{VI\}_0$ cosmological model in self-creation theory in general relativity and Lyra geometry”. *Indian Journal of Physics*, 93(12), 1643-1650.
- Hubble, E. P. (1929a). “A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae”. *Contributions from the Mount Wilson Observatory*, 3, 23-28.
- Hubble, E. P. (1929b). “A spiral nebula as a stellar system, Messier 31”. *Astrophysical Journal*, 69, 103-158. doi: 10.1086/143167
- Hubble, E. P., ve Humason, M. L. (1931). “No. 427. The velocity-distance relation among extra-galactic nebulae”. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 427, 1-38.
- Jokweni, S., Singh, V., ve Beesham, A. (2021). LRS Bianchi I Model with Bulk Viscosity in $f(R, T)$ Gravity. *Gravitation and Cosmology*, 27(2), 169-177.
- Kalkan, S., ve Aktaş, C. (2021). Bianchi VI_0 Universe with Magnetized Strange Quark

- Matter in $f(R, T)$ Theory. *Journal of New Theory*, 37, 76-85.
- Kapusta, J. I. (1993). “Finite-temperature field theory”.
- Kömürcü, C., ve Aktaş, C. (2020). Investigation of the magnetized string distribution in the Marder universe with the cosmological term in $f(R, T)$ theory. *Modern Physics Letters A*, 35(32), 2050263.
- Lambat, P., ve Pund, A. (2022). “Bianchi Type- $\{VI\}_0$ Inflationary Model in Lyra Geometry”. *Journal of Scientific Research*, 14(2), 435-442.
- Lemaître, G. (1927). “Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques”. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, 47, 49-59.
- Li, B., Barrow, J. D., ve Mota, D. F. (2007). “Cosmology of Modified Gauss-Bonnet Gravity”. *Phy. Review D*, 76(4).
- López Fune, E. (2019). “Magnetized strange quark matter under stellar equilibrium and finite temperature”. *arXiv e-prints*, arXiv:1902.02717.
- Lyra, G. (1951). “Über Eine Modifikation der Riemannschen Geometrie”. *Mathematische Zeitschrift*, 54(1).
- Mao, S. A., Carilli, C., Gaensler, B. M., Wucknitz, O., Keeton, C., Basu, A., ... Zweibel, E. (2017). “Detection of microgauss coherent magnetic fields in a galaxy five billion years ago”. *Nature Astronomy*, 1, 621-626.
- Mishra, A. K., Sharma, U. K., ve Pradhan, A. (2019). “A comparative study of Kaluza-Klein model with magnetic field in Lyra manifold and general relativity”. *New Astronomy*, 70, 27-35.
- Misner, C. W., Thorne, K. S., ve Wheeler, J. A. (1973). “*Gravitation*”. San Francisco: W.H. Freeman.
- Nagpal, R., Singh, J. K., ve Aygün, S. (2018). “FLRW cosmological models with quark and strange quark matters in $f(R, T)$ gravity. *Astrophysics and Space Science*”, 363(6), 114. doi: 10.1007/s10509-018-3335-9
- Naidu, R. L., Aditya, Y., Deniel Raju, K., Vinutha, T., ve Reddy, D. R. K. (2021). “Kaluza-Klein FRW dark energy models in Saez-Ballester theory of gravitation”. *New Astronomy*, 85, 101564.
- Özdemir, O., ve Aktaş, C. (2020). “Anisotropic universe models with magnetized strange quark matter in $f(R)$ gravity theory”. *Modern Physics Letters A*, 35(14), 2050111-1258. doi: 10.1142/S0217732320501114
- Özkurt, Ş., ve Aygün, S. (2017). “Energy distributions of Bianchi type- VI_h Universe in

- general relativity and teleparallel gravity”. *Pramana*, 88(4), 66.
- Pacif, S. K. J., Myrzakulov, K., ve Myrzakulov, R. (2017). “Cosmological parametrizations and their scalar field descendents”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 14(7), 1750111.
- Parker, E. N. (1969). “Amplification of Weak Magnetic Fields in Turbulent Flow”. *The Astrophysical Journal*, 157, 1119.
- Pawar, D. D., Bhuttampalle, G. G., ve Agrawal, P. K. (2018). “Kaluza-Klein string cosmological model in $f(R, T)$ theory of gravity”. *New Astronomy*, 65, 1-6.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R. A., Nugent, P., Castro, P. G., ... Project, T. S. C. (1999). “Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae”. *Astrophys.J.*, 517(2), 565-586.
- Pretel, J. M. Z., Tangphati, T., Banerjee, A., ve Pradhan, A. (2022). Charged quark stars in $f(R, T)$ gravity. *arXiv e-prints*, arXiv:2207.12947.
- Rej, P., ve Bhar, P. (2021). “Charged strange star in $f(R, T)$ gravity with linear equation of state”. *Astrophysics and Space Science*, 366(4), 35. doi: 10.1007/s10509-021-03943-5
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., ... Tonry, J. (1998). “Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant”. *Astron. J.*, 116(3), 1009-1038.
- Sahoo, P. K., Mandal, S., ve Arora, S. (2021). “Energy conditions in non minimally coupled $f(R, T)$ gravity”. *Astronomische Nachrichten*, 342(1-2), 89-95.
- Sahoo, P. K., Sahoo, P., Bishi, B. K., ve Aygün, S. (2018). “Magnetized strange quark matter in $f(R, T)$ gravity with bilinear and special form of time varying deceleration parameter”. *New Astronomy*, 60, 80-87.
- Santos, M. V. d., Reis, R., ve Waga, I. (2016). “Constraining the cosmic deceleration-acceleration transition with type Ia supernova, BAO/CMB and $H(z)$ data”. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2016(2), 66.
- Sharan, P. (2004). “*Spacetime, geometry and gravitation*”. Benjamin Cummings.
- Singh, J., Singh, A., Goswami, G. K., ve Jena, J. (2022). “Dynamics of a parametrized dark energy model in $f(R, T)$ gravity”. *arXiv e-prints*.
- Singh, V., ve Beesham, A. (2021). “LRS Bianchi I model with strange quark matter and $\Lambda(t)$ in $f(R, T)$ gravity”. *New Astronomy*, 89, 101634.
- Sotani, H., Kohri, K., ve Harada, T. (2004). “Restricting quark matter models by gravitational wave observation”. *Physical Review D*, 084008.

- Surendra Singh, S., Manihar Singh, K., ve Kumrah, L. (2021). “Kaluza-Klein Universe interacting with wet dark fluid in $f(R,T)$ gravity”. *International Journal of Modern Physics A*, 36(7), 2150043. doi: 10.1142/S0217751X21500433
- Tangphati, T., Hansraj, S., Banerjee, A., ve Pradhan, A. (2022). “Quark stars in $f(R, T)$ gravity with an interacting quark equation of state”. *Physics of the Dark Universe*, 35, 100990. doi: 10.1016/j.dark.2022.100990
- Tiwari, R. K., Sofuoglu, D., Mishra, S. K., ve Beesham, A. (2022). “Anisotropic Model with Constant Jerk Parameter in $f(R,T)$ Gravity”. *Gravitation and Cosmology*, 28(2), 196-203. doi: 10.1134/S0202289322020141
- Tiwari, R. K., Sofuoğlu, D., ve Beesham, A. (2021). FRW universe in $f(R,T)$ gravity. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 18(7), 2150104.
- Tsagas, C. G., ve Barrow, J. D. (1997). “A gauge-invariant analysis of magnetic fields in general-relativistic cosmology”. *Classical and Quantum Gravity*, 14(9), 2539-2562.
- Vinutha, T., ve Kavya, K. (2022). “The Study of Bianchi Type-III, V, and VI₀ Models in Modified Theory”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 19(03).
- Xu, L., Li, W., ve Lu, J. (2009). “Constraints on kinematic model from recent cosmic observations: SN Ia, BAO and observational Hubble data”. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2009(7), 031.
- Xu, R.-X. (2005). “Astrophysical Quark Matter”. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics Supplement*, 5, 353-358.