

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
DOKTORA TEZİ

KOZMİK NÖTRİNO KAYNAKLI BİANCHİ TİPİ
BAZI UZAY ZAMANLAR VE ÖZELLİKLERİ

Neriman VARLIKLI

Fizik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: **27/09/2013**

Tez Danışmanı:

Prof.Dr. İsmail TARHAN

Eş Danışman:

Prof.Dr. Hüsnü BAYSAL

ÇANAKKALE

DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

NERİMAN VARLIKLI tarafından PROF. DR. İSMAİL TARHAN ve PROF. DR. HÜSNÜ BAYSAL yönetiminde hazırlanan “KOZMİK NÖTRİNO KAYNAKLI BIANCHI TİPİ BAZI UZAY ZAMANLAR VE ÖZELLİKLERİ” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. İsmail TARHAN

Danışman

Prof. Dr. İhsan YILMAZ

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Can BATTAL KILINÇ

Jüri Üyesi

Doç. Dr. Emine Dilara AYDIN

Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU

Jüri Üyesi

Sıra No :

Tez Savunma Tarihi: 27/09/2013

Doç. Dr. Zeki KARACA

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

Hazırlanan bu Doktora tezi ÇOMÜ BAP tarafından 2009/40 no’lu projeden desteklenmiştir.

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Neriman VARLIKLI

TEŞEKKÜR

Doktora öğreniminin her aşamasında ve bu tezin hazırlanmasında yardımlarını esirgemeyen, değerli önerilerini, bilgilerini ve tecrübelerini paylaşan kıymetli tez hocam Prof. Dr. İsmail TARHAN'a, bilgisayar programlarının hazırlanmasında, analizlerinin yapılmasında ve sonuçlarının irdelenmesinde yardımcı olan sayın hocalarım Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL'a, Prof. Dr. İhsan YILMAZ'a, ve Yrd. Doç. Dr. Melis ULU DOĞRU'ya, tezin yazılmasında değerli öneri ve yorumlarıyla katkıda bulunan sayın hocalarım Prof. Dr. Can BATTAL KILINÇ'a ve Doç. Dr. Emine Dilara AYDIN'a tüm samimiyetimle teşekkür ederim.

Neriman VARLIKLİ

SİMGELER VE KISALTMALAR

Signatür	+ 2 (+, +, +, -)
i, j, k, ℓ, m, \dots	Latin İndisleri: 1, 2, 3, 4... Değerleri
“ , ”	Kısmi (parçalı) Türev
“ ; ”	Kovaryant Türev
“ • ”	Zamana Göre Türev
u^i	Kozmik Madde Dağılımının 4-lü Hız Vektörü
l^i	Kozmik Nötrino Dağılımının 4-lü Null Vektörü
x^i	Kozmik Sicim Dağılımının 4-lü Uzaysal Vektörü
H	Hubble Parametresi
M_p	Planck Kütleli ($M_p = 1,2209 \cdot 10^9 \text{ GeV}/c^2$)
μs	Mikrosaniye (10^{-6} s)

ÖZET

KOZMİK NÖTRİNO KAYNAKLI BIANCHİ TİPİ BAZI UZAY ZAMANLAR VE ÖZELLİKLERİ

Neriman VARLIKLİ

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı Doktora Tezi

Danışman: Prof.Dr. İsmail TARHAN

Eş Danışman: Prof.Dr. Hüsnü BAYSAL

27/09/2013, 78

Bu çalışmada öncelikle; nötrinolar ve kozmoloji açısından önemi, Einstein alan denklemleri, enerji-momentum tensörü ve türleri özetlendi.

Daha sonra, evrenin evriminde birçok dönemde etkin rol oynadığına inanılan kozmik nötrinolar başta olmak üzere, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akısı ve kozmik sicim içeren bazı kozmolojik modeller oluşturuldu. Modellerin çözümlerinin araştırılması ve elde edilen çözümlerin fiziksel, kinematik ve matematiksel özelliklerinin tartışılması hedeflendi. Bu amaçla; sırasıyla kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akısı, kozmik sicim içeren ve homojen fakat anizotrop bir uzay zamanı temsil eden bazı Bianchi tipi uzay zamanlar için Einstein alan denklemleri elde edildi ve çözümleri araştırıldı.

Elde edilen çözümlerin fiziksel özellikleri incelendi ve sonuçları irdelenerek evrenin evrimini ve bu evrim sırasında ortaya çıkan kozmolojik olayları açıklamadaki rolleri güncel bilimsel bilgiler çerçevesinde tartışıldı.

Anahtar Sözcükler: Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütleli Skaler Alan, Isı Akısı, Kozmik Sicim, Bianchi Tipi Uzay-Zamanlar, Klein-Gordon Denklemi.

ABSTRACT

SOME BIANCHI TYPE SPACE-TIMES WITH COSMIC NEUTRINO SOURCES AND THEIR PROPERTIES

Neriman VARLIKLI

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Doctoral Thesis in Department of Physics

Advisor: Prof. Dr. İsmail TARHAN

Co-advisor: Prof. Dr. Hüsnü BAYSAL

27/09/2013, 78

In this study; neutrinos and significance of them for cosmology, Einstein field equations, energy-momentum tensor and types of it are primarily summarized.

Then, some cosmological models containing neutrinos, which are believed to be played a effective role in various periods of universe particularly, ideal fluid, massless scalar field, heat flow and cosmic string were established. Both investigation of solutions related to models and discussion of physical, kinematical and mathematical properties of obtained solutions were aimed. For this purpose; Einstein field equations were obtained for some Bianchi type space-times representing homogeneous, anisotropic space-time and containing cosmic neutrinos, ideal fluid, massless scalar field, heat flow and cosmic string respectively and solutions of these equations were explored.

Physical properties of obtained solutions were analyzed and their roles for explaining evolution of universe and cosmological events occurred during this evolution were discussed in the framework of the latest scientific information examining these solutions.

Keywords: Cosmic Neutrino, Perfect Fluid, Massless Scalar Field, Heat Flow, Cosmic String, Bianchi Type Space-Times, Klein-Gordon Equation.

İÇERİK	Sayfa
DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	v
ÖZET	vi
ABSTRACT	vii
BÖLÜM 1 – GİRİŞ	1
1.2. Evrenin Termal Evrimi.....	3
1.2.1. Planck çağı.....	3
1.2.2. Büyük birleşme çağı.....	3
1.2.3 Ani genişleme çağı.....	4
1.2.4. Elektrozayıf çağ.....	4
1.2.5. Kuark çağı.....	4
1.2.6. Hadron çağı.....	5
1.2.7. Lepton çağı.....	5
1.2.8. Nükleer çağ.....	6
1.3. Nötrino Ayrışımı.....	7
BÖLÜM 2 – ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	9
BÖLÜM 3- MATERYAL ve YÖNTEM.....'	12
3.1. Einstein Alan Denklemleri ve Bazı Enerji Momentum Tensörleri.....	12

BÖLÜM 4 – ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....	17
4.1. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlelessiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi I Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri..	17
4.1.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelessiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi I uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum.....	21
4.1.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelessiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi I uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum.....	23
4.2. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlelessiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi II Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri.....	24
4.2.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelessiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi II uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum.....	25
4.2.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelessiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi II uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum.....	27
4.3. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlelessiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi III Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri.....	29
4.3.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelessiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi III uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum.....	30
4.3.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelessiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi III uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum.....	33
4.4. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlelessiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi V Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri.....	35
4.4.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelessiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi V uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum	36

4.4.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütle-siz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi V uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum.....	38
4.5. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütle-siz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi VI ₀ Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri.....	39
4.5.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütle-siz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi VI ₀ uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum.....	40
4.5.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütle-siz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi VI ₀ uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum.....	42
4.6. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kozmik Sicim İçeren Bianchi V Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri.....	44
4.6.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kozmik sicim içeren Bianchi V uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum.....	45
4.6.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kozmik sicim içeren Bianchi V uzay Zamanının Üstel Genişlemeye Sahip Olduğu Durum.....	46
4.7. Bianchi I-II-II-V-VI ₀ Uzay Zamanlarının Kinematik Nicelikleri.....	48
4.7.1. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip Bianchi I-II-II-V-VI ₀ uzay zamanlarının kinematik nicelikleri.....	48
4.7.2. Üstel tip genişlemeye sahip Bianchi I-II-II-V-VI ₀ uzay zamanlarının kinematik nicelikleri.....	50
BÖLÜM 5 – SONUÇ VE ÖNERİLER	53
5.1. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütle-siz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi I-II-III-V-VI ₀ Uzay Zamanlarının Kuvvet Yasası Şeklinde Genişlemeye Sahip Olduğu Durum Yorum ve Sonuçları.....	55

5.1.1 Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütlelesiz skaler alan ve ısı akılı kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip çözümlerde bazı özel durumlar.....	64
5.2. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlelesiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi I-II-III-V-VI ₀ Uzay Zamanlarının Üstel Genişlemeye Sahip Olduğu Durum Yorum ve Sonuçları.....	64
5.3. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kozmik Sicim İçeren Kuvvet Yasası Tip Genişlemeye Sahip Modellerin Sonuç ve Yorumları.....	66
5.4. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kozmik Sicim İçeren Üstel Genişlemeye Sahip Modellerin Sonuç ve Yorumları.....	69
KAYNAKLAR.....	71
Şekiller.....	I
Özgeçmiş.....	III

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Evrenin başlangıcından itibaren nasıl bir evrim geçirdiğini anlamak günümüzde hala cevap aranan ve araştırmalara sıkça konu olan problemlerden biridir. Bu nedenle evrenin çeşitli evrelerindeki geometrik yapısında doğrudan rolü olan skaler alan, ışınım, elektromanyetik alan, topolojik hatalar (monopol, sicim, domain wall ve texture), ideal akışkan, viskoz akışkan, karanlık enerji, egzotik maddeler ve nötrino gibi kozmik madde formlarının araştırılması da oldukça önem taşımaktadır.

Yukarıda adı geçen kozmik madde formlarından nötrinolar, lepton grubu, sıfır yüklü $\frac{1}{2}$ spinli temel parçacıklardandır. Beta bozunumundaki enerji-momentum korunumlarını araştıran Pauli, 1930 yılından itibaren yapmış olduğu birkaç önemli çalışmada, korunum denklemlerinin sağlanması için sıfır yüklü ancak maddeyle etkileşen bir parçacığın varolması gerektiğini önermiş ve bu parçacığa yüksüz olması nedeniyle “nötron” ismini vermiştir (Pauli, 1930; 1933; 1934). 1932 yılında Chadwick, proton ve elektron ile birlikte atomu oluşturan ve çekirdeğin temel parçacıklarından olan ancak Pauli tarafından önerilen nötrondan daha büyük kütleyle sahip olan bir başka parçacık önermiştir. Chadwick’de önerdiği bu parçacığa “nötron” ismini vermiştir. Kütleli olarak birbirinden farklı olan bu iki parçacığa aynı ismin verilmesinden kaynaklanan karışıklığı, 1934 yılında Fermi gidermiştir. Fermi, beta bozunumunda karşılaştığımız küçük kütleli yeni parçacık için “küçük nötron” anlamına gelen “nötrino” adlandırmasını kullanmış ve bu karışıklık tamamen ortadan kalkmıştır (Fermi, 1934). Nötrinolar, 1956 yılında ise deneysel olarak Cowan ve ark. (1956) tarafından keşfedilmişlerdir. Bu keşifden kısa bir süre sonra nötrinoların tek tip bir parçacık olmadığı, farklı türleri olduğu anlaşılmıştır (Danby ve ark., 1962). Nötrinolar bugün, ışık hızına yakın hızda hareket eden, maddeler ile çok yoğun etkileşmeyen, bu sebeple de algılanması oldukça güç olan, elektron nötrinosu, müon nötrinosu ve tau nötrinosu ile bunların anti-nötrinoları olacak şekilde farklı tipleri bulunan, zayıf etkileşim ile madde etkileşimi sağlayan, lepton sınıfı temel parçacıklar olarak karşımıza çıkmaktadırlar.

Tüm bunların yanında nötrinolar, kozmik mikrodalga fon ışınımı fotonları gibi, büyük patlamadan günümüze taşınan kalıntılardan olduğu için bilhassa önem taşımaktadır. Büyük patlama teorisine göre, evrenin başlangıcından sonraki birinci saniyenin sonunda, sıcaklık 1 MeV civarındadır ve evren hızla genişlemektedir. Bu evrede, zayıf etkileşim serbest kalmış ve nötrinolar kozmik plazmadan ayrılmıştır. Bugün, evrendeki nötrinoların sıcaklıkları $1,9 K^0$ civarındadır ve 0,5 MeV ortalama enerjiye sahiptirler.

Ayrıca bugün, evrenin her cm^3 'lük hacminde herbir nötrino türünden ortalama 50'şer adet bulunmaktadır (Spiro ve Vignaud, 1999). Nötrinoların sıcaklığı, elektrik yükü, spini ve ortalama enerjileri belirlenmiş olsa da kütleleri ile ilgili bir belirsizlik bugün dahi devam etmektedir. Bazı modellerde nötrinoların kütsüz oldukları önerilmiş olsa da, bugüne kadar sıfır kütleli olduklarına dair bir kanıt elde edilememiştir (Sharma, 1995; Commins ve Bucksbaum, 1983). Bu sebeple nötrino kütsesinin belirlenmesi parçacık fiziğinin güncel problemlerindendir ve kütle belirlemeye dair deneyler devam etmektedir (Fukuda ve ark., 1998; MINOS Collab, 2006; Plunkett ve ark., 2008; Boehm ve ark., 2001). Örneğin bu deneyler sonucunda elektron nötrinosunun kütsesi için $m_{\nu_e} < 2\text{eV}$, müon nötrinosunun kütsesi için $m_{\nu_\mu} < 0,19\text{MeV}$ ve tau nötrinosunun kütsesi için ise $m_{\nu_\tau} < 18,2\text{MeV}$ gibi sınır değerleri verilmiştir (Melchiorri ve ark., 2006).

Nötrinolar, evrenin evrimi sırasında farklı kozmolojik olaylar sonucunda oluşmuş olabilir. Büyük patlama, süpernovaların çekirdeklerindeki çökme olayı, süper kütleli karadeliklerin çevresindeki disklerdeki şiddetli patlamalar, yıldız enerji üretimi esnasındaki nükleer tepkimeler ve atmosferde meydana gelen kozmik ışın çarpışmaları, nötrino üretim mekanizmaları olarak önerilmektedir (Haxton, 2012). Büyük patlama teorisine göre madde oluşum evresi olan nükleosentez döneminden itibaren, nötrinoların varlığı dikkate alınabilir ve evrenin geometrik yapısı ve evrimine olan etkileri incelenebilir (Dolgov, 2008).

Nötrinolar erken evrende önemli olmakla birlikte ışınım baskın dönemde evrenin toplam enerji yoğunluğunun %40'ını oluştururlar (Kolb ve Turner, 1994). Ayrıca nötrinoların evrenin relativistik enerji yoğunluğuna da katkı sağladığı düşünülmektedir (Hoyle ve Taylor, 1964). Sıcak sistemler enerjilerini genellikle fotonlar ve nötrinolar ile yaymalarından dolayı, nötrinolar evrenin soğumasında önemli bir katkıya sahiptirler. Ayrıca nükleosentez işlemler sırasında nötrinoların diğer parçacıklarla birlikte termal dengede kalma sürelerinin evrendeki helyum bolluğunu etkilediği düşünülmektedir (Dicus ve ark., 1982).

Günümüzde kozmik nötrinolar için kanıtlar; büyük patlama ve sonrasındaki koşullara açıklık getiren kozmik mikrodalga fon ışınımı, büyük patlama nükleosentezi ve büyük ölçekli yapı gözlem verileri gibi kozmolojik ölçümlerin sonucunda elde edilmektedir (Hannestad, 2004). Diğer yandan, kozmik mikrodalga fon ışınımı verileri günümüz evreninin büyük ölçekte homojen ve izotrop olduğunu göstermektedir. Homojen ve izotropluk içeren ve bugünkü evrenin geometrisini tanımlayan modeller Friedmann-Robertson-Walker (FRW) tipi kozmolojilerdir. Kozmik mikrodalga fon ışınımı ile ilgili

yapılan çalışmalar aynı zamanda, evrenin erken dönemlerinde ihmal edilemeyecek bir anizotropiye sahip olabileceğini göstermektedir. Dolayısıyla evrenin erken evrelerini incelerken anizotropik modelleri dikkate almak faydalı olacaktır. Bilindiği gibi, Bianchi tipi uzay-zamanlar, anizotropiye sahip oldukları kadar, ilerleyen kozmik zamanla izotropiye ulaşabilmeleri, dolayısıyla günümüz evreni ile de ilişkilendirilebilmeleri açısından, evrenin evrimini dikkate alan çalışmalarda oldukça faydalıdır.

Bu amaçla bu tez çalışmasında, evrenin evriminde etkin rol oynayan ve günümüze kadar miras olarak taşınmış olan kozmik nötrino kaynaklı kozmolojiler genel relativite çerçevesinde araştırılmaktadır. Ayrıca, kozmik nötrino yanında, skaler alan, ideal akışkan, ısı akısı, kütesiz skaler alan, kozmik sicim gibi kozmik madde dağılımlarının etkileri de dikkate alınmıştır. Erken evrenin geometrik özelliklerini taşıdığından ve günümüz evreni ile ilişkisinden dolayı, uzay-zaman geometrisi ile ilgili olarak Bianchi tipi uzay-zamanlar kullanılmıştır.

Bu amaçla yapılan çalışmanın ikinci bölümünde nötrinoları ele alan önceki çalışmalardan bir kısmı özetlendi. Üçüncü bölümde kullanılan materyal ve yöntem hakkında bilgi verilip, dördüncü bölümde gerekli denklemler elde edilerek çözümleri arandı. Beşinci bölümde elde edilen sonuçlar yorumlanıp, modeller arasında kıyaslama yapıldı ve çalışmanın literatürdeki diğer çalışmalarla tutarlılığı incelendi.

1.2. Evrenin Termal Evrimi

1.2.1. Planck çağı

Evrenin başlangıcından $t = 10^{-43}$ s'ye olan ve sıcaklığın $T = 10^{32}$ K'ye kadar düştüğü en erken dönemine “Planck Çağı” denir. Bu dönem kuantum gravitasyon etkilerinin rol oynadığı dönemdir. Bu dönem boyunca dört temel kuvvet; elektromanyetik, gravitasyon, güçlü ve zayıf olmak üzere dört temel kuvvet tek bir temel kuvvet olarak birleşik durumda iken bu dönemin sonlarına doğru elektromanyetik, güçlü ve zayıf kuvvetler bir arada kalmakta fakat , gravitasyon kuvveti bu kuvvetlerden ayrılmıştır (Kolb ve Turner, 1994).

1.2.2. Büyük birleşme çağı

Evrenin Planck Çağı'nı takip eden 10^{-43} s $\leq t \leq 10^{-36}$ s aralığındaki dönemi “Büyük Birleşme Çağı” olarak adlandırılır. Bu dönemde dört temel etkileşim kuvvetinden üçü; elektromanyetik, güçlü ve zayıf kuvvet bir arada kalmıştır ve elektronükleer kuvvet olarak adlandırılırlar (Allday, 2001). Bu dönem Büyük Patlama'dan yaklaşık 10^{-36} s sonra son bulurken bu noktada güçlü kuvvet, diğer iki kuvvetten ayrılmıştır.

1.2.3 Ani genişleme çağı

Erken evrendeki $10^{-36} \text{ s} \leq t \leq 10^{-32} \text{ s}$ zaman aralığındaki döneme “Ani Genişleme Çağı” denir. Bu dönemde, evren üstel olarak hızlı bir biçimde genişlemiştir (Myers, 2006). Bu genişleme, Büyük Patlama'dan 10^{-36} s sonraki Büyük Birleşme Çağı'nın sonundaki faz geçişi ile tetiklenmiştir. Bu faz geçişinin teorik ürünlerinden birisi de skaler alandır (Ratra, 1992). Skaler alan en düşük enerji seviyesine doğru indikçe, uzay-zamanın hızlıca genişlemesini sağlayan itici kuvvet oluşturduğu düşünülmektedir. Ani genişleme çağındaki pozitif ivmeli genişleme, büyük patlamanın açıklayamadığı evrenin düzlüğü, ufuk problemi, manyetik tek kutupluluk gibi çeşitli problemleri açıklayabilir (Harrison, 2000). Ani genişleme alanının sahip olduğu büyük potansiyel enerjinin ani genişleme çağıının sonunda salındığı ve bu derecedeki büyük enerji salımının elektrozayıf çağa doğru ilerledikçe evrenin yeniden yoğunlaşmasını, sıcak kuark, anti-kuark ve gluonlar ile dolmasını sağladığına inanılmaktadır. .

1.2.4. Elektrozayıf çağ

$10^{-32} \text{ s} \leq t \leq 10^{-12} \text{ s}$ aralığındaki erken evren dönemine “Elektrozayıf Dönem” denir. Erken evrenin bu döneminde $10^{15} \text{ K} \approx 100 \text{ GeV}$ değerindeki sıcaklık elektromanyetik ve zayıf etkileşimin tek bir elektrozayıf etkileşim olarak bir arada kalmasını devam ettirir. Bu evrede parçacık etkileşimleri, w, z ve Higgs bozonları gibi çok sayıda egzotik parçacığı oluşturabilecek kadar yüksek enerjilidir (Gorbunov ve Rubakov, 2011). Evren genişledikçe ve soğudukça etkileşimler daha az enerjili hale gelirler ve evren 10^{-12} s yaşına geldiğinde w ve z bozonlarının oluşumu tamamlanır.

1.2.5. Kuark çağı

Erken evrendeki $10^{-12} \text{ s} \leq t \leq 10^{-6} \text{ s}$ zaman aralığındaki dönem “Kuark Çağı” olarak adlandırılır. Bu çağda temel etkileşimler; elektromanyetik, güçlü ve zayıf etkileşimdir. Erken evrenin evrimi sırasındaki bu dönemde temel etkileşimler günümüz evrenindeki mevcut hallerini alırlar. Bu dönemde kuarkların bir arada tutularak hadronların oluşturulabilmesi için evrenin sıcaklığı hala çok yüksektir. Kuark çağıında evrenin, kuark, gluon ve leptonları içeren sıcak ve yoğun kuark-gluon plazması ile dolu olduğu düşünülmektedir. (Lidsey, 2002). Evren yaklaşık 10^{-6} s yaşına geldiğinde, parçacık etkileşimlerinin ortalama enerjisi hadronların bağlanma enerjisinin altına düştüğünde kuark çağı sona ermiştir.

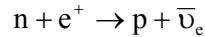
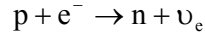
1.2.6. Hadron çağı

$10^{-6} \text{ s} \leq t \leq 10^{-4} \text{ s}$ zaman aralığındaki erken evren dönemine “Hadron Çağı” denir. Erken evrenin evrimi sırasındaki bu çağda, evrenin toplam kütlesi büyük ölçüde hadronlar tarafından oluşmaktadır. Hadron çağı, büyük patlamadan yaklaşık $10 \mu\text{s}$ sonra evrenin sıcaklığının, bir önceki dönemde etkin rol oynayan kuarkların bir araya gelerek hadronları oluşturacak kadar düştüğü dönemdir. Bu dönemin başlangıcında sıcaklık, hadron ve anti-hadron çiftlerinin oluşumuna izin verecek kadar yüksek olmakla birlikte madde ve anti-maddenin termal dengede kalmasını sağlamıştır. Evrenin sıcaklığı düşmeye devam ettikçe, hadron ve anti-hadron çiftleri oluşamamaya başlar ve bu çiftlerin büyük bölümü daha sonra yok olma tepkimeleri ile küçük hadron kalıntıları bırakarak kaybolurlar. Anti-hadronların yok olma süreci büyük patlamadan 1s sonra lepton çağının başlaması ile tamamlanmıştır. $t = 10^{-4} \text{ s}$ dolaylarında, sıcaklık 10^{12} K değerine düştüğünde, mezonların ve anti-mezonların birbirlerini yok etmesiyle hadron çağı son bulmuştur (Unsöld ve Baschek, 2005).

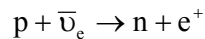
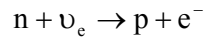
1.2.7. Lepton çağı

$10^{-4} \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s}$ zaman aralığındaki erken evren dönemi lepton çağı olarak adlandırılır. Leptonlar; elektronlar, nötrinolar, müon ve bu parçacıkların anti-parçacıklarından oluşan hafif parçacıklardır.

Zayıf etkileşim ile sonuçlanan denge süreci,



lepton çağında önem kazanmıştır (Dolgov, 2002b). $t \approx 2 \text{ s}$ anında, sıcaklık yeterli derecede düşerek,



tepkimelerinin gerçekleşmesini engellemiştir (Sanders, 2004). Elektron nötrinoları ve anti-nötrinolar ayrışma sürecine girip günümüz evrenine ulaşan kozmik nötrino fon ışınımını oluşturmaya başlamışlardır.

$$e^{-} + e^{+} \leftrightarrow \gamma + \gamma$$

tepkimesi sonucu oluşan lepton dengesi, $t \approx 4s$ zamanına kadar sıcaklık $6.10^9 K^{\circ}$ derecenin altına düşene ve $\gamma + \gamma \rightarrow e^{-} + e^{+}$ tepkimesi durana kadar korunur (Chow, 2008). Sonuç olarak, elektron ve pozitronlar küçük elektron fazlalıkları bırakarak birbirlerini yok ederler.

Lepton çağı 0,5 MeV dolaylarında, daha fazla genişleme ve soğumanın, ortalama foton enerjisini elektron-pozitron çiftleri oluşturmak için ihtiyaç duyulan eşik enerjisi değerinin altına düşürdüğünde son bulmuştur (Özemre, 1981).

1.2.8. Nükleer çağ

$t \approx 3dak$ ve $T \approx 10^9 K$ sıcaklığında termonükleer reaksiyonlar zinciri evrende döteryum oluşumunu başlatmıştır. Sıcaklık $10^9 K$ 'den yüksek olduğunda $p + n \rightarrow {}^2H + \gamma$ tepkimesi ile oluşan Döteryum çekirdeği, aniden bir foton ayrışması $\gamma + {}^2H \rightarrow p + n$ ile bozulmuştur (Coles ve Lucchin, 2002). Sıcaklıklar ve yoğunluklar füzyon tepkimesinin oluşması için yeterli olmasına rağmen, bu tepkime gerçekleşmez, çünkü Döteryum oluşur oluşmaz bozunur. Evren Döteryumun hayatta kalabilmesi için yeterli miktarda soğuyana kadar beklemelidir. Bu bekleme periyodu bazen döteryum darboğazı olarak isimlendirilir. Sıcaklık $10^9 K$ altına düştüğünde, foton ayrışması artık imkansız hale gelmiştir ve döteryumun oluşabilmesi için uygun ortam hazırlanmıştır. Daha sonra döteryum miktarı hızlıca artmıştır. Döteronlar protonlarla hızlı bir şekilde tepkimeye girip, bir dizi nükleer tepkime sonucunda daha ağır elementlere dönüşmüştür (Gorbunov ve Rubakov, 2011). Bu dönemde etkin olan etkileşimler sırasıyla aşağıdaki gibi verilebilir:

$$n + p \rightarrow {}^2H + \gamma ,$$

$${}^2H + {}^2H \rightarrow {}^3He + n ,$$

$${}^3He + n \rightarrow {}^3H + p ,$$

$${}^3H + {}^2H \rightarrow {}^4He + n .$$

1.3. Nötrino Ayrışımı

Kozmik nötrinolar daha önce de belirtildiği gibi büyük patlamanın önemli ürünlerindedir. Nötrinolar erken evrende evreni dolduran sıcak plazmayla, zayıf etkileşim aracılığıyla diğer parçacıklarla termal dengede idi (Giunti ve Kim, 2007).

$$\nu + \bar{\nu} \leftrightarrow e^+ + e^-$$

$$\bar{\nu} + e^\pm \leftrightarrow \bar{\nu} + e^\pm$$

Bu dönemde çekirdeklerin sayı yoğunluğunun, relativistik elektronlar ve pozitronların yoğunluğundan çok daha az olmasından dolayı çekirdeklerle olan tepkimeler ihmal edilebilir düzeydedir. Başlangıç plazmasındaki nötrinolar, plazmanın geri kalan bileşenleri olan relativistik elektronlar, pozitronlar ve fotonlarla dengede iken aşağıdaki momentum spektrumuna sahiptirler (Bellini ve Ludhova, 2012).

$$f_{\text{eq}}(p, T) = \frac{1}{e^{\frac{p - \mu_\nu}{T}} + 1} \quad (1.1)$$

Bu momentum spektrumu Fermi-Dirac spektrumu olarak adlandırılır. Burada p momentum, T termal denge sıcaklığı, μ_ν nötrinoların kimyasal potansiyelidir. Nötrinolar için Γ ile temsil edilen etkileşme hızı,

$$\Gamma = n \langle \sigma v \rangle \quad (1.2)$$

ile verilir. Burada n nötrinoların sayı yoğunluğu, σ etki kesiti ve $v \approx 1$ nötrino hızlarıdır. Köşeli parantezler burada termal ortalamayı temsil eder. Yukarıda verilen zayıf etkileşim süreçleri için

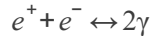
$$\langle \sigma v \rangle \approx G_F^2 T_\gamma^2 \quad (1.3)$$

olarak tanımlanır. Burada T_γ reaksiyonlara katılan relativistik parçacıkların enerji büyüklüğünü veren termal dengenin sıcaklığı, G_F ise Fermi sabitidir. Relativistik parçacıkların sayı yoğunluğu $n \sim T_\gamma^3$ olduğundan her bir nötrino için etkileşim hızı

$$\Gamma \approx G_F^2 T_\gamma^5 \quad (1.4)$$

ile verilir (Hannestad 2006). Buradan nötrino etkileşim hızının, genişleyen evrenden dolayı düşen sıcaklıkla birlikte hızlıca düştüğü görülür. Ayrıca, nötrino ayrışma sıcaklığını hesaplamak için $\Gamma \sim H$ olduğu ve radyasyon baskın evren için $H \approx \frac{T_\gamma^2}{M_p}$ olduğu düşünüldüğünde sıcak plazmadan ayrışma sıcaklığı $T_\gamma^v \sim 1$ MeV olmaktadır (Giunti ve Kim, 2007). Burada M_p Planck kütesidir. Farklı etkileşimler dikkate alındığında bu sıcaklık değerinin yaklaşık olarak 1,3 MeV veya 1,5 MeV olarak da elde edildiği belirtilir (Dolgov, 1981).

Nötrinoların ayrışmasından sonra sıcaklık, fotonları ısıtan elektron-pozitron yok oluşu için elektronun kütesinin altına düşer.



Sonuç olarak fotonların sayısı hızlıca artar. Fotonları sıcaklıkları e^\pm yok oluşundan önce nötrinolarla aynı iken, daha sonra e^\pm yok oluşundan sonra ekstra enerji kazanırlar. Bu sırada entropi aktarımı, nötrinolar plazmadan henüz ayrıştıkları için nötrinoları etkilemediği varsayılır. Fotonların e^\pm yok oluşunun öncesinde ve sonrasında sıcaklık oranı $\frac{T_{\gamma\text{-önce}}}{T_{\gamma\text{-sonra}}} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} = 1,4$ olarak verilir (Bernardeau, Grojean ve Dalibard 2007). Bu değer aynı zamanda nötrinolar ve fotonlar arasındaki sıcaklık oranı olarak da kabul edilir.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Nötrinoların kozmolojik açıklaması ilk olarak Alpher ve ark. (1953) tarafından nötrinoların erken evrende termal dengede olmasının belirtilmesiyle yapıldı. Szymanski ve Jaroszyński (1983) kütleli nötrinolar tarafından baskın evrende erken adyabatik pertürbasyonu ve böyle bir modelde kalıntı radyasyonun anizotropisini çalışmışlardır. Brookfield ve ark. (2006) kütleli nötrinolar ve karanlık enerji arasındaki bağlantının kozmolojik sonuçlarını araştırmışlardır. Bu çalışmada karanlık enerji rolü oynayan nötrino kütlesi skaler alanın bir fonksiyonudur. Ayrıca bu çalışmada kütlesi değişen nötrinoların kozmik mikrodalga fon ışınımındaki anizotropi üzerinde önemli ipuçları bıraktığına dikkat çekilmektedir.

5-boyutlu bir uzay zaman olan R-yüklü karadelik için nötrino salınımları Saadat ve Rostampour (2012) tarafından çalışılmış ve karadelikğin elektriksel yüküyle uyuşan kimyasal potansiyelin nötrino osilasyon uzunluğunu etkilediği gösterilmiştir.

Schramm ve Steigman (1981) nötrinolar ve evrenin erken evrimi arasında ilişki olduğunu önermiş ve günümüz evrenini tanımlayan ortalama yoğunluk, yaş ve Hubble parametresi gibi nicelikleri tekrar incelemişlerdir. Ayrıca evrenin hafif nötrinolarca baskın olabileceğini düşünmüşler, ışınım baskın dönemin sonlarına doğru kütleli nötrinoların relativistik olmadıklarını söylemişlerdir.

Rotasyon yapan maddede nötrino sistemlerinin evrimi Dvornikov (2011) tarafından çalışılmıştır. Başlangıç manyetik alanlarının ve kütleli nötrinoların kozmik mikrodalga fon ışınımındaki sıcaklık ve polarizasyonda iz bırakabileceği Shaw ve Lewis (2010) tarafından düşünülmüş ve kütleli nötrinoların manyetik alan tarafından kaynaklanan geniş ölçekli pertürbasyonu değiştirdiği gösterilmiştir.

Nötrinoların ışınım enerji yoğunluğuna katkısı, ışınımdan madde baskın döneme geçiş kırmızıya kaymasını azalttığı, bu durumun da kozmik mikrodalga anizotropisi ve madde kümelenmesini etkilediği Bashinsky ve Seljak (2004) tarafından öne sürülmüştür.

Nötrinoların kütlelerinin varlığının ortaya çıkmasıyla nötrinoların gravitasyonel etkileri çalışılan alternatif konular arasına girmiştir. Eğrilikli uzay zamanlarda nötrino salınımları birçok kişi tarafından çalışılmıştır (Alimohammadi ve Shariati, 1999; Capozziello ve Lambiase, 1999; Ren ve Liu, 2010).

Çeşitli çalışmalarda, nötrino kütlesinin birçok astrofiziksel etkiye sahip olduğu ve böylece evrenin evriminde baskın rol oynadığı vurgulanmaktadır. (Fang ve Ruffini, 1984; Peebles, 1993). Ju- Hua ve Yong-Jiu (2010) kütleli nötrinolar ve karanlık maddeyle

etkileşim içinde olan kozmolojik modellerin evrimini çalışmışlar ve karanlık enerjinin, karanlık madde veya kütleli nötrinolarla etkileşimi evrenin ivmelenmesi üzerinde etkiye sahip olduğunu göstermişlerdir. Büyük yoğun objelerde nötrino tuzaklanmaları Schwarzschild anti de Sitter uzay zamanı için Stuhclik ve ark. (2004; 2005) tarafından çalışılmıştır. Menon ve Thalapillil (2008) tarafından zayıf gravitasyonel ve yüksek enerjili nötrinoların etkileşimleri incelenmiştir.

Das ve Banerjee (2012) tarafından negatif ivme parametrelili uzaysal düz FRW modeli için nötrino viskozite incelenmiş ve nötrino bulk viskozitenin evrenin geç dönem ivmelenmesine sebep olduğu gösterilmiştir. Nötrino shear viskozitesi küresel simetrik uzay zaman için Modak (1984) tarafından çalışılmış olup, nötrino bulk viskozitesi ise Calkoen ve De Groot (1981) ile Caderni ve Fabbri (1979) tarafından incelenmiştir.

Hannestad ve Madsen (1995) tarafından erken evrende nötrino ayrışımı, fermi istatistiği ve elektron kütle bağıllığı kullanılarak hesaplanmış ve nötrino ayrışımından sonra elektron tipi nötrinoların relativistik enerji yoğunluğuna % 0,83'den daha fazla katkı yaptığını öne sürülmüştür. Pontecorvo ve Smorodinski (1962) MeV değerinde enerjiye sahip nötrinolarının, kozmik enerji yoğunluğundaki sınırlamalarını çalışmışlar. Cowsik ve McClelland (1972) birkaç eV kütle değerindeki nötrinoların galaksi kümelerindeki kayıp kütlelerin kaynağı olabileceğini öne sürmüşler. Nötrino kütlesi üzerinde sınırlamalar, evrendeki lepton sayısı ve nötrinoların kümeleri Gelmini (2005) tarafından incelenmiştir. Kozmik nötrinolarla ilgili detaylı bir inceleme Hannestad (2006) ve Dolgov (2002a; 2002b) tarafından verilmiştir.

Bununla birlikte son yıllarda yapılan kozmik mikrodalga fon ışınımını gözlemlerinin evrenin erken dönemlerinde ihmal edilemeyen anizotropinin varlığını zorunlu kıldığına dikkat çekilmiştir (Komatsu ve ark., 2009). Bu nedenle erken evrendeki anizotropinin de dikkate alınmasıyla genel relativite çerçevesinde, zamanla izotropiye ulaşan Bianchi tipi modeller için farklı madde formları alınarak çalışılması önem kazanmaktadır.

Kumar ve Yadav (2011) karanlık enerjili Bianchi V uzay zamanını ele almışlar ve günümüzde evrenin karanlık enerji baskın olduğunu belirtmişlerdir. Bianchi I uzay zamanı için manyetize viskoz sicim toz madde formu Bali ve Anjali (2004) tarafından incelenmiştir. Pradhan ve ark. (2011) tarafından sabit yavaşlama parametresine sahip Bianchi I uzay modeli çalışılmıştır. Anizotropik karanlık enerji ve ideal akışkan içeren Bianchi V uzay zamanı için Hubble parametresinin de dikkate alındığı durum Yadav (2011) tarafından incelenmiştir. Zamanla değişen gravitasyonel ve kozmolojik sabit içeren Bianchi III uzay zamanı için alan denklemleri Bali ve Tinker tarafından elde edilmiş ve

çözümleri aranmıştır (2009). Pradhan ve ark. (2011) lokal rotasyonel simetrideli Bianchi II uzay zamanı için kütleli sicimleri incelemiştir ve çözümün bazı özel durumlarının evrende sicim baskın dönemi temsil ettiğini göstermiştir.

BÖLÜM 3

MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Einstein Alan Denklemleri ve Bazı Enerji Momentum Tensörleri

Einstein, evrenin global yapısını ve bu yapıdaki büyük ölçekli gravitasyonel etkileşimleri tanımlayabilmek ve açıklayabilmek için 1915 yılında kendi adıyla anılan, Genel Relativite Teorisini ortaya atmıştır (Landau ve Lifshitz, 1987). Bu teorinin temel denklemleri uzay-zamanın geometrisi ile bu geometriyi oluşturan madde arasında bir ilişki olduğunu öngören Einstein Alan Denklemleridir. Bu teoriye göre dört boyutlu bir Riemann manifoldunda iki nokta arası birim uzaklık ds , uzay ve zaman koordinatlarının sürekli bir fonksiyonu olarak tanımlanan $g_{ik} = g_{ik}(x^1, x^2, x^3, x^4)$ metrik tensörü yardımıyla,

$$ds^2 = g_{ik}(x^j) dx^i dx^k \quad (3.1)$$

olarak verilir (Stephani, 1982).

Bu teoriye göre S ile verilen etki fonksiyonu, gravitasyonel alanın geometrisine bağlı S_g etki fonksiyonu ve maddesel ortamın etki fonksiyonu S_m 'nin dikkate alınmasıyla,

$$S = S_g + S_m \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanır (Landau ve Lifshitz, 1987). Burada S_g etki fonksiyonu, gravitasyonel alanın özelliklerini tanımlayan Lagrange fonksiyonu L_g 'nin hacim üzerinden integrali aracılığıyla

$$S_g = \frac{1}{c} \int_{\Omega} L_g \sqrt{-g} d^4x \quad (3.3)$$

ile verilirken, maddenin etki fonksiyonu S_m ise maddenin özelliklerini içeren Lagrange fonksiyonu L_m cinsinden aşağıdaki gibi,

$$S_m = \frac{1}{c} \int_{\Omega} L_m \sqrt{-g} d^4x \quad (3.4)$$

tanımlanır. Klasik fizikten bildiğimiz üzere sistemler minimum enerji harcayacak şekilde davranır ve durum (3.2) ile verilen etki fonksiyonunun varyasyonunun

$$\delta S = 0 \quad (3.5)$$

olmasını gerektirir. (3.3) ve (3.4) denklemlerinin (3.5) denkleminde kullanılmasıyla sol tarafı evrenin geometrisi ile sağ tarafı ise bu geometriye eğrilik kazandıran madde dağılımıyla ilgili olan Einstein alan denklemleri aşağıdaki gibi

$$G_{ik} \equiv R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + \Lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik}, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \quad (3.6)$$

tanımlanır. Burada R_{ik} simetrik Ricci tensörü, R eğrilik skaleri ($R = R^i_i = g^{ik} R_{ik}$), G gravitasyon sabiti, Λ kozmolojik sabit, c ışık hızı ve T_{ik} simetrik enerji-momentum tensörüdür.

Einstein alan denklemleri elde edilirken, öncelikle verilen ds^2 yay elemanını oluşturan g_{ik} metrik tensör bileşenleri kullanılarak,

$$\Gamma_{k\ell}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left(\frac{\partial g_{km}}{\partial x^\ell} + \frac{\partial g_{m\ell}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{k\ell}}{\partial x^m} \right) \quad (3.7)$$

ile tanımlanan Christoffel sembolleri ($\Gamma_{k\ell}^i = \Gamma_{\ell k}^i$) hesaplanır (Stephani, 1982). Ricci tensörü, Christoffel sembolleri kullanılarak,

$$R_{ik} = R_{ki} = \frac{\partial \Gamma_{ik}^\ell}{\partial x^\ell} - \frac{\partial \Gamma_{i\ell}^k}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^\ell \Gamma_{\ell m}^m - \Gamma_{i\ell}^m \Gamma_{mk}^\ell \quad (3.8)$$

bağıntısı yardımıyla elde edilir. Ricci skaleri, uzayın eğriliğini tanımlayan Riemann tensörünün indisler üzerinden gençleşmiş halidir. Riemann tensörü,

$$R_{ik\ell m} = R_{kim\ell} = R_{\ell mik}, \quad R_{ik\ell m} = -R_{ikm\ell} = -R_{ki\ell m} \quad \text{ve} \quad R_{ik\ell m} + R_{imk\ell} + R_{i\ell mk} = 0 \quad \text{gibi}$$

simetri özelliklerini taşır.

Ayrıca genel relativite teorisine göre u^i maddenin 4-lü hız vektörü ve H genelleştirilmiş Hubble parametresi, H_i yönsel Hubble parametresi olmak üzere ele alınan modele ait kinematik niceliklerinden; evrenin hacimsel genişleme hızını belirten genişleme skaleri, modele ait ivme, uzaysal hacim, genişleme hızının yönler göre farklılığından kaynaklanan ortalama anizotropi ve shear skaleri, sırasıyla aşağıdaki bağıntılarla

tanımlanır.

$$\theta = u^i_{;i}, \quad (3.9)$$

$$\dot{u}_i = u_{i;k} u^k, \quad (3.10)$$

$$V = \sqrt{-g} = R^3, \quad (3.11)$$

$$\bar{A} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{H_i - H}{H} \right)^2, \quad (3.12)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 H_i^2 - \frac{1}{3} \theta^2 \right). \quad (3.13)$$

Burada; g , g_{ik} metrik tensörünün determinanı ve h_{ik} izdüşüm tensörü olup $h_{ik} u^k = 0$ ile verilen ortogonalite bağıntısını sağlar ve

$$h_{ik} = g_{ik} + u_i u_k \quad (3.14)$$

olarak tanımlanır.

Einstein alan denklemleri, tam (exact) çözümleri oldukça zor olan kısmi diferansiyel denklem sistemi oluşturmaktadır. Bu denklem sisteminin çözümleri aranırken; uzay zamanın geometrisi için homojenlik, küresel simetri, silindirik simetri gibi varsayımlar kullanılır. Öte yandan uzay zamanın madde içeriği olarak ideal akışkan, viskoz akışkan, kozmik nötrino, ısı akısı, elektromanyetik alan, kozmik sicim gibi çeşitli madde formlarına ait farklı enerji momentum tensörleri dikkate alınır.

Diğer taraftan bu tez çalışmasında, Einstein Genel Relativite Teorisi kapsamında incelenen madde formlarına ait enerji momentum tensörleri aşağıda özetlenmektedir.

İdeal akışkan için enerji momentum tensörü, p akışkanın izotropik basıncı, ρ akışkanın yoğunluğu olmak üzere

$$T_{ik} = (\rho + p)u_i u_k + p g_{ik} \quad (3.15)$$

bağıntısı ile tanımlanır (Landau ve Lifshitz, 1987). İdeal akışkanın yoğunluğu ve basıncı arasındaki ilişki $p = \omega\rho$ şeklinde verilen durum denklemi ile tanımlanır.

Bunun yanında, evrenin ilk dönemlerinde etkin rol oynadığı düşünülen ve son yıllarda yapılan çalışmalarla evrenin anizotropisi, ivmelenmesi, evrendeki karanlık maddenin kaynağını oluşturabileceği düşüncesiyle dikkat çeken kozmik nötrinolar için enerji momentum tensörü,

$$T_{ik} = \chi l_i l_k \quad (3.16)$$

olarak verilir (Roy ve Banerjee, 1992). Burada χ kozmik nötrino enerji yoğunluğunu tanımlarken, l_i nötrinoların dağılımını tanımlayan 4-lü null vektör olup, $l_i l^i = 0$ koşulunu sağlar.

Evrenin evrimi sırasında ani genişleme döneminde ortaya çıktığı düşünülen sıfır spinli parçacıkların alanını tanımlayan skaler alan için enerji momentum tensörü ise

$$T_{\phi}^{ik} = \phi^{,i} \phi^{,k} - \frac{1}{2} g^{ik} \phi_{,\ell} \phi^{,\ell} \quad (3.17)$$

ile verilir. Burada ϕ , skaler alanı tanımlayan bir fonksiyondur. Skaler alan, kütsüz skaler alan ve kütleli skaler alan olmak üzere iki kısımda ele alınır. Kütsüz skaler alanın enerji momentum tensörü,

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left(\left(\phi_{,i} \phi_{,k} - \frac{1}{2} g_{ik} \phi^2 \right) \right) \quad (3.1)$$

ve kütleli skaler alan enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik}^M = \frac{1}{4\pi} \left[\phi_{,i} \phi_{,k} - \frac{1}{2} g_{ik} (\phi^2 - M^2 \phi^2) \right] \quad (3.19)$$

denklemleri ile ifade edilir (Mohanty ve ark., 2003). Burada,

$\phi_{,i} = \frac{d\phi}{dx^i}$, $\phi^2 = g^{ik} \phi_{,i} \phi_{,k} = \phi^{,i} \phi_{,i}$ ve M ise kütleli skaler alana kütle kazandıran sıfır

spinli parçacığın kütlesi ile ilgili bir kütle değeridir. $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ j.s, Planck sabiti olmak

üzere, bu kütle, $M = \frac{2\pi m}{h} = \frac{m}{\hbar}$, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ olup enerji-kütle eşdeğerlik denklemi gereğince,

skaler alanın enerjisine karşılık gelen kütlelerdir.

Ayrıca bu çalışmada erken evren döneminde termal dengenin oluşmasına katkı sağladığı düşüncesiyle varlığı ihmal edilemeyecek olan ve enerji momentum tensörü

$$T_{ik} = q_i u_k + q_k u_i \quad (3.20)$$

ile tanımlanan ısı akısı da dikkate alındı (Zeyauddin, 2009). Burada, q_i , 4-lü ısı akı vektörü olarak adlandırılır ve

$$q_i u^i = 0 \quad (3.21)$$

bağıntısına göre u^i 4-lü hız vektörüne diktir.

Evrenin evrimi sırasında meydana gelen faz geçişleri sırasında rol oynayan simetri kırılmaları sonucu ortaya çıktığı düşünülen topolojik yapılardan bir boyutlu sicim bulutuna ait enerji momentum tensörü ise

$$T_{ik} = \rho u_i u_k - \lambda X_i X_k \quad (3.22)$$

ile verilir (Letelier 1983). Burada λ , ρ ve $\rho_p = \rho - \lambda$, sırasıyla, kozmik sicimleri karakterize eden sicim gerilim enerji yoğunluğu, sicim bulutunun toplam enerji yoğunluğu ve sicimlere iliştilmiş parçacıkların enerji yoğunluğudur. Evrenin erken evrelerinde sicimlerden kaynaklanan titreşimlerin yoğunluk dalgalanmalarına ve galaksi oluşumlarına sebep olduğu düşünülmektedir (Zeldovich 1980, Vilenkin 1981).

BÖLÜM 4**ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA****4.1. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlesiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi I Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri**

Bu tez çalışmasında evrenin erken dönemlerinde etkin rol oynadığına inanılan kozmik nötrino başta olmak üzere ideal akışkan, kütlesiz skaler alan, ısı akısı içeren homojen ve anizotrop Bianchi I uzay zamanı için Einstein alan denklemleri elde edilmiş ve çözümleri aranmıştır. Bu amaçla, Bianchi I uzay zamanı için dikkate alınan yay elamanı aşağıdaki gibi

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dx^2 + B^2 dy^2 + C^2 dz^2 \quad (4.1)$$

verilir. Burada A, B ve C sadece kozmik zaman t' nin fonksiyonu olan metrik potansiyellerdir.

Bu şekilde tanımlanan bir uzay zamana eğrilik kazandıran madde formu olarak kullanılan, kozmik nötrino, ideal akışkan, ısı akısı ve kütlesiz skaler alan içeren enerji momentum tensörü,

$$T_{ik} = (\rho_p + p)u_i u_k + p g_{ik} + \chi l_i l_k + \phi_{,i} \phi_{,k} - \frac{1}{2} g_{ik} \phi_{,\ell} \phi^{,\ell} + q_i u_k + q_k u_i \quad (4.2)$$

olarak yazılır. Burada ρ_p parçacık enerji yoğunluğu, p basınç, χ kozmik nötrinoların enerji yoğunluğu, q_i ısı akı vektörü, g_{ik} metrik tensor. u_i maddenin zamansal hız vektörü ve l_i kozmik nötrinoların yönünü tanımlayan 4-lü null vektörlerdir.

Denklem (4.1) ile verilen yay elamanı için komoving hız, ısı akı vektörü ve x- yönündeki kozmik nötrinolar aşağıda verilen

$$u^i = (0,0,0,1), \quad (4.3)$$

$$l^i = (A^{-1},0,0,1), \quad l_i = (A,0,0,-1), \quad (4.4)$$

$$u^i u_i = u^i l_i = -1, \quad l_i l^i = 0, \quad u^i q_i = 0 \quad (4.5)$$

bağıntılarını sağlamaktadır. (4.2) ile tanımlanan enerji momentum tensöründeki ϕ kütlesiz skaler alan potansiyeli olup,

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(g^{ik} \sqrt{-g} \frac{\partial \phi}{\partial x^k} \right) = 0 \quad (4.6)$$

ilerak verilen kaynaksız kütesiz skaler alan için Klein-Gordon denkleminin çözümünden belirlenir (Ayyangar ve Mohanty, 1985).

Denklem (3.6) ile verilen Einstein alan denklemleri, kozmolojik sabitin ihmal edildiği ($\Lambda = 0$) durumda ve gravitasyonel sabitlerden $\kappa = 8\pi G = c = 1$ alınarak düzenlenirse

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = -T_{ik} \quad (4.7)$$

şeklinde yazılır. Böylece (4.1) denklemleriyle tanımlanan Bianchi I uzay zamanı, (4.2) denklemindeki madde formuyla birlikte (4.7) denkleminde kullanılırsa sıfırdan farklı Einstein alan denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = -p - \chi - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.8)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = -p - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = -p - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.10)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = \rho_p + \chi + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.11)$$

$$q_1 + \chi A = 0. \quad (4.12)$$

Burada ve daha sonraki bölümlerde “ · ” zamana göre türevi temsil etmektedir. Yukarıda verilen denklemlere ilave olarak (4.6) ile verilen Klein-Gordon denklemi (4.1) ile verilen yay elamanı için

$$\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} + \frac{\ddot{\phi}}{\dot{\phi}} = 0 \quad (4.13)$$

şekline dönüşür. Burada skaler alan potansiyeli $\phi = \phi(t)$ şeklinde zamanın fonksiyonudur.

Bu denklemin $\phi(t)$ 'ye göre çözümü, a ve b'nin integral sabitleri olmak üzere

$$\phi(t) = a + b \int \frac{1}{ABC} dt \quad (4.14)$$

ile verilir.

Bununla birlikte Bianchi I tipi uzay zamanlarda genişleme skaleri, shear skaleri ve ortalama anizotropi sırasıyla (3.9), (3.12) ve (3.13) denklemleri kullanılarak metrik potansiyeller cinsinden aşağıda olduğu gibi

$$\theta = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \quad (4.15)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}^2}{A^2} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} + \frac{\dot{C}^2}{C^2} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} \right) \quad (4.16)$$

$$\bar{A} = \frac{2 \left[\dot{A}^2 B^2 C^2 + A^2 \dot{B}^2 C^2 + A^2 B^2 \dot{C}^2 - ABC(\dot{A}\dot{B}\dot{C} + \dot{A}\dot{B}\dot{C} + \dot{A}\dot{B}\dot{C}) \right]}{(\dot{A}\dot{B}\dot{C} + \dot{A}\dot{B}\dot{C} + \dot{A}\dot{B}\dot{C})^2} \quad (4.17)$$

verilir.

Bianchi tipi uzay zamanlarda ölçek parametresi $R = (ABC)^{\frac{1}{3}}$ olarak tanımlanır ve bu durumda modelin uzaysal hacmi,

$$V = R^3 = ABC \quad (4.18)$$

olarak elde edilir.

x, y ve z, yönlerindeki hız farklarının dikkate alınmasıyla ortalama Hubble parametresi, yönsel Hubble parametreleri H_x , H_y ve H_z aracılığıyla

$$H = \frac{1}{3} (H_x + H_y + H_z) \quad (4.19)$$

şeklinde tanımlanır. Bianchi tip modeller için yönsel Hubble parametreleri

$$H_x = \frac{\dot{A}}{A}, \quad H_y = \frac{\dot{B}}{B} \quad \text{ve} \quad H_z = \frac{\dot{C}}{C} \quad (4.20)$$

verilir. Evrenin hacimsel genişleme hızını belirleyen ortalama Hubble parametresi;

denklem (4.18) ile verilen hacimsel ölçek çarpanı ve denklem (4.19) kullanılarak Bianchi tipi uzay zamanlar için

$$H = \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} = \frac{\dot{R}}{R} = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \quad (4.21)$$

ile elde edilir.

(4.8), (4.9), (4.10), (4.11) ve (4.12) denklemlerinin oluşturduğu yedi bilinmeyenli denklem sisteminin çözümü için iki ilave koşul kullanılabilir. Bu ve bundan sonraki çözümlerde kullanılacak olan ilave koşulların kullanılma nedenleri şöyle açıklanabilir.

Bianchi tipi veya benzer anizotropik uzay zamanlarda $\frac{\sigma}{\theta}$ oranı sistemin anizotropi parametresini tanımlamakla birlikte, büyük galaksilerin kırmızıya kayma bağıntılarından evrenin Hubble genişlemesinin yaklaşık olarak %30 oranında izotropik olabileceği önerilmiştir (Thorne, 1967). Ayrıca Collins ve ark. (1980) uzaysal homojen kozmolojilerde $\frac{\sigma}{\theta}$ oranının sabit bir değere eşit olduğunu vurgulamıştır. İzotropik uzay zamanlarda ise bu oran sıfıra eşit olmaktadır.

Bu bilgiler doğrultusunda elde edilen kozmolojik modelin çözümünde kullanılan koşullardan ilki;

i) $\frac{\sigma_1}{\theta}$ oranının pozitif bir sabite eşit olmasıyla elde edilen ve metrik potansiyeller

arasında

$$A = (BC)^m \quad (4.22)$$

bağıntısıdır (Pradhan ve Chouhan, 2011). Bu bağıntıda m pozitif bir sabittir.

ii) İkinci koşul olarak Berman (1983) tarafından önerilen uzaysal hacim cinsinden ortalama Hubble parametresi,

$$H = \ell(ABC)^{-\frac{n}{3}} \quad (4.23)$$

kullanılmıştır. Burada zamanla artan hacimle birlikte, gözlemlerle uyumlu olan ortalama Hubble parametresi ancak $\ell > 0$ ve $n \geq 0$ değerlerinde elde edilebilir.

Bu tip bağıntılar Berman ve Gomide (1988), Saha ve Rikhivitsky (2006), Zeyauddin ve Ram (2009), Akarsu ve Kılınç (2010) tarafından yapılan çalışmalarda da

dikkate alınmıştır.

(4.21) ve (4.23) eşitliklerinin birlikte dikkate alınmasıyla bu modele ait uzaysal hacim, c_1 ve c_2 integral sabitleri olmak üzere,

$$V = ABC = (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n}}, \quad n \neq 0 \text{ için} \quad (4.24)$$

$$V = ABC = c_2^3 e^{3\ell t}, \quad n = 0 \text{ için} \quad (4.25)$$

Bu denklemler evrenin hacmindeki değişimin zamanla kuvvet yasası ve üstel fonksiyonlar şeklinde gerçekleştiğini göstermektedir.

Alan denklemlerinden (4.9) ve (4.10) denklemlerinin farkı metrik potansiyeller arasında c_3 ve c_4 integral sabitleri olmak üzere

$$\frac{B}{C} = c_3 \exp\left(c_4 \int \frac{dt}{ABC}\right) \quad (4.26)$$

bağıntısını verir.

Böylelikle oluşturulan model kuvvet yasası ve üstel genişlemenin ayrı ayrı dikkate alındığı iki alt bölümde incelenebilir.

4.1.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütesiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi I uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum

(4.22), (4.24) ve (4.26) denklemlerinin birlikte çözümüyle, $n \neq 0$ ve $n \neq 3$ olmak üzere kuvvet yasası şeklinde hacimsel genişlemeye sahip Bianchi I modeline ait metrik potansiyeller

$$A(t) = (n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}} \quad (4.27)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp\left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)}\right] \quad (4.28)$$

$$C(t) = \frac{1}{\sqrt{c_3}} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp\left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)}\right] \quad (4.29)$$

şeklinde elde edilir. Elde edilen metrik potansiyel (4.1) denkleminde kullanırsa yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + (n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}} dx^2 + c_3 (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp\left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)}\right] dy^2 + \frac{1}{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp\left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)}\right] dz^2 \quad (4.30)$$

olarak yazılabilir.

(4.27), (4.28) ve (4.29) denklemlerinde çözümleri verilen metrik potansiyeller (4.14) denkleminde kullanıldığında kütesiz skaler alan potansiyeli,

$$\phi = a + \frac{b(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \quad (4.31)$$

olur. (4.27), (4.28) ve (4.29) çözümlerinin ve (4.31) ile verilen skaler alan potansiyelinin (4.9) veya (4.10) denklemlerinde kullanılmasıyla kozmik akışkanın basıncı,

$$p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{3}{4} \frac{\ell^2 (2n + 6mn - 6m - 3 + 4nm^2 - 12m^2)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)^2} \quad (4.32)$$

olmaktadır. Basınç ve skaler alan potansiyeli (4.8)'de kullanırsa kozmik nötrino enerji yoğunluğu

$$\chi = \frac{3\ell^2}{2} \frac{(3-n)(2m-1)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)} \quad (4.33)$$

elde edilir. (4.31), (4.33) denklemlerinin (4.11) ile verilen alan denkleminde dikkate alınması akışkanın enerji yoğunluğunu,

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{3}{4} \frac{\ell^2 (6m + 2nm + 9 - 2n + 4nm^2 - 12m^2)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)^2} \quad (4.34)$$

verir. Ayrıca metrik potansiyel çözümleri ve (4.33) ile verilen kozmik nötrino yoğunluğu (4.12) denkleminde kullanılırsa,

$$q_1 = \frac{3\ell^2 (3-n)(1-2m)(n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}-2}}{2(1+m)} \quad (4.35)$$

olarak elde edilir.

4.1.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akışı içeren Bianchi I uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum

Bu bölümde, evrenin hacmindeki üstel genişlemenin ($n = 0$ durumu), evrenin evrimi sırasında fiziksel ve kinematik niceliklere yaptığı etkiler incelendi.

Bu amaçla, (4.22), (4.25) ve (4.26) denklemleri birlikte kullanıldığında üstel genişlemeye sahip Bianchi I tip kozmolojik modeli için metrik potansiyeller

$$A(t) = c_2^{\frac{3m}{m+1}} \exp\left[\frac{3m\ell}{m+1} t\right] \quad (4.36)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3} c_2^{\frac{3}{2(m+1)}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t - \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] \quad (4.37)$$

$$C(t) = \frac{c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}}{\sqrt{c_3}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t + \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] \quad (4.38)$$

olarak elde edilir. Bu durum için yay elemanı tekrar yazılırsa,

$$ds^2 = -dt^2 + c_2^{\frac{6m}{m+1}} \exp\left[\frac{6m\ell}{m+1} t\right] dx^2 + c_3 c_2^{\frac{3}{m+1}} \exp\left[\frac{3\ell}{m+1} t - \frac{c_4}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] dy^2 + \frac{c_2^{\frac{3}{m+1}}}{c_3} \exp\left[\frac{3\ell}{m+1} t + \frac{c_4}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] dz^2 \quad (4.39)$$

olur.

Böylece üstel genişlemeye sahip Bianchi I uzay zamanı için yukarıda elde edilmiş olan metrik potansiyel çözümleri (4.14) denkleminde kullanılarak kütleli skaler alan potansiyeli

$$\phi = a - \frac{b}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}} \quad (4.40)$$

elde edilip, (4.9) veya (4.10) denkleminde kullanılırsa basınç,

$$p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \quad (4.41)$$

olur. Yukarıda elde edilen skaler alan fonksiyonu ve basınç değeri (4.36), (4.37) ve (4.38) denklemleriyle birlikte (4.8) denkleminde kullanılırsa kozmik nötrino enerji yoğunluğunun

$$\chi = \frac{9\ell^2(2m-1)}{2(m+1)} \quad (4.42)$$

sabit bir değer olduğu görülür.

Aynı zamanda evrenin yoğunluk fonksiyonu, elde edilen kütsüz skaler alan fonksiyonu, kozmik nötrino yoğunluğu ve (4.36), (4.37), (4.38) metrik potansiyelleri yardımıyla aşağıdaki gibi

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{9\ell^2(4m^2 - 2m - 3)}{4(m+1)^2} \quad (4.43)$$

verilebilir. Çözümün x-yönündeki ısı akı vektörü, (4.36) ve (4.42) 'te verilen metrik potansiyel ve kozmik nötrino yoğunluğunun (4.12) denkleminde kullanılmasıyla elde edilir

$$q_1 = \frac{9\ell^2(1-2m)c_{2\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}}{2(m+1)}. \quad (4.44)$$

4.2. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütsüz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi II Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri

Burada kozmik nötrino, ideal akışkan, kütsüz skaler alan, ısı akısı içeren homojen ve anizotrop Bianchi II uzay zamanı için Einstein alan denklemleri elde edildi ve bu durum için evreni tanımlayan nicelikler tanımlanmaya çalışıldı. Bu amaçla başlangıç noktası olarak Bianchi II uzay zamanı için yay elamanı A, B ve C sadece kozmik zaman t 'nin fonksiyonu olan üzere metrik potansiyeller olmak üzere aşağıda verilmiştir:

$$ds^2 = -dt^2 + A^2(dx - zdy)^2 + B^2 dy^2 + C^2 dz^2. \quad (4.45)$$

Bu geometriye şekil veren madde formu olarak (4.2) ile verilen enerji momentum

tensörü dikkate alındı. (4.2) enerji momentum tensörü ve (4.45) yay elemanı ile birlikte denklem (4.7)' de kullanılırsa, sıfırdan farklı Einstein alan denklemleri

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{3A^2}{4B^2C^2} = -p - \chi - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.46)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{A^2}{4B^2C^2} = -p - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.47)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{A^2}{4B^2C^2} = -p - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.48)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{A^2}{4B^2C^2} = \rho_p + \chi + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.49)$$

$$\frac{z^2q_1}{B^2} + \frac{q_1}{A^2} + \frac{\chi}{A} + \frac{zq_2}{B^2} = 0 \quad (4.50)$$

$$\frac{q_2}{B^2} + \frac{zq_1}{B^2} = 0 \quad (4.51)$$

sekiz bilinmeyenli ve altı denklemden oluşan bir denklem sistemi verir. Bununla birlikte (4.3), (4.4) ve (4.5) koşulları bu çözüm için de geçerlidir.

Yukarıdaki alan denklemleri incelendiğinde Bianchi II uzay zamanı (4.2) madde formu için x ve y koordinatlarının her ikisinde birden ısı akısına olanak sağladığı görülür.

Bu denklem sisteminin çözümü için bir önceki çözümde kullanılma sebepleriyle birlikte verilen koşullar tekrar kullanılmıştır. Bu tip çözümlerde evrenin hacmindeki artışın kuvvet yasası ve üstel şekilde gerçekleştiği bir önceki bölümde gösterilmiştir. Dolayısıyla kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi II uzay zamanı da (4.24) ve (4.25) denklemlerinin dikkate alındığı iki alt başlıkta incelenmiştir.

4.2.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi II uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum

Daha önceki bölümde Bianchi I uzay zamanı kullanılarak elde edilen denklem (4.9) ve (4.10)'un farkı, Bianchi II uzay zamanı için elde edilen (4.47) ve (4.48) denklemlerinin farkıyla aynıdır. Bu durumda (4.26) ile verilen ifade bu kozmolojik model içinde geçerli olacaktır. Çözüm için kullanılan yardımcı koşulların da aynı olması, Bianchi I çözümünde

elde edilen metrik potansiyellerle aynı

$$A(t) = (n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}} \quad (4.52)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.53)$$

$$C(t) = \frac{1}{\sqrt{c_3}} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.54)$$

değerleri verir. Metrik potansiyel çözümleri (4.45) 'te yerine yazılırsa yay elemanı

$$ds^2 = dt^2 + (n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}} (dx - zdy)^2 + c_3 (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} dy^2 \quad (4.55)$$

$$+ \frac{1}{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} dz^2$$

olmaktadır.

(4.52), (4.53) ve (4.54) denklemlerindeki metrik potansiyeller (4.14) denkleminde kullanıldığında kütlelesiz skaler alan potansiyeli,

$$\phi = a + \frac{b(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \quad (4.56)$$

şeklindedir. (4.52), (4.53) ve (4.54) çözümlerinin ve (4.56) skaler alan potansiyeli denklem (4.48) ' de kullanılmasıyla akışkanın sahip olduğu basınç,

$$p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{1}{4} (n\ell t + c_1)^{\frac{6(m-1)}{n(1+m)}} \quad (4.57)$$

$$+ \frac{3}{4} \frac{\ell^2 (2n + 6mn - 6m - 3 + 4nm^2 - 12m^2)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)^2}$$

olarak verilir. Basınç, skaler alan potansiyeli ile birlikte (4.46)'da dikkate alınırsa kozmik

nötrino yoğunluğu

$$\chi = \frac{3\ell^2}{2} \frac{(3-n)(2m-1)}{(n\ell t + c_1)^2(m+1)} + (n\ell t + c_1)^{\frac{6(m-1)}{n(1+m)}} \quad (4.58)$$

olur. (4.56), (4.58) denklemlerinin, (4.49) denkleminde yerlerine yazılması ile kozmik akışkanın enerji parçacık yoğunluğu,

$$\begin{aligned} \rho_p = & -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{5}{4}(n\ell t + c_1)^{\frac{6(m-1)}{n(1+m)}} \\ & + \frac{3}{4} \frac{\ell^2(6m + 2nm + 9 - 2n + 4nm^2 - 12m^2)}{(n\ell t + c_1)^2(m+1)^2} \end{aligned} \quad (4.59)$$

olur. Daha sonra (4.52), (4.53) ve (4.54) ile verilen çözümler (4.58) ile verilen kozmik nötrino yoğunluğu (4.50) ve (4.51) denklemlerin ikisinde birden dikkate alınarak x ve y yönündeki ısı akıları sırasıyla,

$$q_1 = \frac{3\ell^2(2m-1)(n-3)(n\ell t + c_1)^{\frac{3m-2n-2nm}{n(m+1)}}}{2(m+1)} - (n\ell t + c_1)^{\frac{3(3m-2)}{n(1+m)}} \quad (4.60)$$

$$q_2 = z \left(\frac{3\ell^2(2m-1)(3-n)(n\ell t + c_1)^{\frac{3m-2n-2nm}{n(m+1)}}}{2(m+1)} + (n\ell t + c_1)^{\frac{3(3m-2)}{n(1+m)}} \right) \quad (4.61)$$

ile verilir.

4.2.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütesiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi II uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum

Bianchi tipi II uzay zamanı evrimi sırasında üstel genişlemeye sahip olduğunda, böyle bir evreni tanımlayan fiziksel nicelikler aşağıdaki eşitliklerle verilebilir.

Öncelikle fiziksel niceliklerin çözümleri için gerekli olan metrik potansiyel çözümleri (4.22), (4.25) ve (4.26) denklemlerin $n = 0$ için birlikte kullanılmasıyla üstel genişlemeye sahip Bianchi II tipi uzay zamanı için metrik potansiyeller

$$A(t) = c_2^{\frac{3m}{m+1}} \exp \left[\frac{3m\ell}{(m+1)} t \right] \quad (4.62)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3 c_2^{2(m+1)}} \exp \left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t - \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}} \right] \quad (4.63)$$

$$C(t) = \frac{c_2^{2(m+1)}}{\sqrt{c_3}} \exp \left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t + \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}} \right] \quad (4.64)$$

olarak elde edilir.

Bu çözümler (4.45) yay elemanında yazılırsa,

$$ds^2 = -dt^2 + (n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}} (dx - zdy)^2 + c_3 (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \right] dy^2 \quad (4.65)$$

$$+ \frac{1}{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \right] dz^2$$

olduğu görülür. Daha sonra bu kozmolojik modelin fiziksel nicelikleri adım adım elde edilebilir. Öncelikle (4.62), (4.63) ve (4.64) metrik potansiyelleri (4.14)'te yerine yazılırsa kütlelesiz skaler alan potansiyeli

$$\phi = a - \frac{b}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}} \quad (4.66)$$

olarak elde edilir. Bu çözüme ait basınç değeri ise metrik potansiyellerin ve skaler alan potansiyelinin, (4.47) denkleminde yerine yazılmasıyla,

$$p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \quad (4.67)$$

olur. (4.66) ve (4.67) çözümleri (4.46)'de kullanılırsa kozmik nötrino yoğunluğu

$$\chi = \frac{9\ell^2(2m-1)}{2(m+1)} + c_2^{\frac{6(m-1)}{m+1}} e^{\frac{6\ell t(m-1)}{m+1}} \quad (4.68)$$

olmaktadır.

Bu çözümün kozmik modeli tanımlayan parçacık yoğunluğu değeri ise metrik potansiyeller, (4.67) ile verilen akışkan basıncı ve (4.68) kozmik nötrino yoğunluğu, (4.49) ile verilen alan denkleminde kullanıldığında aşağıdaki gibi elde edilebilir

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{5}{4} c_2^{\frac{6m-6}{m+1}} e^{\frac{6\ell t(m-1)}{m+1}} - \frac{9\ell^2(4m^2 - 2m - 3)}{4(m+1)^2}. \quad (4.69)$$

Bianchi II tipi uzay zamanının (4.2) ile verilen madde içeriğiyle birlikte incelenmesinde ortaya çıkan x ve y yönlerindeki ısı akıları aşağıdaki gibi elde edilir

$$q_1 = \frac{9\ell^2(1-2m)c_2^{\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}}{2(m+1)} - c_2^{\frac{3(3m-2)}{m+1}} e^{\frac{3\ell t(3m-2)}{m+1}}, \quad (4.70)$$

$$q_2 = z \left(\frac{9\ell^2(2m-1)c_2^{\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}}{2(m+1)} + c_2^{\frac{3(3m-2)}{m+1}} e^{\frac{3\ell t(3m-2)}{m+1}} \right). \quad (4.71)$$

Dikkat edilirse, Bianchi II uzay zamanı için elde edilen kuvvet yasası tipi genişleme ve üstel genişlemeye sahip çözümlerin her ikisinde birden x yönündeki q_1 ısı akısı yalnızca t kozmik zamana bağlı iken y yönündeki q_2 ısı akısı hem z uzaysal hem de t zaman koordinatlarının her ikisine de bağlıdır.

4.3. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlesiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi III Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri

Bu tez çalışmasının üçüncü bölümünde (4.2) madde formunun eğrilik kazandırdığı uzay zaman olarak Bianchi III uzay zamanı ele alınacaktır ve böyle bir evrende kinematik nicelikler daha önce incelenen çözümlerdekiyle aynı olmakla birlikte farklı değerlere sahip fiziksel parametreler elde edilip, incelenecektir. Bu bölümde kullanılan Bianchi III uzay zamanı için yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dx^2 + e^{-2\alpha x} B^2 dy^2 + C^2 dz^2 \quad (4.72)$$

şeklindedir. Burada A, B ve C sadece kozmik zaman t 'nin fonksiyonu olan metrik potansiyellerdir.

Bu uzay zamanının eğrilik kaynağı olarak (4.2) madde formu kullanılmıştır. Bu durumda Einstein alan denklemlerinin sıfırdan farklı bileşenleri, (4.7) denklemi kullanılarak aşağıdaki denklem sistemiyle

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = -p - \chi - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.73)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = -p - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.74)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.75)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{\alpha^2}{A^2} = \rho_p + \chi + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$$

$$\alpha \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) = q_1 + \chi A \quad (4.77)$$

verilir. Bu denklemlerden (4.74) ve (4.75)'in farkı alındığında metrik potansiyeller arasında

$$B = c_4 C \exp\left(c_3 \int V^{-1} dt\right) + \int \frac{\alpha^2 \left(\int V^{\frac{1-m}{1+m}} dt \right)}{V} dt \quad (4.78)$$

bağıntısı elde edilir. Aynı zamanda, yukarıdaki denklem sistemi A, B, C, p, χ , ρ , q_1 olmak üzere yedi bilinmeyenli beş denklemden oluşur. Bu denklem sisteminin çözümünü elde etmek için kullanılan iki koşul önceki çözümlerde de kullanılan ortalama Hubble parametresi ve uzay zamanlarda var olan anizotropiden kaynaklanan ve (4.22) ile verilen bağıntıdır. Dolayısıyla çözüm daha önceden de olduğu gibi iki alt başlıkta incelenebilir.

4.3.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akışı içeren Bianchi III uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum

(4.22), (4.24) ve (4.78) bağıntılarının birlikte incelenmesi metrik potansiyelleri, kuvvet yasası tipi genişlemeye sahip Bianchi III uzay zamanı için

$$A(t) = (n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}} \quad (4.79)$$

$$B(t) = \sqrt{c_4} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp\left[\frac{1}{4N} \left\{ M(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}} + \alpha^2 (n-3)(m+1)^2 (n\ell t + c_1)^{\frac{2n(m+1)-6m}{n(m+1)}} \right\} \right] \quad (4.80)$$

$$C(t) = \frac{1}{\sqrt{c_4}} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[-\frac{1}{4N} \left\{ M(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}} + \alpha^2 (n-3)(m+1)^2 (n\ell t + c_1)^{\frac{2n(m+1)-6m}{n(m+1)}} \right\} \right] \quad (4.81)$$

olarak verir. Burada $M = c_3 \ell (18m^2 - 18m - 6nm - 12nm^2 + 6n + 2n^2 + 4n^2m + 2n^2m^2)$ ve $N = \ell^2 (n-3)(n-3m+nm)(3-3m+n+nm)$ değerine sahiptir. Metrik potansiyel denklem (4.72) ile verilen yay elemanında kullanılıncsa

$$ds^2 = -dt^2 + (n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}} dx^2 + c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \left[\frac{1}{2N} \left(M(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}} + \alpha^2 (n-3)(m+1)^2 (n\ell t + c_1)^{\frac{2n(m+1)-6m}{n(m+1)}} \right) \right] dy^2 + \frac{1}{c_4} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[-\frac{1}{2N} \left(M(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}} + \alpha^2 (n-3)(m+1)^2 (n\ell t + c_1)^{\frac{2n(m+1)-6m}{n(m+1)}} \right) \right] dz^2 \quad (4.82)$$

olarak yeniden yazılabilir.

Elde edilen metrik potansiyeller (4.14) denkleminde kullanılarak kütesiz skaler alan potansiyeli,

$$\phi = a + \frac{b(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \quad (4.83)$$

ile verilir. Metrik potansiyeller ve (4.83) skaler alan potansiyeli (4.74)' de yerine yazıldığında böyle bir evrenin basıncı için

$$p = -\frac{c_3^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{1}{4} \frac{(m+1)^2 \alpha^4 (n\ell t + c_1)^{\frac{2(-6m+n+mn)}{n(m+1)}}}{\ell^2 (9-18m+9m^2+6n-6nm^2+n^2+2n^2m+n^2m^2)} + \alpha^2 \left(-\frac{c_3(m+1)}{2\ell(3-3m+n+nm)(n\ell t + c_1)^{\frac{3+9m-n-nm}{n(m+1)}}} + \frac{1}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}}} \right) + \frac{3}{4} \frac{\ell^2 (2n+6mn-6m-3+4nm^2-12m^2)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)^2} \quad (4.84)$$

elde edilir. (4.83) ve (4.84) eşitlikleri, (4.73)'de kullanıldığında Bianchi III uzay zamanı için kozmik nötrino yoğunluğu

$$\chi = \frac{3\ell^2}{2} \frac{(3-n)(2m-1)}{(n\ell t + c_1)^2(m+1)} - \frac{\alpha^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(1+m)}}} \quad (4.85)$$

ile verilir. Bu evrenin parçacık enerji yoğunluğu; metrik potansiyeller, kozmik nötrino yoğunluğu ve skaler alan potansiyeli (4.76) denkleminde kullanıldığında

$$\rho_p = \frac{c_3^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \alpha^2 \left[\frac{c_3(m+1)(n\ell t + c_1)}{2\ell(3-3m+n+nm)^{\frac{3+9m-n-nm}{n(m+1)}}} - \frac{1}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}}} \right]$$

$$- \frac{1}{4} \frac{(m+1)^2 \alpha^4}{\ell^2(9-18m+9m^2+6n-6nm^2+n^2+2n^2m+n^2m^2)(n\ell t + c_1)^{\frac{2(6m-n-nm)}{n(1+m)}}} \quad (4.86)$$

$$+ \frac{3\ell^2(-2n+2mn+6m+9+4nm^2-12m^2)}{4(n\ell t + c_1)^2(m+1)^2}$$

olur. (4.5) ile verilen bağıntılardan ısı akısı için geçerli olan maddenin 4-lü hızına dik olma koşulu bu modelde sadece x yönünde ısı akısına izin vermektedir:

$$q_1 = - \frac{\alpha^3(m+1)}{2\ell(3-3m+n+nm)(n\ell t + c_1)^{\frac{6m-n-nm}{n(m+1)}}}$$

$$+ \frac{\alpha^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}}} - \frac{\alpha}{2} \left[\frac{c_3}{(n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n}}} - \frac{3(2m-1)}{(n\ell t + c_1)(m+1)} \right] \quad (4.87)$$

$$+ \frac{3\ell^2(2m-1)(n-3)}{2(m+1)(n\ell t + c_1)^{\frac{-3m+2n+2nm}{n(m+1)}}}$$

4.3.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akışı içeren Bianchi III uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum

Üstel genişlemeye sahip Bianchi tipi III uzay zamanı için zamanın bir fonksiyonu olan fiziksel nicelikler bölümde elde edilmiştir.

$n = 0$ durumu ile birlikte incelenen ortalama Hubble parametresinin evrenin hacminde sağladığı üstel genişleme durumu, (4.78) bağıntısıyla birlikte incelendiğinde Bianchi III uzay zamanı için metrik potansiyelleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$A(t) = c_2^{\frac{3m}{m+1}} \exp\left[\frac{3m\ell}{(m+1)} t\right] \quad (4.88)$$

$$B(t) = \sqrt{c_4 c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}} \quad (4.89)$$

$$\exp\left[\frac{1}{36m(m-1)^2 c_2^3} \left(54\ell^3 c_2^3 m(m-1)t + 6c_3^3 \ell m(1-m^3) + \alpha^2 c_2^{\frac{3(m-1)}{m+1}} e^{-\frac{6m\ell t}{m+1}} (m+1)^3\right)\right]$$

$$C(t) = \sqrt{c_4 c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}} \quad (4.90)$$

$$\exp\left[\frac{1}{36m(m-1)^2 c_2^3} \left(54\ell^3 c_2^3 m(m-1)t - 6c_3^3 \ell m(1-m^3) - \alpha^2 c_2^{\frac{3(m-1)}{m+1}} e^{-\frac{6m\ell t}{m+1}} (m+1)^3\right)\right]$$

Elde edilen metrik potansiyeller, (4.72) ile verilen yay elemanında yazılırsa,

$$\begin{aligned} ds^2 = & -dt^2 + c_2^{\frac{6m}{m+1}} \exp\left(\frac{6m\ell}{(m+1)} t\right) dx^2 \\ & + e^{2\alpha} c_4 c_2^{\frac{3}{2(m+1)}} \exp\left[\frac{1}{18m(m-1)^2 c_2^3} \left[54\ell^3 c_2^3 m(m-1)t + 6c_3^3 \ell m(1-m^3) + \alpha^2 c_2^{\frac{3(m-1)}{m+1}} e^{-\frac{6m\ell t}{m+1}} (m+1)^3\right]\right] dy^2 \\ & + c_4 c_2^{\frac{3}{2(m+1)}} \exp\left[\frac{1}{18m(m-1)^2 c_2^3} \left[54\ell^3 c_2^3 m(m-1)t - 6c_3^3 \ell m(1-m^3) - \alpha^2 c_2^{\frac{3(m-1)}{m+1}} e^{-\frac{6m\ell t}{m+1}} (m+1)^3\right]\right] dz^2 \end{aligned} \quad (4.91)$$

şekline dönüşür.

(4.88), (4.89) ve (4.90) metrik potansiyelleri (4.14) denkleminde yerine yazılırsa kütleli skaler alan potansiyeli

$$\phi = a - \frac{b}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}} \quad (4.92)$$

ile edilir. (4.88), (4.89) ve (4.90) ile verilen metrik potansiyeller ve (4.92) kütlelesiz skaler alan potansiyeli (4.74) denkleminde yerine yazılarak bu evreni dolduran kozmik akışkanın basıncı

$$\begin{aligned} p = & -\frac{c_3^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{\alpha^4 (m+1)^2}{36(m-1)^2 \ell^2 c_2^{\frac{12m}{m+1}} e^{\frac{12m\ell t}{m+1}}} \\ & + \alpha^2 \left[\frac{1}{2c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} + \frac{(m+1)c_3}{6\ell(m-1)c_2^{\frac{3(3m+1)}{m+1}} e^{\frac{3\ell t(3m+1)}{m+1}}} \right] \\ & - \frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \end{aligned} \quad (4.93)$$

olur. Kozmik basınç, skaler alan fonksiyonu ve metrik potansiyeller (4.73) 'de dikkate alındığında

$$\chi = -\frac{\alpha^2}{2c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} + \frac{9\ell^2(2m-1)}{2(m+1)} \quad (4.94)$$

olarak elde edilir.

Ayrıca evrendeki eğrilik kaynağını oluşturan madde formununun parçacık yoğunluğu bu çözüm için; (4.88), (4.89), (4.90) metrik potansiyelleri, (4.92) skaler alan fonksiyonu ve (4.94) kozmik nötrino enerji yoğunluğu yardımı ile (4.76) denkleminde

$$\begin{aligned} \rho_p = & -\frac{c_3^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{\alpha^4 (m+1)^2}{36(m-1)^2 \ell^2 c_2^{\frac{12m}{m+1}} e^{\frac{12m\ell t}{m+1}}} \\ & + \alpha^2 \left[-\frac{1}{2c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} + \frac{(m+1)c_3}{6\ell(m-1)c_2^{\frac{3(3m+1)}{m+1}} e^{\frac{3\ell t(3m+1)}{m+1}}} \right] \\ & - \frac{9\ell^2(4m^2 - 2m - 3)}{4(m+1)^2} \end{aligned} \quad (4.95)$$

elde edilir. Son olarak da çözüme ait ısı akısını metrik potansiyeller ve kozmik nötrino yoğunluğunu (4.77) denkleminde dikkate alarak elde edilir.

$$q_1 = \frac{\alpha^3(m+1)}{6\ell(m-1)c_2 \frac{6m}{m+1} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} + \frac{\alpha^2}{2c_2 \frac{3m}{m+1} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}} \quad (4.96)$$

$$+ \left(\frac{3\ell(2m-1)}{2(m+1)} - \frac{c_3}{2c_2^3 e^{3\ell t}} \right) \alpha - \frac{9\ell^2(2m-1)c_2 \frac{3m}{m+1} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}}{2(m+1)}$$

4.4. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlesiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi V Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri

Çalışmanın dördüncü kısmında (4.2) madde formunun eğrilik kazandırdığı uzay zaman Bianchi V uzay zamanıdır. Bu amaçla kullanılan Bianchi V uzay zamanı için yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dx^2 + e^{2\alpha x} (B^2 dy^2 + C^2 dz^2) \quad (4.97)$$

ile temsil edilir. Bu yay elamanında yer alan A, B ve C zamana bağlı metrik potansiyellerdir.

Bu geometrinin eğrilik kaynağı (4.2) ile verilen madde formudur. (4.97) yay elemanı ve (4.2) madde formunun, (4.7) denkleminde kullanılmasıyla elde edilen Einstein alan denklemleri aşağıdaki gibi

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \chi - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.98)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.99)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \quad (4.100)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{3\alpha^2}{A^2} = \rho_p + \chi + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2$$

$$\alpha \left(\frac{2\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} \right) = -q_1 - \chi A \quad (4.102)$$

elde edilir. Bu denklemlerin oluşturulması sırasında (4.3), (4.4) ve (4.5) ile verilen koşullar dikkate alınmıştır. Bianchi V uzay zamanı ve (4.2) madde formu için elde edilen bu denklemlerden (4.99) ve (4.100)'nın farkı, (4.26) denklemiyle aynı bağıntıyı verir. A, B, C, ρ , χ , ρ , q_1 olmak üzere yedi bilinmeyen içeren bu beş denklemin birlikte çözümü için ortalama Hubble parametresi ve uzay zamanın anizotropisinden kaynaklanan $A = (BC)^m$ bağıntısı dikkate alındığında, evrenin hacimsel genişlemesi diğer çözümlerdeki gibi kuvvet yasası ve üstel olarak gerçekleşir. Kuvvet yasası ve üstel genişlemenin ayrı ayrı dikkate alındığı çözümler aşağıda verilmiştir.

4.4.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akışı içeren Bianchi V uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum

(4.22), (4.24) ve (4.26) denklemleri birlikte incelenirse, kuvvet yasası tip genişlemeye sahip Bianchi V tipi evrende metrik potansiyeller,

$$A(t) = (n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}} \quad (4.103)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.104)$$

$$C(t) = \frac{1}{\sqrt{c_3}} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.105)$$

şeklinde dir. (4.103), (4.104) ve (4.105) çözümleri (4.97) ile temsil edilen yay elemanında kullanılırsa,

$$ds^2 = -dt^2 + (n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}} dx^2 + e^{2\alpha x} c_3 (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp\left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)}\right] dy^2$$

$$+ e^{2\alpha x} \frac{1}{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp\left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)}\right] dz^2 \quad (4.106)$$

ile yeniden yazılır.

(4.14) denkleminde yukarıdaki metrik potansiyellerin yerine yazılmasıyla kütlelesiz skaler alan potansiyeli,

$$\phi = a + \frac{b(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \quad (4.107)$$

olur. (4.107) ile verilen skaler alan potansiyeli ile metrik potansiyeller (4.99)' da kullanılırsa kozmik basınç

$$p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(1+m)}}}$$

$$+ \frac{3\ell^2(2n + 6mn - 6m - 3 + 4nm^2 - 12m^2)}{4(n\ell t + c_1)^2(m+1)^2} \quad (4.108)$$

olur. Elde edilen bu değer ve skaler alan potansiyeli (4.101) denkleminde yerine yazılarak maddenin kozmik nötrino yoğunluğu

$$\chi = \frac{3\ell^2}{2} \frac{(3-n)(2m-1)}{(n\ell t + c_1)^2(m+1)} \quad (4.109)$$

olarak elde edilir. (4.107), (4.108) ve (4.109) denklemleri (4.101) ile verilen alan denkleminde kullanılırsa böyle bir evrende zamanın bir fonksiyonu olan parçacık enerji yoğunluğu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{3\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(1+m)}}}$$

$$+ \frac{3\ell^2(6m + 2nm + 9 - 2n + 4nm^2 - 12m^2)}{4(n\ell t + c_1)^2(m+1)^2} \quad (4.110)$$

Bu kozmik modele ait ısı akı vektörü yukarıda verilen kozmik nötrino ve metrik potansiyeller kullanılarak

$$q_1 = \frac{3(1-2m)}{(1+m)} \left(\frac{(3-n)}{2(n\ell t + c_1)^{2-\frac{3m}{n(m+1)}}} + \frac{\alpha\ell}{(n\ell t + c_1)} \right) \quad (4.111)$$

ile elde edilir.

4.4.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi V uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum

$n = 0$ için üstel genişlemeye sahip kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi V uzay zamanı, fiziksel nicelikleri aşağıda elde edilmiştir.

İlk olarak (4.22), (4.25) ve (4.26) denklemleri birlikte çözümlerse,

$$A(t) = c_2^{\frac{3m}{m+1}} \exp\left[\frac{3m\ell}{m+1} t\right] \quad (4.112)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3 c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t - \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] \quad (4.113)$$

$$C(t) = \frac{c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}}{\sqrt{c_3}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t + \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] \quad (4.114)$$

ile verilir. Elde edilen metrik potansiyeller, (4.97) yay elemanında kullanılırsa,

$$ds^2 = -dt^2 + c_2^{\frac{6m}{m+1}} \exp\left[\frac{6m\ell}{m+1} t\right] dx^2 + e^{2\alpha} c_3 c_2^{\frac{3}{m+1}} \exp\left[\frac{3\ell}{m+1} t - \frac{c_4}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] dy^2 + e^{2\alpha} \frac{c_2^{\frac{3}{m+1}}}{c_3} \exp\left[\frac{3\ell}{m+1} t + \frac{c_4}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] dz^2 \quad (4.115)$$

olur.

Metrik potansiyeller ve (4.14) denkleminde kütleli skaler alan potansiyeli için

$$\phi = a - \frac{b}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}} \quad (4.116)$$

çözümü elde edilir. (4.112), (4.113) ve (4.114) metrik potansiyelleri ve (4.99) kütlelesiz skaler alan potansiyeli, (4.105) denkleminde kullanılırsa akışkan basıncı

$$p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} + \frac{\alpha^2}{c_2^{m+1} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} - \frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \quad (4.117)$$

olur. Kozmik basınç, skaler fonksiyonu metrik potansiyeller (4.98) 'de yerine yazılırsa kozmik nötrino yoğunluğu,

$$\chi = \frac{9\ell^2(2m-1)}{2(m+1)} \quad (4.118)$$

sabit bir fonksiyon olarak elde edilir.

Evreni dolduran madde formuna ait parçacık yoğunluğu ise (4.101) denkleminde metrik potansiyeller, skaler alan fonksiyonu ve nötrino yoğunluğu kullanılarak

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{3\alpha^2}{c_2^{m+1} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} - \frac{9\ell^2(4m^2 - 2m - 3)}{4(m+1)^2} \quad (4.119)$$

elde edilir. Bu kozmik modelin x yönündeki ısı akısı ise (4.112), (4.113) ve (4.114) metrik potansiyelleri ve (4.118) kozmik enerji yoğunluğunun, (4.102)'de dikkate alınması

$$q_1 = \frac{3(1-2m)}{(m+1)} \left(\frac{3\ell^2 c_2^{\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}}{2} + \alpha\ell \right) \quad (4.120)$$

ile elde edilir.

4.5. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlelesiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi VI₀ Uzay Zamanı İçin Alan Denklemleri ve Çözümleri

Çalışmanın bu kısmında (4.2) madde formu, Bianchi VI₀ uzay zamanı ile birlikte dikkate alınmış, Einstein alan denklemleri elde edilip çözümleri aranmıştır. Bianchi VI₀ uzay zamanı için yay elemanı

$$ds^2 = dt^2 + A^2 dx^2 + e^{2\alpha x} B^2 dy^2 + e^{-2\alpha x} C^2 dz^2 \quad (4.121)$$

ile verir. Burada A, B ve C zamana bağlı metrik potansiyellerdir.

(4.2) ile verilen madde karışımı, Bianchi VI₀ uzay zamanının eğrilik kaynağı olup, (4.7) denkleminde (4.121) yay elemanı ile birlikte dikkate alınırsa bu bölüme ait Einstein alan denklemleri

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \chi - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.122)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.123)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.124)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{\alpha^2}{A^2} = \rho_p + \chi + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.125)$$

$$\alpha \left(\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} \right) - q_1 - \chi A = 0 \quad (4.126)$$

elde edilir. Bu denklemlerde de (4.3), (4.4)ve (4.5) koşulları diğer çözümlerde olduğu gibi aynen geçerlidir. Yukarıdaki alan denklemlerinden (4.123) ve (4.124)'ün farkı (4.26) bağıntısıyla aynıdır. A, B, C, p, χ , ρ , q_1 olmak üzere yedi bilinmeyenli beş denklem içeren bu denklem sisteminin çözümü, (4.22) ile verilen metrik potansiyeller arası bağıntı ve ortalama Hubble parametresi kullanılarak elde edildi ve aşağıdaki alt başlıklarda çözüm detaylı olarak anlatılmıştır.

4.5.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akışı içeren Bianchi VI₀ uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum

$n \neq 0$ ve $n \neq 3$ koşullarıyla birlikte (4.22), (4.24) ve (4.26) denklemleri dikkate alındığında kuvvet yasası tip genişlemeye sahip Bianchi VI₀ uzay zamanı için metrik potansiyeller,

$$A(t) = (n/t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}} \quad (4.127)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.128)$$

$$C(t) = \frac{1}{\sqrt{c_3}} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.129)$$

gibi verilir. Bu metrik potansiyellerin (4.121) ile verilen edilen yay elemanında yerine yazılmasıyla

$$ds^2 = -dt^2 + (n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}} dx^2 + e^{2\alpha x} c_3 (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \right] dy^2 \\ + e^{-2\alpha x} \frac{1}{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \right] dz^2 \quad (4.130)$$

olur. Yukarıdaki metrik potansiyeller ile (4.14) denkleminde skaler alan potansiyeli,

$$\phi = a + \frac{b(n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \quad (4.131)$$

elde edilir. (4.127), (4.128), (4.129) ve (4.131) çözümleri yardımıyla (4.123) denkleminde evreni dolduran kozmik akışkanın basıncı

$$p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}}} \\ + \frac{3}{4} \frac{\ell^2 (2n + 6mn - 6m - 3 + 4nm^2 - 12m^2)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)^2} \quad (4.132)$$

olur. Basıncı, skaler alan potansiyeli ve metrik potansiyeller, (4.122) alan denkleminde kullanılırsa kozmik nötrino yoğunluğu,

$$\chi = \frac{3\ell^2}{2} \frac{(3-n)(2m-1)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)} - \frac{2\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}}} \quad (4.133)$$

şeklindedir. Metrik potansiyeller, skaler alan fonksiyonu ve kozmik nötrino yoğunlukları, (4.125) ile verilen alan denkleminde dikkate alınrsa parçacık enerji yoğunluğu,

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(1+m)}}} + \frac{3}{4} \frac{\ell^2 (6m + 2nm + 9 - 2n + 4nm^2 - 12m^2)}{(n\ell t + c_1)^2 (m+1)^2} \quad (4.134)$$

elde edilebilir. x yönünde ihmal edilemeyen ısı akısı ise kozmik nötrino ve metrik potansiyeller, (4.126) denkleminde birlikte incelendiğinde

$$q_1 = \frac{2\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}}} + \frac{\alpha c_4}{(n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n}}} + \frac{3\ell^2(1-2m)(3-n)}{2(1+m)(n\ell t + c_1)^2 - \frac{3m}{n(m+1)}} \quad (4.135)$$

şeklinde verilir.

4.5.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütesiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi VI₀ uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum

n = 0 durumuyla birlikte (4.22), (4.25) ve (4.26) denklemleri dikkate alındığında üstel genişlemeye sahip kozmik nötrino, ideal akışkan, kütesiz skaler alan, ısı akısı içeren Bianchi VI₀ için kozmik modeli tanımlayan fiziksel ve kinematik nicelikler aşağıda verilmiştir.

Böyle bir model için (4.22), (4.25) ve (4.26) denklemlerinden metrik potansiyeller elde edilebilir

$$A(t) = c_2^{\frac{3m}{m+1}} \exp\left[\frac{3m\ell}{m+1} t\right] \quad (4.136)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3} c_2^{\frac{3}{2(m+1)}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t - \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] \quad (4.137)$$

$$C(t) = \frac{c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}}{\sqrt{c_3}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t + \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right]. \quad (4.138)$$

Elde edilen metrik potansiyeller, (4.121) yay elemanında yerine yazıldığında,

$$ds^2 = dt^2 + c_2^{\frac{6m}{m+1}} \exp\left[\frac{6m\ell}{m+1}t\right] dx^2 + e^{2\alpha x} c_3 c_2^{\frac{3}{m+1}} \exp\left[\frac{3\ell}{m+1}t\right] \frac{c_4}{3\ell c_2^3} e^{3\ell t} dy^2 + e^{-2\alpha x} \frac{c_2^{\frac{3}{m+1}}}{c_3} \exp\left[\frac{3\ell}{m+1}t + \frac{c_4}{3\ell c_2^3} e^{3\ell t}\right] dz^2 \quad (4.139)$$

olur. Metrik potansiyeller ve (4.14) denkleminde kütlesiz skaler alan potansiyeli üstel genişlemeye sahip böyle bir model için,

$$\phi = a - \frac{b}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}} \quad (4.140)$$

olur. Yukarıdaki metrik potansiyeller ve (4.140) ile verilen kütlesiz skaler alan potansiyeli, (4.123)'de yerine yazılırsa modelin sahip olduğu basınç

$$p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} + \frac{\alpha^2}{c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} - \frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \quad (4.141)$$

olur. (4.140), (4.141) ve elde edilen metrik potansiyeller (4.122)'de kullanılırsa kozmik nötrino yoğunluğu

$$\chi = -\frac{2\alpha^2}{c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} + \frac{9\ell^2(2m-1)}{2(m+1)} \quad (4.142)$$

elde edilebilir. Metrik potansiyeller, (4.140) ve (4.141) ile verilen çözümler (4.125) denkleminde dikkate alınırsa evrende eğriliğin kaynağı olan parçacık enerji yoğunluğu

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{b^2}{2c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{\alpha^2}{c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} - \frac{9\ell^2(4m^2 - 2m - 3)}{4(m+1)^2} \quad (4.143)$$

ile verilir. x yönünde varolan ısı akısı değeri (4.126) denklemini ve metrik potansiyeller yardımı ile

$$q_1 = \frac{\alpha c_4}{c_2^3 e^{3\ell t}} + \frac{2\alpha^2}{c_2^{\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}} - \frac{9\ell^2(2m-1)c_2^{\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}}{2(m+1)} \quad (4.144)$$

bulunabilir.

4.6. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kozmik Sicim İçeren Bianchi V Uzak Zamanı Alan Denklemleri ve Çözümleri

Bu bölümde kozmik nötrino, kozmik sicim ve ideal akışkan içeren Bianchi V uzay zamanı için Einstein alan denklemleri elde edilmiştir. Bianchi V uzay zamanı için yay elemanı

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dx^2 + e^{2\alpha x} (B^2 dy^2 + C^2 dz^2) \quad (4.145)$$

ile verir. Burada A, B ve C yalnızca zamana bağlı metrik potansiyellerdir. Bu uzay zamanın eğrilik kaynağı ise

$$T_{ik} = (\rho + p)u_i u_k + p g_{ik} + \chi l_i l_k - \lambda x_i x_k \quad (4.146)$$

ile verilen madde karışımıdır. (4.145) ve (4.146) ile verilen eşitlikler (4.7) denkleminde değerlendirilirse Einstein alan denklemlerinin sıfırdan farklı bileşenleri,

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p - \chi + \lambda \quad (4.147)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p \quad (4.148)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\alpha^2}{A^2} = -p \quad (4.149)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{3\alpha^2}{A^2} = \rho + \chi \quad (4.150)$$

$$\alpha \left(\frac{2\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} \right) = -\chi A \quad (4.151)$$

A, B, C, p, χ , ρ , λ bilinmeyenler olmak üzere yedi bilinmeyenli bir denklem sistemi oluşturur. Bu denklem sistemi oluşturulurken

$$u^i = (0,0,0,1), \quad l^i = (A^{-1},0,0,1) \quad l_i = (A,0,0,-1) \quad (4.152)$$

$$u^i \cdot u_i = -1 = u^i \cdot \ell_i = -x^i \cdot x_i \quad \ell_i \cdot \ell^i = 0 = u^i \cdot x_i \quad (4.153)$$

koşulları dikkate alınmıştır. Yukarıda verilen Einstein alan denklemlerinin çözümü diğer bölümlerde olduğu gibi ortalama Hubble parametresi ve (4.22) bağıntısı kullanılarak elde edilmiştir. Kullanılan bu bağıntılar aracılığıyla elde edilen (4.24) ve (4.25) hacim değerleri bu kozmolojik modelin iki kısımda incelenmesini olanak sağlamaktadır.

4.6.1. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kozmik sicim içeren Bianchi V uzay zamanının kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip olduğu durum

Kozmik nötrino, ideal akışkan, kozmik sicim içeren Bianchi V uzay zamanı için yukarıda elde edilen denklem sistemi $n \neq 0$ ve $n \neq 3$ durumunda (4.22), (4.24) ve (4.26) denklemleri ile birlikte dikkate alındığında, kuvvet yasası tipi hacimsel genişlemeye sahip Bianchi V uzay zamanı için metrik potansiyeller,

$$A(t) = (n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}} \quad (4.154)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.155)$$

$$C(t) = \frac{1}{\sqrt{c_3}} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{2n(m+1)}} \exp \left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{2\ell(n-3)} \right] \quad (4.156)$$

olarak elde edilir. Bu metrik potansiyellerin (4.145) denkleminde yerine yazılırsa yay elemanı,

$$ds^2 = -dt^2 + (n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(m+1)}} dx^2 + e^{2\alpha x} c_3 (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \left[\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \right] dy^2 + e^{2\alpha x} \frac{1}{c_3} (n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n(m+1)}} \exp \left[-\frac{c_4 (n\ell t + c_1)^{\frac{n-3}{n}}}{\ell(n-3)} \right] dz^2 \quad (4.157)$$

olur. (4.154), (4.155), (4.156) yardımıyla (4.148) denkleminde evreni dolduran kozmik akışkanın basıncının

$$p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(1+m)}}} \quad (4.158)$$

$$+ \frac{3\ell^2(2n + 6mn - 6m - 3 + 4nm^2 - 12m^2)}{4(n\ell t + c_1)^2(m+1)^2}$$

olduğu görülür. Metrik potansiyeller (4.151) alan denkleminde kullanılırsa kozmik nötrino yoğunluğu,

$$\chi = \frac{-3\alpha\ell(2m-1)}{(m+1)(n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}+1}} \quad (4.159)$$

şeklindedir. Metrik potansiyeller ve (4.159) kozmik nötrino yoğunluğu (4.150) denkleminde kullanılırsa parçacık enerji yoğunluğu,

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} - \frac{b^2}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{\alpha^2}{(n\ell t + c_1)^{\frac{6m}{n(1+m)}}} \quad (4.160)$$

$$+ \frac{3\ell^2(6m + 2nm + 9 - 2n + 4nm^2 - 12m^2)}{4(n\ell t + c_1)^2(m+1)^2}$$

elde edilebilir. Kozmik nötrino yoğunluğu, basınç ve metrik potansiyeller (4.147) denkleminde yerine yazılırsa kozmik sicimlerin gerilim yoğunluğunu

$$\lambda = \frac{3\ell^2}{2} \frac{(n-3)(2m-1)}{(n\ell t + c_1)^2(m+1)} - \frac{3\alpha\ell(2m-1)}{(m+1)(n\ell t + c_1)^{\frac{3m}{n(m+1)}+1}} \quad (4.161)$$

olarak elde edilir.

4.6.2. Kozmik nötrino, ideal akışkan, kozmik sicim içeren Bianchi V uzay zamanının üstel genişlemeye sahip olduğu durum

(4.22), (4.25) ve (4.26) bağıntıları, $n = 0$ ile birlikte incelendiğinde hacimsel olarak üstel genişlemeye sahip olan evrene ait fiziksel ve kinematik nicelikler bu bölümde elde edilmiştir.

(4.22), (4.25) ve (4.26) bağıntılarının birlikte çözümü ile metrik potansiyeller

$$A(t) = c_2^{\frac{3m}{m+1}} \exp\left[\frac{3m\ell}{(m+1)} t\right] \quad (4.162)$$

$$B(t) = \sqrt{c_3 c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t - \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] \quad (4.163)$$

$$C(t) = \frac{c_2^{\frac{3}{2(m+1)}}}{\sqrt{c_3}} \exp\left[\frac{3\ell}{2(m+1)} t + \frac{c_4}{6\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right]. \quad (4.164)$$

bulunabilir. Metrik potansiyeller, (4.145) denkleminde kullanılırsa yay elemanı

$$\begin{aligned} ds^2 = dt^2 + c_2^{\frac{6m}{m+1}} \exp\left[\frac{6m\ell}{(m+1)} t\right] dx^2 + e^{2\alpha} c_3 c_2^{\frac{3}{m+1}} \exp\left[\frac{3\ell}{(m+1)} t - \frac{c_4}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] dy^2 \\ + e^{2\alpha} \frac{c_2^{\frac{3}{m+1}}}{c_3} \exp\left[\frac{3\ell}{(m+1)} t + \frac{c_4}{3\ell c_2^3 e^{3\ell t}}\right] dz^2 \end{aligned} \quad (4.165)$$

olarak tekrar yazılabilir. Elde edilen metrik potansiyellerin (4.148)' de yerine yazılmasıyla evrendeki akışkanın basıncı,

$$p = \frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} + \frac{\alpha^2}{c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} - \frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \quad (4.166)$$

olmaktadır. Kozmik nötrino yoğunluğu ise (4.151) denkleminde metrik potansiyeller yardımıyla elde edilir ve

$$\chi = -\frac{3\alpha\ell(2m-1)}{(m+1)c_2^{\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}} \quad (4.167)$$

ile verilir. (4.150) denkleminde, kozmik nötrino yoğunluğu ve metrik potansiyeller aracılığıyla evrendeki parçacık yoğunluğunu

$$\rho_p = -\frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} - \frac{3\alpha^2}{c_2^{\frac{6m}{m+1}} e^{\frac{6m\ell t}{m+1}}} + \frac{3\alpha\ell(2m-1)}{(m+1)c_2^{\frac{3m}{m+1}} e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}} + \frac{9\ell^2(4m+1)}{4(m+1)^2} \quad (4.168)$$

tanımlanabilir. Kozmik sicimlerin gerilim yoğunluğu ise (4.147) denkleminde, elde edilen diğer fiziksel nicelikler kullanılarak

$$\lambda = -\frac{3\alpha\ell(2m-1)}{(m+1)c_2^{\frac{3m}{m+1}}e^{\frac{3m\ell t}{m+1}}} - \frac{9\ell^2(2m-1)}{2(m+1)} \quad (4.169)$$

verilir.

4.7. Bianchi I-II-II-V-VI₀ Uzay Zamanlarının Kinematik Nicelikleri

Bu bölümde çalışmada kullanılan uzay zamanlara ait kinematik nicelikler verilmiştir. Bianchi I-II-V-VI₀ uzay zamanlarının kinematik nicelikleri aynı değere sahip iken Bianchi III uzay zamanı için kinematik nicelikler farklı değere sahiptir. Kinematik nicelikler ilk olarak kuvvet yasası şeklinde genişlemeye sahip durum, daha sonra üstel genişlemeye sahip durum için elde edilmiştir.

4.7.1. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip Bianchi I-II-II-V-VI₀ uzay zamanlarının kinematik nicelikleri

Oluşturulan kozmolojik modellere ait fiziksel nicelikler yanında kozmolojik bir modeli tanımlayan kinematik niceliklerden genişleme skaleri, shear skaleri ve ortalama anizotropi parametresi, kuvvet yasası tip genişlemeye sahip Bianchi I-II-V-VI₀ uzay zamanları için elde edilen metrik potansiyellerin, sırasıyla (4.15), (4.16) ve (4.17) denklemlerinde kullanılmasıyla aşağıdaki formda elde edilirler (Pradhan ve ark, 2011):

$$\theta = \frac{3\ell}{n\ell t + c_1} \quad (4.170)$$

$$\sigma^2 = \frac{c_4^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{3\ell^2(2m-1)^2}{4(m+1)(n\ell t + c_1)^2} \quad (4.171)$$

$$\bar{A} = \frac{1}{6\ell^2} c_4^2 (n\ell t + c_1)^{\frac{2(n-3)}{n}} + \frac{(2m-1)^2}{2(m+1)^2} \quad (4.172)$$

Ayrıca Bianchi I-II-V-VI₀ uzay zamanlarına ait metrik potansiyel çözümleri, (4.20) ve (4.21) denklemlerinde kullanıldığında yönsel Hubble parametreleri Bianchi I-II-V-VI₀ uzay zamanları için aşağıda verildiği gibi

$$H_x = \frac{3m\ell}{(1+m)(n\ell t + c_1)} \quad (4.173)$$

$$H_y = \frac{3\ell}{2(1+m)(n\ell t + c_1)} + \frac{c_4}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n}}} \quad (4.174)$$

$$H_z = \frac{3\ell}{2(1+m)(n\ell t + c_1)} - \frac{c_4}{2(n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n}}} \quad (4.175)$$

elde edilir, bu durumda ortalama Hubble parametresi

$$H = \frac{\ell}{(n\ell t + c_1)} \quad (4.176)$$

olarak verilir.

Yukarıda görüldüğü elde edilen genişleme skaleri, shear skaleri, ortalama anizotropi parametresi, yönsel Hubble parametreleri ve ortalama Hubble parametresi Bianchi I-II-V-VI₀ uzay zamanları için aynı forma sahiptir. Bianchi III uzay zamanının sahip olduğu genişleme skaleri, shear skaleri ve anizotropi parametresi ise sırasıyla aşağıda verildiği gibidir.

$$\theta = \frac{3\ell}{n\ell t + c_1} \quad (4.177)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & + \frac{c_3^2}{4(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{3\ell^2(2m-1)^2}{4(m+1)^2(n\ell t + c_1)^2} \\ & + \frac{\alpha^4(m+1)^2}{\ell^2(3-3m+n+nm)^2(n\ell t + c_1)^{\frac{12m-2n-2nm}{n(m+1)}}} + \frac{\alpha^2 c_3(m+1)}{2\ell(3-3m+n+nm)(n\ell t + c_1)^{\frac{3+9m-n-nm}{n(m+1)}}} \end{aligned} \quad (4.178)$$

$$\begin{aligned} \bar{A} = & \frac{c_3^2}{6\ell^2(n\ell t + c_1)^{\frac{6}{n}}} + \frac{(2m-1)^2}{2(m+1)^2} \\ & + \frac{\alpha^4(m+1)^2}{6\ell^4(3-3m+n+nm)^2(n\ell t + c_1)^{\frac{12m-4n(m+1)}{n(m+1)}}} \\ & + \frac{\alpha^2 c_3(m+1)}{3\ell^3(3-3m+n+nm)(n\ell t + c_1)^{\frac{9m+3-3n-3nm}{n(m+1)}}} + \end{aligned} \quad (4.179)$$

Bianchi III uzay zamanına ait yönsel Hubble parametreleri ve ortalama Hubble

parametresi ise (4.20) ve (4.21) denklemlerinden

$$H_x = \frac{3m\ell}{(1+m)(n\ell t + c_1)} \quad (4.180)$$

$$H_y = \frac{\alpha^2(m+1)(n\ell t + c_1)^{\frac{6m+n+nm}{n(m+1)}}}{2\ell(3-3m+n+nm)} + \frac{3\ell}{2(1+m)}(n\ell t + c_1)^{-1} + \frac{c_3}{2}(n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n}} \quad (4.181)$$

$$H_z = \frac{\alpha^2(m+1)(n\ell t + c_1)^{\frac{6m+n+nm}{n(m+1)}}}{2\ell(3-3m+n+nm)} + \frac{3\ell}{2(1+m)}(n\ell t + c_1)^{-1} - \frac{c_3}{2}(n\ell t + c_1)^{\frac{3}{n}} \quad (4.182)$$

$$H = \frac{\ell}{(n\ell t + c_1)} \quad (4.183)$$

olarak elde edilir.

4.7.2. Üstel tip genişlemeye sahip Bianchi I-II-II-V-VI₀ uzay zamanlarının kinematik nicelikleri

Kinematik nicelikler, üstel genişleme durumunda Bianchi I-II-V-VI₀ uzay zamanları için (4.15), (4.16) ve (4.17) denklemlerinde, elde edilen metrik potansiyellerin yerine yazılmasıyla elde edilirler. Böylece sırasıyla genişleme skaleri,

$$\theta = 3\ell \quad (4.184)$$

shear skaleri,

$$\sigma^2 = \frac{3\ell^2(2m-1)^2}{4(m+1)^2} + \frac{c_4^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} \quad (4.185)$$

ortalama anizotropi,

$$\bar{A} = \frac{(2m-1)^2}{2(m+1)^2} + \frac{c_4^2}{6\ell^2 c_2^6 e^{6\ell t}} \quad (4.186)$$

ile verilir. Üstel genişlemeye sahip Bianchi I-II-V-VI₀ uzay zamanları için (4.20) denkleminde yönsel Hubble parametreleri aşağıdaki gibi

$$H_x = \frac{3m\ell}{m+1} \quad (4.187)$$

$$H_y = \frac{3\ell}{2(m+1)} + \frac{c_4}{2c_2^3} e^{-3\ell t} \quad (4.188)$$

$$H_z = \frac{3\ell}{2(m+1)} - \frac{c_4}{2c_2^3} e^{-3\ell t} \quad (4.189)$$

elde edilir ve bu sonuçların (4.21)' de kullanılmasıyla ortalama Hubble parametresi

$$H = \ell \quad (4.190)$$

olarak verilirler.

Üstel genişlemeye sahip Bianchi III uzay zamanı için elde edilen metrik potansiyeller (4.15), (4.16) ve (4.17) denklemlerinde kullanılırsa kozmik modeli tanımlayan, genişleme skaleri, shear skaleri ve anizotropi parametresi sırasıyla

$$\theta = 3\ell \quad (4.191)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & \frac{\alpha^4(1+m)^2}{36\ell^2(m-1)^2 c_2 \frac{12m}{(1+m)} e^{\frac{12m\ell t}{(m+1)}}} - \frac{\alpha^2(m+1)c_3}{\ell(m-1)c_2 \frac{3(m+3)}{(m+1)} e^{\frac{3\ell t(3m+1)}{(m+1)}}} \\ & + \frac{c_3^2}{4c_2^6 e^{6\ell t}} + \frac{3\ell^2(2m-1)^2}{4(m+1)^2} \end{aligned} \quad (4.192)$$

$$\begin{aligned} \bar{A} = & \frac{\alpha^4(1+m)^2}{54\ell^4(m-1)^2 c_2 \frac{12m}{(1+m)} e^{\frac{12m\ell t}{(m+1)}}} - \frac{\alpha^2(m+1)c_3}{9\ell^3(m-1)c_2 \frac{3(3m+1)}{(m+1)} e^{\frac{3\ell t(1+3m)}{(m+1)}}} \\ & + \frac{c_3^2}{6\ell^2 c_2^6 e^{6\ell t}} + \frac{(2m-1)^2}{2(m+1)^2} \end{aligned} \quad (4.193)$$

olarak verilir. Bu durumda yönsel Hubble parametreleri ve ortalama Hubble parametresi ise (4.20) ve (4.21) denklemlerinden

$$H_x = \frac{3m\ell}{m+1} \quad (4.194)$$

$$H_z = -\frac{(1+m)\alpha^2}{6\ell(m-1)c_2^{-\frac{6m}{m+1}}e^{\frac{6m\ell t}{(m+1)}}} + \frac{3\ell}{2(m+1)} + \frac{c_3}{2c_2^3 e^{3\ell t}} \quad (4.195)$$

$$H_z = \frac{(1+m)\alpha^2}{6\ell(m-1)c_2^{-\frac{6m}{m+1}}e^{\frac{6m\ell t}{(m+1)}}} + \frac{3\ell}{2(m+1)} - \frac{c_3}{2c_2^3 e^{3\ell t}} \quad (4.196)$$

$$H = \ell \quad (4.197)$$

elde edilir.

BÖLÜM 5

SONUÇ VE YORUMLAR

Wilkinson mikrodalga anizotropi uydusu (WMAP) evrenin başlangıcından arda kalan fosil ışınım üzerinde yapılan duyarlı araştırmalar sonucu evrenin madde içeriği, evrenin genişleme oranını veren Hubble parametresi değeri, evrenin bundan sonraki muhtemel durumu hakkında bilgi vermenin yanı sıra evrende ihmal edilemez anizotropinin varlığını göstermiştir (Komatsu ve ark, 2009). Dolayısıyla evrende varolan bu anizotropi Bianchi uzay zamanları başta olmak üzere anizotropiyi dikkate alan uzay zamanları değerli kılmış ve farklı madde formu içerikleriyle oluşturulan modeller genel relativite ve kozmoloji çerçevesinde birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır. Bununla birlikte bu çalışmanın da temel inceleme konusu olan evrenin erken safhalarında ortaya çıkan kozmik nötrinolar, WMAP çalışmalarında, kozmik mikrodalga fon aracılığıyla elde edilmiştir. Evrenin ışınım baskın döneminde bol miktarda bulunan, büyük patlamadan sonra parçacık ve atomların oluşmasına zemin hazırlayan nötrinolar evrenin detaylı incelemesinde büyük öneme sahiptir.

Bu amaçla çalışmamızda kozmik nötrino içeren madde karışımlarıyla birlikte bazı Bianchi tipi uzay zamanları inceledik. Araştırmada Bianchi tipi I - II – III – V ve VI₀ uzay zamanları kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan ve ısı akışı madde formuyla birlikte incelenirken, kozmik nötrino, kozmik sicim ve ideal akışkan madde içeriği yalnızca Bianchi V uzay zamanı için incelenmiştir. Çalışmada dikkate alınan enerji momentum tensörlerinde genellikle kozmik nötrinodan dolayı ortaya çıkan diagonal dışı elemanların varlığı, bazı Bianchi uzay zamanlarıyla oluşturulan G_{ik} Einstein tensöründeki diagonal dışı terimlerin varlığı (Bianchi III, V, VI₀ modelleri) kozmik nötrino yoğunluğunun bulunduğunu göstermektedir.

Elde edilen denklemlerin çözümleri aranırken, kullanılan uzay zamanların anizotropik olduğu göz önünde bulundurulmuş ve aynı zamanda ortalama Hubble parametresi dikkate alınmıştır. Çalışmada bu iki ön koşulun kullanılmasıyla elde edilen tüm çözümlerde, evrenin hacimsel genişleme için kabul gören, denklem (4.24) ile verilen kuvvet tipi ve denklem (4.25) ile verilen üstel genişlemeyi sağladığı görülür. Bununla birlikte elde edilen tüm çözümlerde aynı yöntem kullanıldığından kinematik nicelikler aynı fonksiyonla temsil edilmektedir.

Bu iki modelden kuvvet tipi genişlemeye sahip olanların tümünde $t = t_0 = -\frac{c_1}{n\ell}$ değerinde kozmik uzaysal hacim sıfır olur. Modellere ait genişleme skaleri değeri

incelendiğinde $t = t_0$ anında, evrenin sonsuz bir genişleme oranıyla evrimleşmeye başlar. Bununla birlikte, $t = t_0$ da modellerin ölçek parametresi sıfır olmaktadır. Burada genelliği bozmaksızın $c_1 = t_0 = 0$ alınabilir.

Evrenin başlangıcında $t \rightarrow 0$ iken Bianchi I–II–III–V–VI₀ uzay zamanlar kuvvet yasası tipi genişlemeye sahip olduğunda (4.170), (4.171) ve (4.172) denklemleri incelenirse sırasıyla genişleme skaleri, shear skaleri ve ortalama anizotropisi sabit değere sahiptir. $t \rightarrow \infty$ da ise genişleme skaleri, shear skaleri nicelikleri sıfır olmakla birlikte ortalama anizotropi $n < 3$ için zamanla azalarak sabit $\frac{(2m-1)^2}{2(m+1)^2}$ değerine yaklaşmaktadır.

Bu sabit, $m = \frac{1}{2}$ için sıfıra eşit olur ve böylece elde edilen tüm çözümlerin zamanla izotropiye ulaşabileceği sonucuna varılır.

Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütsüz skaler alan ve ısı akılı Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanları üstel tip genişlemeye sahip oldukları ise denklem (4.45)' den görüldüğü gibi evren sabit genişleme ile genişler. Elde edilen bu tip çözümler için denklem (4.48) incelenirse, $t \rightarrow 0$ da sabit anizotropi gözlenmekte ve zamanla azalarak $t \rightarrow \infty$ da $\frac{(2m-1)^2}{2(m+1)^2}$ değerine ulaşmaktadır. Yine bu çözümlerde de özel olarak

$m = \frac{1}{2}$ alındığında izotropi söz konusudur.

Kuvvet yasası tipi genişlemeye sahip kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ ile kozmik nötrino, kozmik sicim ve ideal akışkan içeren Bianchi V çözümleri

$$q = -\frac{\ddot{R}R}{\dot{R}^2} = n - 1 \quad (5.1)$$

şeklinde sabit olarak verilen yavaşlama parametresi ile tanımlanır. Burada q ' nun pozitif değerleri yavaşlayan evreni tanımlarken, negatif q değerleri ise hızlanan evreni tanımlar. Evrenin sabit hızlı genişlemesi ise $q = 0$ a karşılık gelir. Son dönemde yapılan Süpernova Type Ia gözlemleri (Perlmutter, 1997; John, 2004) evrenin genişlemesinin günümüzde hızlanmakta olduğunu ve yavaşlama parametresinin $-1 < q < 0$ olduğunu göstermiştir. Oluşturduğumuz modelde yavaşlama parametresi değeri gözlemlerle uygun bir şekilde seçilebilir. Denklem (5.1)' den görüleceği gibi $n < 1$ için evrenin genişlemesi hızlanır iken, $n > 1$ için ise evren genişlemesi yavaşlamaktadır. Bu durum bir sonraki bölümde detaylı

olarak verilecektir.

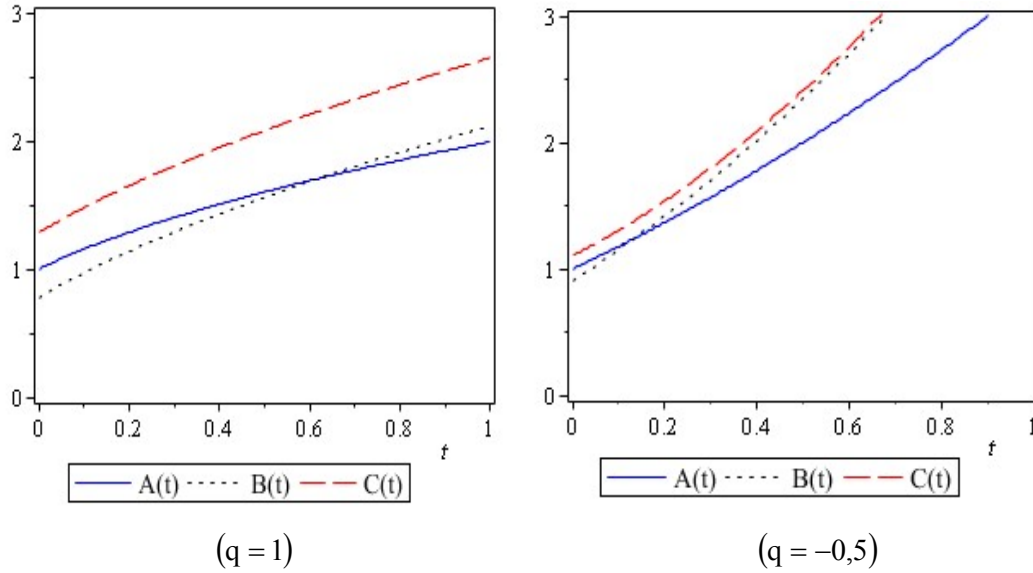
Bununla birlikte (5.1) denklemini üstel genişlemeye sahip çözümler için

$$q = -1$$

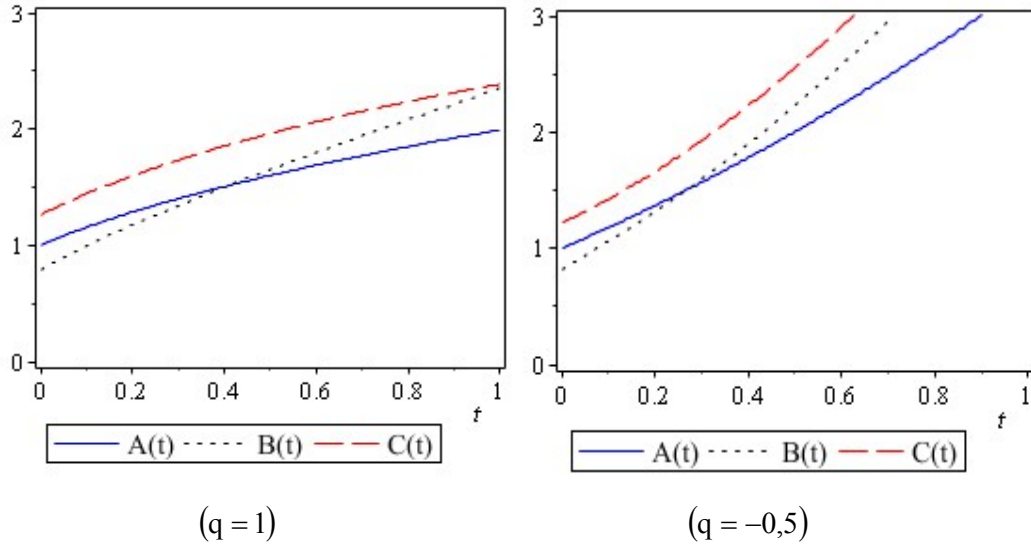
olarak elde edilir.

5.1. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütlesiz Skaler Alan, Isı Akısı İçeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ Uzak Zamanlarının Kuvvet Yasası Şeklinde Genişlemeye Sahip Olduğu Durum Yorum ve Sonuçları

Yavaşlama parametresinin alacağı pozitif ve negatif değere göre kuvvet yasası tipi genişlemeye sahip modeller için elde edilen basınç, toplam enerji yoğunluğu, kozmik nötrino yoğunluğu, ısı akısı ve skaler alan potansiyeli değerlerinin grafikleri bu bölümde verilmiştir. Bu bölümde verilen grafikler erken evrende $n = 0,5$; $m = 0,4$; $\ell = 1$; $c_1 = 1$; $c_3 = 1$; $c_4 = 1$ ve $b = 1$ için, geç evrende $n = 2$; $m = 0,4$; $\ell = 1$; $c_1 = 1$; $c_3 = 1$; $c_4 = 1$ ve $b = 1$ değerlerinde çizdirilmiştir.



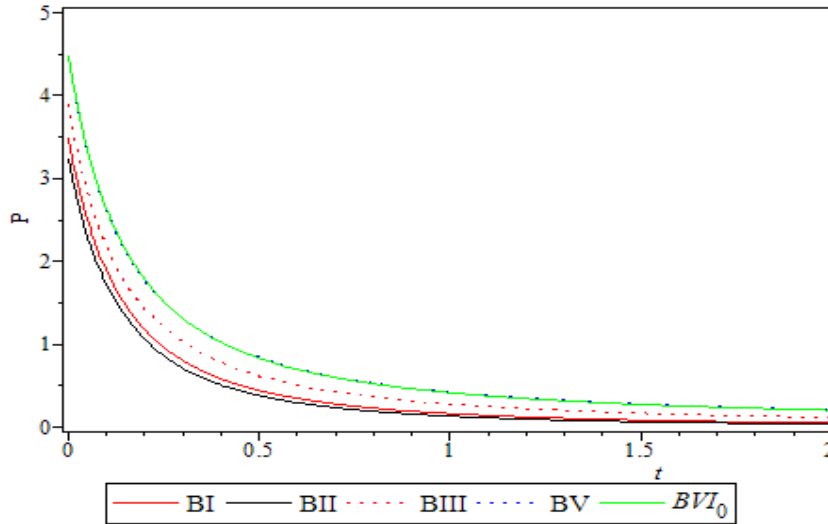
Şekil 1. Bianchi I-II-V-VI₀ uzak zamanlarına ait metrik potansiyellerin zamanla değişim grafiği.



Şekil 2. Bianchi III uzay zamanlarına ait metrik potansiyellerin zamanla değişim grafiği.

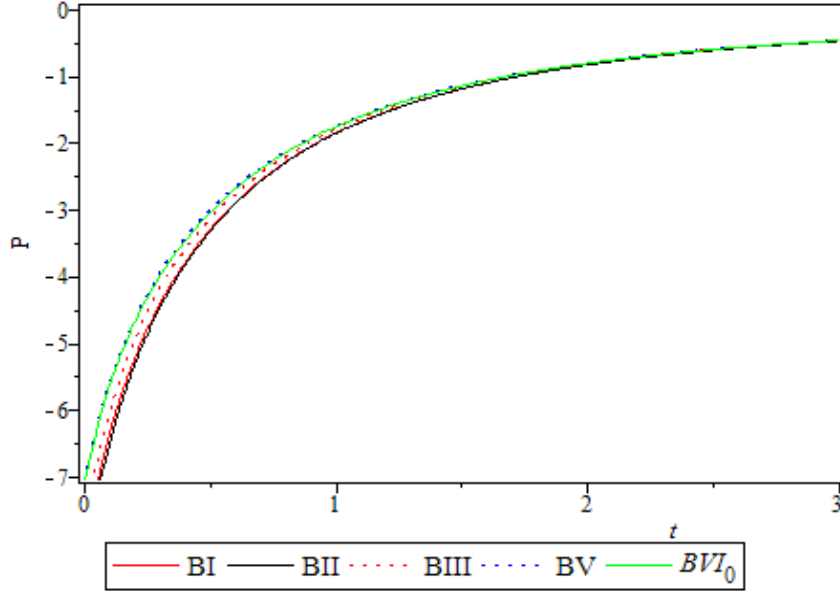
Şekil 1 ve Şekil 2 'de kuvvet yasası tipi genişlemeye sahip durumlar için elde edilen tüm metrik potansiyel çözümlerinin grafikleri hızlanan ($q = -0,5$) ve yavaşlayan ($q = 1$) evren durumları için verildi. Grafiklerden metrik potansiyellerin zamanla artışının hızlanan evren durumunda daha hızlı bir şekilde gerçekleştiği görülmektedir.

Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarında akışkan basıncının davranışları q yavaşlama parametresinin pozitif olduğu durumda zamana göre değişimi Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda basıncın zamanla değişimi ($q = 1$).

Aşağıda verilen Şekil’4 te ise kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarında akışkan basıncı yavaşlama parametresinin negatif olduğu günümüz durumunu temsil eden grafik verilmektedir.



Şekil 4. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda basıncın zamanla değişimi ($q = -0,5$).

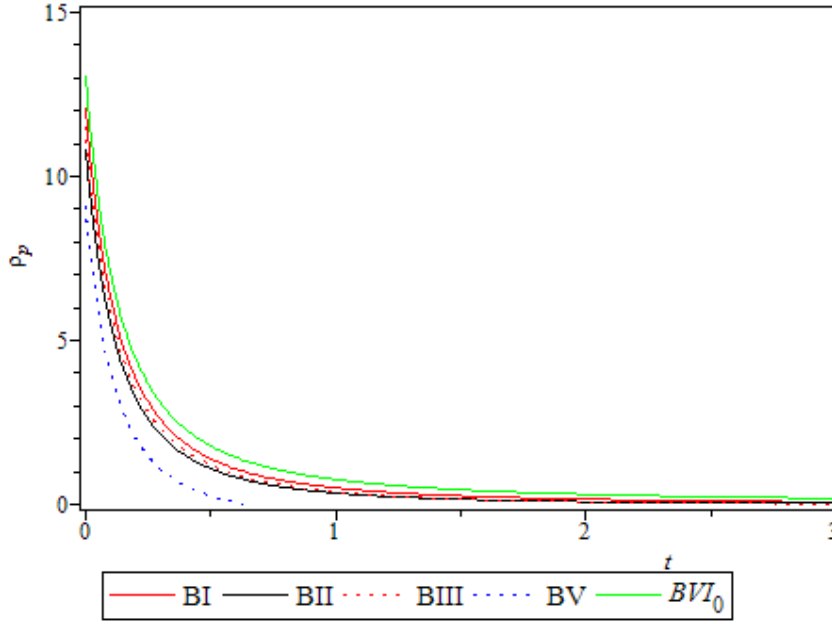
Şekil 3, Şekil 4 ve (4.114) - (4.138) denklemlerinden görüldüğü gibi kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi V ve Bianchi VI uzay zamanları için basınç aynıdır. Şekil 3 ve Şekil 4'te kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarına ait basınç fonksiyonlarının zamanla değişim grafikleri sırasıyla yavaşlayan ve hızlanan evren için çizilmiştir.

Şekil 3 incelendiğinde erken evrende ($q = 1$) kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akılı Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarında basınç değerleri sabit bir değerden başlar ve zamanla sifira yaklaşırlar. Ayrıca Bianchi I uzay zamanının basınç değerindeki azalma Bianchi II-III-V-VI₀ uzay zamanlarındakine göre daha hızlıdır. Bianchi V ve Bianchi VI₀ uzay zamanları için akışkan basıncının azalması diğer uzay zamanlara göre daha yavaş gerçekleşmektedir.

Şekil 4'te ise kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarının hızlanan evren ($q = -0,5$) durumunda negatif basınç baskındır. Bu durumda da basınç yine zamanla sifira yaklaşır. Negatif basınç evrende ivmelenmeye sebep olduğu düşünülen (Frieman ve ark., 2008) karanlık enerji

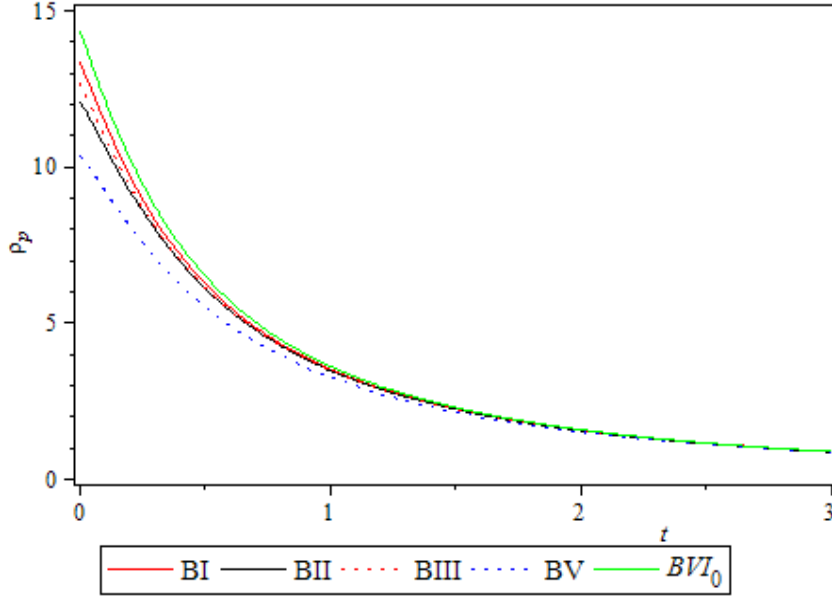
durumunun açıklanmasına katkı sağlar.

Aşağıda verilen Şekil 5 ve Şekil 6 kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarını tanımlayan parçacık yoğunluklarının zamanla değişim grafikleri verilmiştir. Erken evren durumunda modeller arası karşılaştırma yapmak için Şekil 5 ve geç evren modellerinin karşılaştırması için Şekil 6 verilmektedir.



Şekil 5. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda parçacık yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = 1$).

Şekil 5'te görüldüğü gibi $t = 0$ anında sabit bir değerden başlayan parçacık yoğunlukları zamanla azalarak sıfıra yaklaşır. Parçacık yoğunluğundaki bu azalma Bianchi V uzay zamanında diğer uzay zamanlara göre daha hızlı gerçekleşirken, Bianchi VI₀ uzay zamanında en yavaş şekilde gerçekleşir.

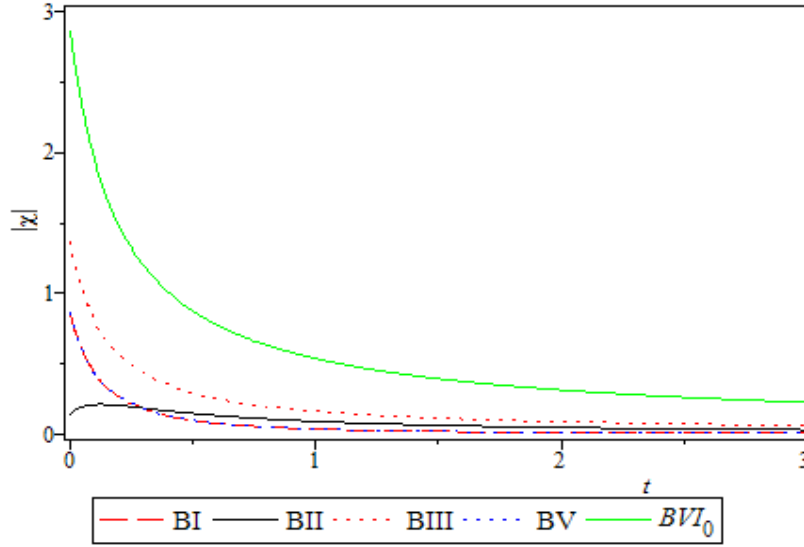


Şekil 6. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda parçacık yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = -0,5$).

Şekil 6 'da ise kuvvet yasası tipi genişlemeye sahip kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akılı çözümlerindeki parçacık yoğunlukları hızlanan evren için verildi. Hacimsel olarak genişlemelerin zamanla hızlandığı bu dönemde Bianchi V uzay zamanında parçacık yoğunluğundaki azalma daha hızlı gerçekleşmektedir. Bununla birlikte Şekil 6'dan görüldüğü gibi tüm parçacık yoğunlukları zamanla sifira yaklaşmaktadır.

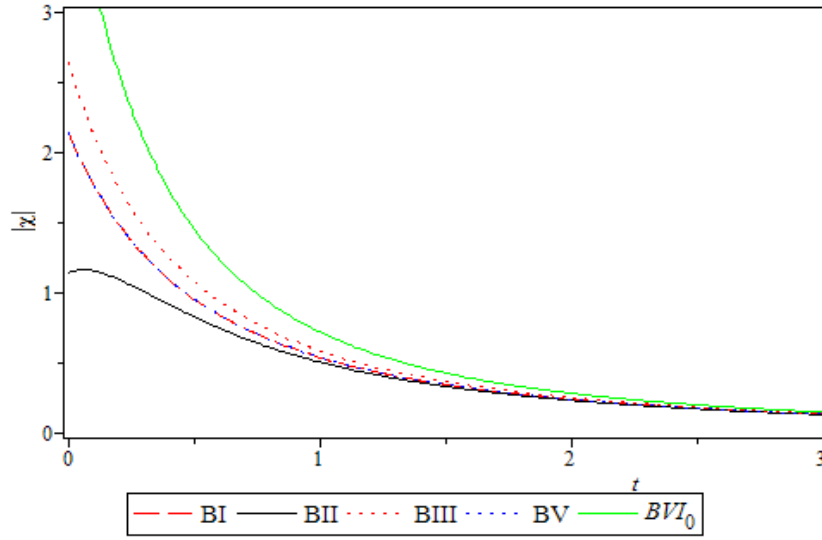
Şekil 5 ve Şekil 6 birbiriyle kıyaslandığında ise evrenin erken dönemlerindeki parçacık yoğunluğundaki azalmanın, evrenin geç dönemlerindeki azalmaya göre daha hızlı olduğu görülür.

Aşağıda verilen Şekil 7 ve Şekil 8'de kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı için kuvvet yasası tip genişlemeye sahip Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarının kozmik nötrino yoğunlukları verilmiştir.



Şekil 7. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda kozmik nötrino yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = 1$).

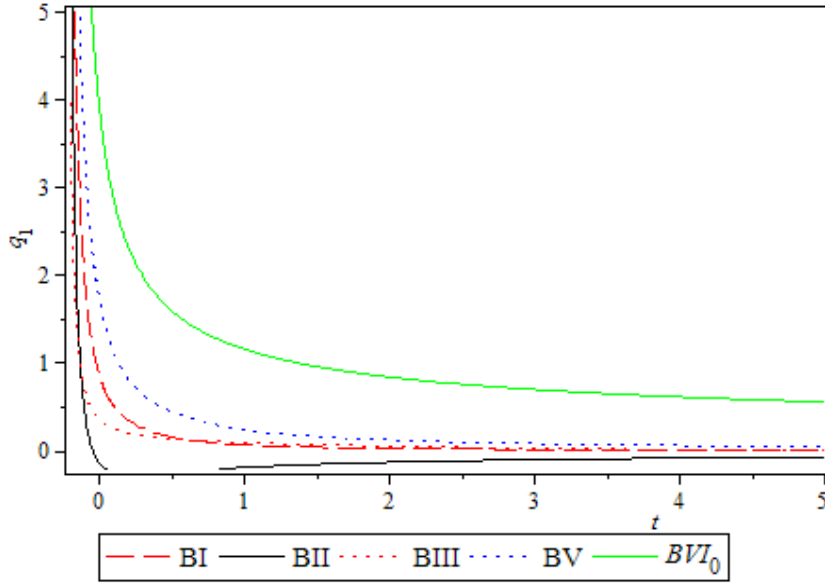
Öncelikle denklem (4.33) ve denklem (4.115)'ten görüldüğü gibi kuvvet yasası tip genişlemeye sahip kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akılı Bianchi I ve Bianchi V uzay zamanları eşit kozmik nötrino yoğunluklarına sahiptir. Bu durum Şekil 7 ile verilen grafikte de görülebilir. Bununla birlikte Bianchi VI₀ uzay zamanına ait kozmik nötrino yoğunluğu diğer uzay zamanlara göre başlangıçta daha fazladır. Ayrıca Şekil 7'den görüldüğü gibi kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarında kozmik nötrino yoğunlukları zamanla sifıra yaklaşır.



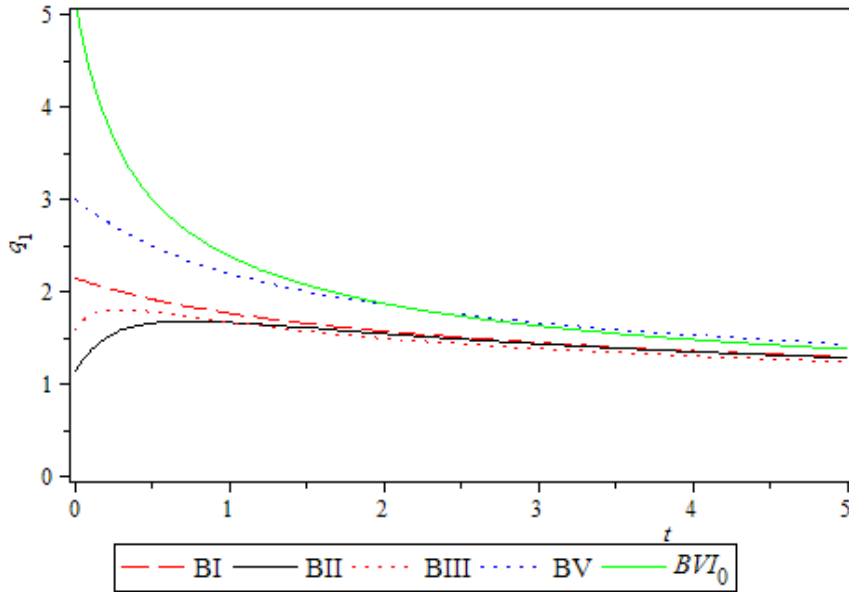
Şekil 8. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda kozmik nötrino yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = -0,5$).

Şekil 8’de Bianchi I ve Bianchi V uzay zamanlarına ait eğrilerden kozmik nötrino yoğunlukların aynı olduğu görülmektedir. Modeller başlangıç sabit kozmik nötrino yoğunluklarına sahipken zamanla bu değerler sıfıra ulaşmaktadır.

Şekil 7 ve Şekil 8 birlikte incelendiğinde kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akılı Bianchi I–II–III–V–VI₀ uzay zamanlarında kozmik nötrino yoğunlukları, evrenin erken dönemlerinde ($q = 1$), geç evrelerine göre zamanla daha hızlı bir şekilde sıfıra yaklaşır.



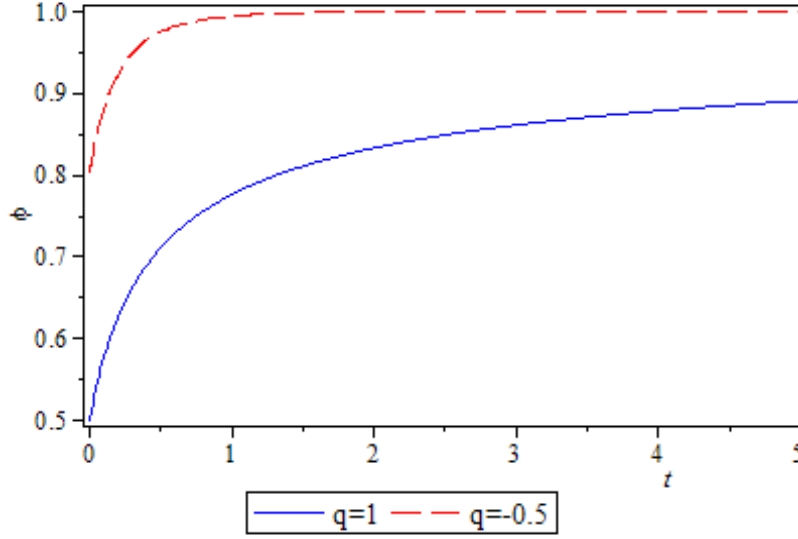
Şekil 9. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda ısı akısının zamanla değişimi ($q = 1$).



Şekil 10. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda ısı akısının zamanla değişimi ($q = -0,5$).

Şekil 9 ve Şekil 10'da kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akılı Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarında sırasıyla evrenin erken ve geç dönemleri için ısı akı yoğunluklarının grafiği verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere evrenin erken

döneminde ısı akı değerleri, çözümü elde edilen tüm uzay zamanlar için daha kısa sürede sifıra yaklaşmakta iken aynı durum geç dönemlerde daha uzun sürede ortaya çıkar. Ayrıca Şekil 9 ve Şekil 10 'da görüldüğü gibi evrenin evrimi boyunca Bianchi V uzay zamanının ısı akı değeri diğer uzay zamanlara göre daha fazladır.



Şekil 11. Skaler alan potansiyelinin zamanla değişimi.

Şekil 11'de skaler alan potansiyelinin zamanla değişim grafiği verilmiştir. Denklem (4.31- 4.64 – 4.89 – 4.113 – 4.137)'den görüldüğü gibi kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanları için verilen çözümlerde skaler alan potansiyelleri aynı değere sahiptir. Başlangıçta sabit bir değerden başlayan skaler alan fonksiyonu zamanla artar ve yine sabit değere yaklaşır. Denklem (4.31- 4.64– 4.89 – 4.113 – 4.137) ile verilen skaler alan potansiyelleri $b = 0$ durumunda sabit skaler potansiyele eşit olur ve sabit skaler alan potansiyeli elde edilen tüm kuvvet yasası tip genişlemeye sahip çözümlerin basınç, parçacık yoğunlukları üzerine etki etmemektedir.

Ayrıca kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan ve ısı akılı kuvvet yasası tip genişlemeye sahip modeller için bazı özel durumlar bir sonraki alt başlıkta irdelenmiştir.

5.1.1 Kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan ve ısı akışı kuvvet yasası tip genişlemeye sahip çözümlerde bazı özel durumlar

Bu bölümde kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akışı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanları için kozmik nötrino yoğunluklarının incelendiği bazı özel durumlar verilmiştir.

Bianchi I uzay zamanının kullanıldığı çözümde denklem (4.33) ve (4.35)'den görüldüğü üzere kozmik nötrino ve ısı akışının birlikte varlığı $m \neq \frac{1}{2}$ durumunda mümkündür.

$$\text{Bianchi II uzay-zamanı çözümünde } n \neq \frac{3(1-m)}{(m+1)} \text{ ve } \ell \neq \sqrt{\frac{2(m+1)}{3(n-3)(2m-1)}}$$

durumlarında kozmik nötrino varlığı söz konusudur.

$$\text{Bianchi III uzay zamanında } n \neq \frac{3m}{(m+1)} \text{ ve } \ell \neq \frac{\alpha(m+1)}{\sqrt{3(2m-1)}} \text{ değerleri için kozmik}$$

nötrino varlığı modeller için incelenebilir.

Bianchi V uzay zamanı, denklem (4.115) ve denklem (4.117) 'den görüldüğü üzere $m \neq \frac{1}{2}$ durumunda kozmik nötrino yoğunluğu ve ısı akışını içerir. Bu durum yukarıda verilen Bianchi I uzay zamanı ile aynıdır.

$$\text{Bianchi VI}_0 \text{ uzay zamanı ise } n \neq \frac{3m}{(m+1)} \text{ ve } \ell \neq 2\alpha \sqrt{\frac{(m+1)}{3(3-n)(2m-1)}}$$

durumlarında sıfır olmayan kozmik nötrino yoğunluğunu içerir.

5.2. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kütleli Skaler Alan, Isı Akışı İçeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ Uzay Zamanlarının Üstel Genişlemeye Sahip Olduğu Durum Yorum ve Sonuçları

Burada kozmik nötrino, ideal akışkan, kütleli skaler alan, ısı akışı içeren Bianchi I-II-III-V-VI₀ uzay zamanlarının üstel genişlemeye sahip olduğu çözümler incelenmiştir. Üstel tip genişlemeye sahip Bianchi I-II-III-V-VI₀ modelleri için denklem (5.1) ile tanımlanan yavaşlama parametresi daha önce de söylendiği gibi

$$q = -1$$

değerine eşittir. Negatif bir sabite eşit olan bu değer, üstel tip genişlemeye sahip çözümlerin, evrenin günümüzde hızlanarak genişlediği durumu açıklar. Bununla birlikte

üstel genişlemeye sahip çözümlerin ortalama Hubble parametreleri ve genişleme skaleri parametreleri sabit iken, yönsel Hubble parametreleri ise zamanla değişmektedir.

Bu tip genişlemeye sahip olan modelleri tanımlayan basınç ve yoğunluk değerleri zamana bağlı fonksiyonlardır. Evrimin sonlarına doğru modelleri tanımlayan kozmik basınç ve parçacık enerji yoğunlukları tüm modeller için aynı olup sırasıyla aşağıdaki gibi verilir:

$$p \approx -\frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \quad (5.2)$$

$$\rho_p \approx -\frac{9\ell^2(4m^2 - 2m - 3)}{4(m+1)^2} \quad (5.3)$$

Eksponansiyel genişlemeye sahip bu modellerde kozmik nötrino yoğunlukları Bianchi I ve Bianchi V uzay zamanlarında eşit ve sabit olmakla birlikte diğer uzay zamanlar için zamanla değişen fonksiyonlar şeklinde elde edilmiştir. Tüm modeller için evrenin geç dönemlerine doğru nötrino enerji yoğunluğunun,

$$\chi = \frac{9\ell^2(2m-1)}{2(m+1)} \quad (5.4)$$

olabilir. Bu sonuçlar özel olarak $m = \frac{1}{2}$ değeri için incelendiğinde,

$$p = -\rho_p \quad \text{ve} \quad \chi = 0$$

elde edilir. Böylece karanlık enerjinin hakim olduğu günümüz evreninde nötrinoların gözlenemediği sonucuna varılır ve böyle bir durum günümüzde nötrinoların gözlenememesi açıklar. Ayrıca $m = \frac{1}{2}$ için model kozmik zamanın sonlarına doğru anizotropiye ulaşır.

Tüm bunların dışında genel olarak, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akılı, hem kuvvet yasası tip genişlemeye sahip Bianchi III-V-VI₀ uzay zamanları hem de üstel genişlemeye sahip Bianchi III-V-VI₀ uzay zamanlarının basınç ve parçacık yoğunlukları $\alpha = 0$ için incelendiğinde Bianchi I uzay zamanına ait basınç ve parçacık yoğunluğu değerlerine indirgenir.

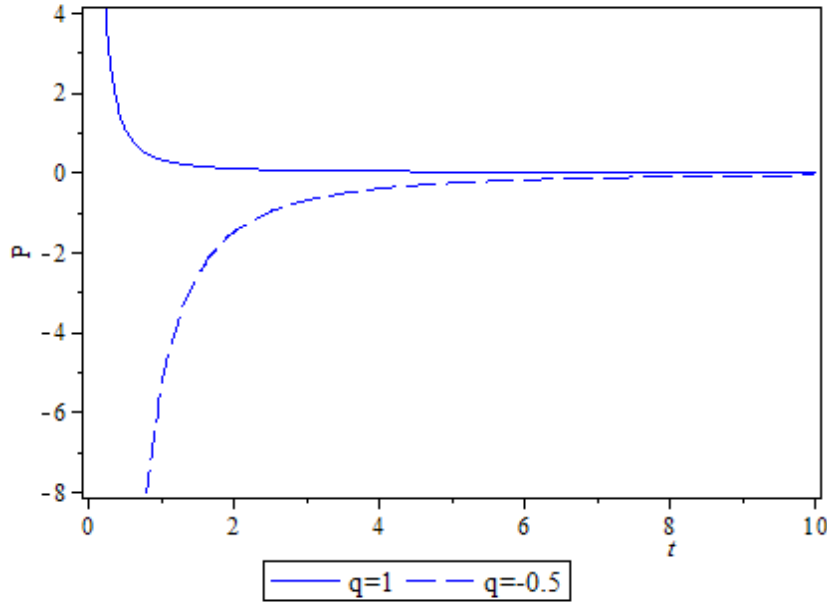
Kuvvet tipi genişlemeye ve üstel genişlemeye sahip modeller literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılırsa; Bianchi I uzay zamanı için elde edilen çözümler kozmik

nötrino, ısı akısı ve skaler alan içermediği durumda Kumar ve Singh (2007) tarafından sadece ideal akışkanlı Bianchi I uzay zamanı çözümüne indirgenir.

Bianchi V uzay zamanı çözümünde her iki durumda da skaler alan ihmal edilirse, $m = 1/2$ için Singh ve ark.(2008) tarafından elde edilen çözümü verir.

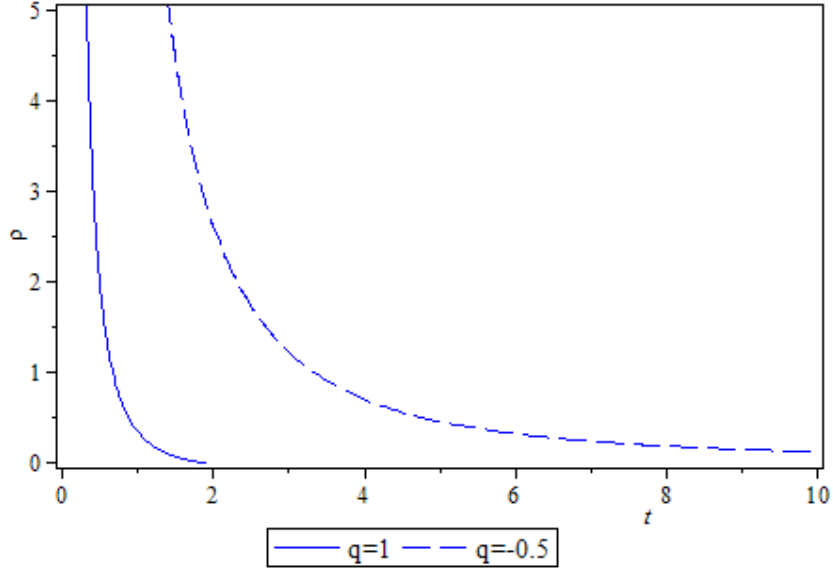
5.3. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kozmik Sicim İçeren Kuvvet Yasası Tip Genişlemeye Sahip Modellerin Sonuç ve Yorumları

Çalışmanın bu bölümünde kozmik nötrino, ideal akışkan ve kozmik sicimli Bianchi V uzay zamanına ait çözümler incelenmiştir. Denklem (5.1) ile verilen yavaşlama parametresi diğer kuvvet yasası tip genişlemeye sahip modellerde olduğu gibi $q = n - 1$ olarak elde edilir. Burada n 'in aldığı iki farklı durum için modele ait fiziksel nicelikler evrenin genişlemesinin hızlandığı ve yavaşladığı durumda incelenebilir.



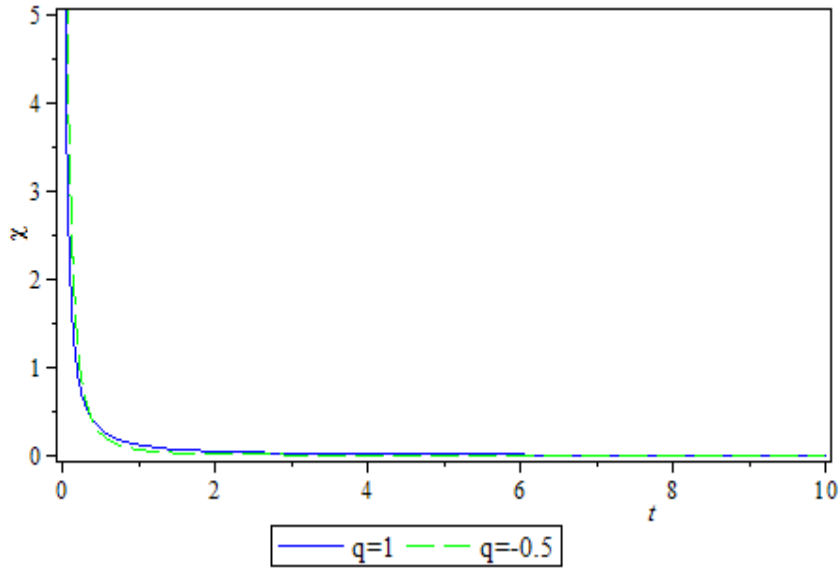
Şekil 12. Basıncın zamanla değişimi.

Şekil 12’de verilen grafikten pozitif yavaşlama parametresine sahip erken dönemlerde basınç pozitif değerli ve zamanla azalan bir fonksiyon olmakla birlikte negatif yavaşlama parametrelili günümüz evreninde negatif değerler alır ve zamanla sıfıra yaklaşır.



Şekil 13. Parçacık enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.

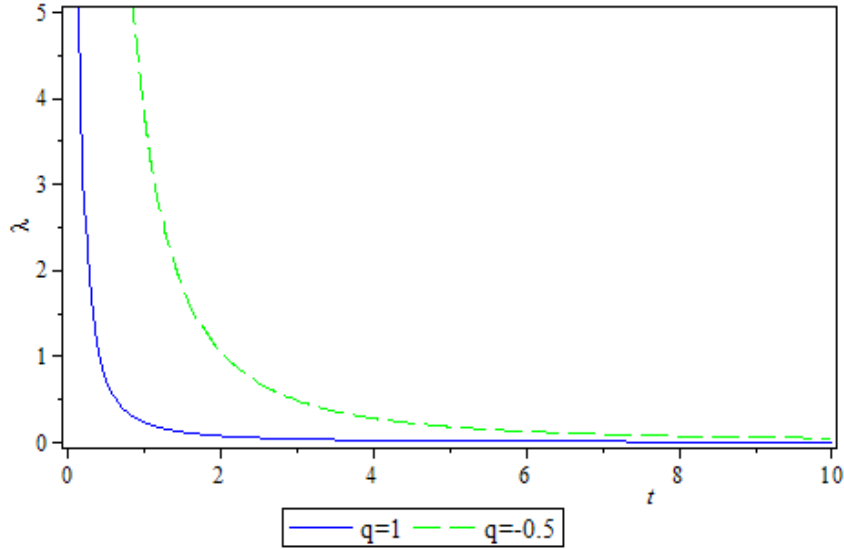
Şekil 13'te verilen parçacık enerji yoğunlukları her iki durum için zamanla azalan pozitif değerler olarak sıfıra yaklaşmaktadır. Ayrıca grafikten günümüz evrenindeki yoğunluk değişiminin erken evrene göre daha yavaş gerçekleştiğini görebiliriz.



Şekil 14. Kozmik nötrino enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.

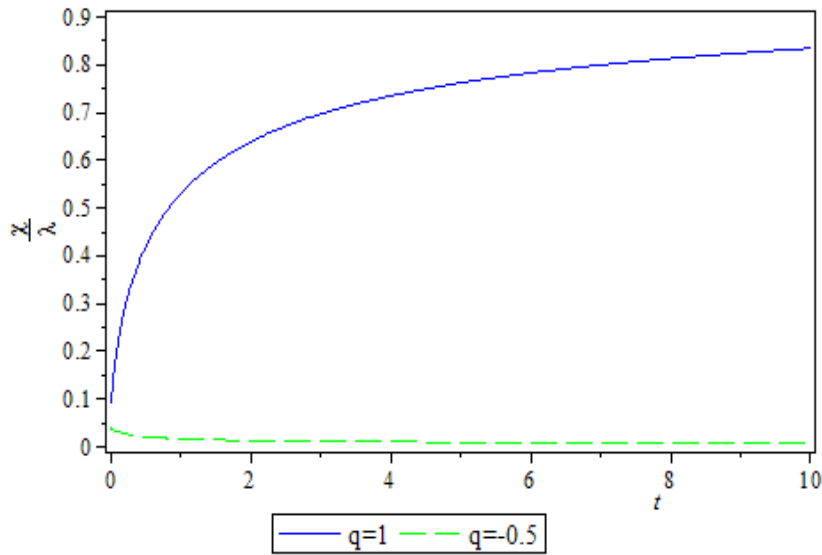
Şekil 14'ten verilen kozmik nötrino enerji yoğunluklarının zamanla değişiminin her iki evren dönemi için hemen hemen aynı şekilde gerçekleştiği görülebilir. İki durumda da

kozmetik nötrino yoğunlukları zamanla sifira yaklaşır.



Şekil 15. Kozmik sicim enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.

Şekil 15 ile verilen kozmik sicim gerilim yoğunluğu grafiğinden kozmik sicim yoğunluklarının erken evrende hızla azaldığını, geç evrende ise daha yavaş olarak azaldığını görebiliyoruz.



Şekil 16. Kozmik sicim ve kozmik nötrino yoğunlukları oranının zamanla değişimi.

Kozmik sicim ve kozmik nötrino yoğunlukları oranı Şekil 16’da verilmiştir. Bu grafikte görüldüğü gibi erken evrende bu oranın zamanla artması, sicimlerden kaynaklanan dalgalanmaların erken evrende parçacık oluşumlarına zemin hazırladığı düşüncesini akla getirmektedir. Bununla birlikte denklem (4.166) ile verilen kozmik nötrino, (4.168) ile verilen sicim gerilim yoğunluklarının oranı, $n = \frac{3m}{m+1}$ için sabit bir değere eşittir.

5.4. Kozmik Nötrino, İdeal Akışkan, Kozmik Sicim İçeren Üstel Tip Genişlemeye Sahip Modellerin Sonuç ve Yorumları

Çalışmanın bu bölümünde kozmik nötrino, ideal akışkan, kozmik sicim içeren ve evrenin hacminin üstel olarak arttığı Bianchi V uzay zamanına ait yavaşlama parametresi denklem (5.1) ile $q = -1$ olarak edilir ve bu model süpernova gözlemleriyle uyumlu olarak günümüz evrenini temsil eden bir model olarak düşünülebilir.

Dolayısıyla elde edilen çözümlerde zamanla değişen fonksiyonlar olan fiziksel nicelikler $t \rightarrow \infty$ için incelendiğinde

$$p \approx -\frac{9\ell^2(4m^2 + 2m + 1)}{4(m+1)^2} \quad (5.5)$$

$$\rho \approx \frac{9\ell^2(4m+1)}{4(m+1)^2} \quad (5.6)$$

$$\chi = 0 \quad (5.7)$$

$$\lambda \approx \frac{9\ell^2(1-2m)}{2(m+1)^2} \quad (5.8)$$

$$\sigma^2 \approx \frac{3\ell^2(2m-1)^2}{4(m+1)^2} \quad (5.9)$$

$$\bar{A} \approx \frac{(2m-1)^2}{2(m+1)^2} \quad (5.10)$$

olarak elde edilir. Bu sonuçlar $m = \frac{1}{2}$ ile birlikte incelenirse $p = -\rho$ durum denklemini ve $\lambda = 0$ durumunu verir. Böylece evrenin evriminin sonlarına doğru, kozmik sicim ve

kozmik nötrinoların yoğunluklarının zamanla azalarak yok olacağı söylenebilir.

Bu çalışmada erken evrende ihmal edilemeyen anizotropiyi içeren Bianchi uzay zamanları, aynı zamanda erken evrende bol miktarda bulunan kozmik nötrino içeren farklı madde formlarıyla birlikte incelenmiştir. Elde edilen grafiklerden görüldüğü gibi günümüz evreninde, negatif basınçlı karanlık enerji hakim fikrini de içeren kuvvet yasası tip genişlemeye sahip modeller gözlenen evreni temsil etmek için daha uygun olduğu düşünülür.

KAYNAKLAR

- Akarsu Ö. ve Kılınç C.B., 2010. Bianchi Type III Models with Anisotropic Dark Energy. *General Relativity and Gravitation* 42 (4): 763-775.
- Alimohammadi M. ve Shariati A., 1999. Neutrino Oscillation in A Space-Time with Torsion. *Modern Physics Letters A* 14 (4): 267-274.
- Allday J., 2001. *Quarks, Leptons and the Big Bang*. Institute of Physics Publishing. London.
- Alpher R.A., Follin J. W., Jr. ve Herman R.C., 1953. Physical Conditions in The Initial Stages of The Expanding Universe. *Physical Review* 92 (6): 1347-1361.
- Ayyangar B.R.N. ve Mohanty G., 1985. Interacting Massless Scalar and Source-Free Electromagnetic Fields. *Acta Physica Polonica B* 16: 13-20.
- Bali R. ve Anjali, 2004. Bianchi Type-I Bulk Viscous Fluid String Dust Magnetized Cosmological Model in General Relativity. *Pramana* 63 (3): 481-490.
- Bali R. ve Tinker S., 2009. Bianchi Type III Bulk Viscous Barotropic Fluid Cosmological Models with Variable G and Λ . *Chinese Physics Letters* 26 (2): 029802.
- Bashinsky S. ve Seljak U., 2004. Signatures of Relativistic Neutrinos in CMB Anisotropy and Matter Clustering. *Physical Review D* 69 (8): 083002.
- Bellini G. ve Ludhova L., 2012. *Neutrino Physics and Astrophysics*. IOS Press. Netherlands. p 32.
- Berman M.S., 1983. A Special Law of Variation for Hubble's Parameter. *Il Nuovo Cimento B* 74 (2): 182-186.
- Berman M.S. ve Gomide F.M., 1988. Cosmological Models with Constant Deceleration Parameter. *General Relativity and Gravitation* 20 (2): 191-198.
- Bernardeau F., Grojean C. ve Dalibard J., 2007. Particle Physics and Cosmology: The Fabric of Spacetime. *Elsevier*. 590 p.

- Bernardis F.D., Melchiorri A., Verde L. ve Jimenez R., 2008. The Cosmic Neutrino Background and The Age of The Universe. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 03: 020.
- Boehm F., Busenitz J., Cook B., Gratta G., Henrikson H., ve ark., 2001. Final Results From The Palo Verde Neutrino Oscillation Experiment. *Physical Review D* 64 (11): 112007.
- Brookfield A.W., van de Bruck C., Mota D.F. ve Tocchini-Valentini D., 2006. Cosmology with Massive Neutrinos Coupled to Dark Energy. *Physical Review Letters* 96 (6): 061301.
- Caderni N. ve Fabbri R., 1979. Neutrino Viscosity and Isotropization of Anisotropic-Curvature Cosmological Models. *Physical Review D* 20 (6): 1251–1259.
- Calkoen C.J. ve De Groot S.R., 1981. The Volume Viscosity of a Massive Neutrino Gas. *Physics Letters A* 83 (7): 319–320.
- Capozziello S. ve Lambiase G., 1999. Neutrino Oscillations in Brans-Dicke Theory of Gravity. *Modern Physics Letters A* 14 (31): 2193-2200.
- Chow T.L., 2008. *Gravity, Blackholes and Very Early Universe: An Introduction to General Relativity and Cosmology*. Springer. USA. p 201-229.
- Coles P. ve Lucchin F., 2002. *Cosmology: The Origin and Evolution of Cosmic Structure*. John Wiley & Sons. Copyright. England. 492 p.
- Collins C.B., Glass E.N. ve Wilkinson D.A., 1980. Exact Spatially Homogeneous Cosmologies. *General Relativity and Gravitation* 12 (10): 805-823.
- Commins E.D. ve Bucksbaum P.H., 1983. *Weak Interactions of Leptons and Quarks*. Cambridge University Press. USA. 473 p.
- Cowan Jr. C.L., Reines F, Harrison F.B, Kruse H.W. ve McGuire A.D., 1956. Detection of The Free Neutrino: A Confirmation. *Science* 124 (3212): 103-4.
- Cowsik R. ve McClelland J., 1972. An Upper Limit on The Neutrino Rest Mass. *Physical Review Letters* 29 (10): 669–670.

- Danby G., Gaillard J.M., Goulianos K., Lederman L.M., Mistry N., Schwartz M. ve Steinberger J., 1962. Observation of High-Energy Neutrino Reactions and The Existence of Two Kinds of Neutrinos. *Physical Review* 9 (1): 36–44.
- Das S. ve Banerjee N., 2012. Can Neutrino Viscosity Drive The Late Time Cosmic Acceleration? *International Journal of Theoretical Physics* 51 (9): 2771-2778.
- Dicus D.A., Kolb E.W., Gleeson A.W., Sudarshan E.C.G., Teplitz, V.L. ve Turner M.S., 1982. Primordial Nucleosynthesis Including Radiative, Coulomb and Finite-Temperature Corrections to Weak Rates. *Physical Review D*, 26 (10): 2694–2706.
- Dolgov A.D., 1981. Neutrinos in the Early Universe. *Soviet Journal of Nuclear Physics* 33 (5): 700-706.
- Dolgov A.D., 2002a. Big Bang Nucleosynthesis. *Nuclear Physics Proceedings Supplements* 110: 137-143.
- Dolgov A.D., 2002b. Neutrinos in Cosmology. *Physics Reports* 370 (4-5), 333-335.
- Dolgov A.D., 2008. Cosmology and Neutrino Properties. *Physics of Atomic Nuclei* 71 (12): 2152-2164.
- Dvornikov M., 2011. Neutrino Flavor Oscillations in Rotating Matter. *Azerbaijani Astronomical Journal* 9 (3): 5-17.
- Fang L.Z. ve Ruffini R., 1984. *Cosmology of The Early Universe*. World Scientific Publishing Co. Pto. Ltd.. Singapore. 305 p.
- Fermi E., 1934. Versuch Einer Theorie der β -Strahlen. I. *Zeitschrift für Physik* 88 (3-4): 161-177.
- Frieman J.A., Turner M. S. ve Huterer D., 2008. Dark Energy and The Accelerating Universe. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 46: 385-432.
- Fukuda Y., Hayakawa T., Ichihara E., Inoue K., Ishihara K. ve ark., 1998. Measurements of The Solar Neutrino Flux from Super-Kamiokande's First 300 Days. *Physical Review Letters* 81 (6): 1158-1162.
- Gemlini G.B., 2005. Prospect of Relic Neutrino Searches. *Physica Scripta*. T121: 131-136.

- Giunti C. ve Kim C.W., 2007. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press. New York. 573-587.
- Gorbunov D.S. ve Rubakov V.A., 2011. *Introduction to The Theory of The Early Universe: Hot Big Bang Theory*. World Scientific. Singapore. 20-25.
- Hannestad S. ve Madsen J., 1995. Neutrino Decoupling in The Early Universe. *Physical Review D* 52 (4): 1764–1769.
- Hannestad S., 2004. Neutrinos in Cosmology. *New Journal of Physics* 6: 108.
- Hannestad S., 2006. Primordial Neutrinos. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 56: 137-161.
- Harrison E., 2000. *Cosmology: The Science of the Universe*. Cambridge University Press. United Kingdom. 45-50.
- Haxton W.C., 2012. Neutrino Astrophysics. Report number UCB-NPAT-12-014, NT-LBL-12-017. *arxiv [nucl-th] 1209.3743v1*.
- Hoyle F. ve Tayler R.J., 1964. The Mystery of The Cosmic Helium Abundance. *Nature* 203 (4950): 1108-1110.
- John M.V., 2004. Cosmographic Evaluation of The Deceleration Parameter Using Type Ia Supernova Data. *Astroparticle Journal* 614 (1): 1-5.
- Ju-Hua C. ve Yong-Jiu W., 2010. Effects of Dark Energy Interacting with Massive Neutrinos and Dark Matter on Universe Evolution. *Chinese Physics B* 19 (1): 010401.
- Kolb E.W. ve Turner M.S., 1994. *The Early Universe, Frontiers in Physics*, Westview Press, Oxford.
- Komatsu E, Dunkley J., Notla M.R., Bennett C.L., Gold B. ve ark., 2009. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *The Astrophysical Journal Supplement Series* 180 (2): 330-376.
- Kumar S. ve Singh C.P., 2007. Anisotropic Bianchi Type-I Models with Constant Deceleration Parameter in General Relativity. *Astrophysics Space Science* 312 (1-2): 57-62.

- Kumar S. ve Yadav A.K., 2011. Some Bianchi Type-V Models of Accelerating Universe with Dark Energy. *Modern Physics Letters A* 26:647-659.
- Landau L.D. ve Lifshitz E.M., 1987. *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press.
- Letelier P.S., 1983. String Cosmologies. *Physical Review D* 28 (10): 2414–2419.
- Lidsey J.E., 2002. *Bigger Bang*. Cambridge University Press. United Kingdom. 55-60.
- Melchiorri A., Dodelson S., Serra P. ve Slosar A., 2006. New Constraints on Neutrino Masses From Cosmology. *New Astronomy Reviews* 50 (11-12): 1020-1024.
- Menon A. ve Thalapillil A.M., 2008. Interaction of Dirac and Majorana Neutrinos with Weak Gravitational Fields. *Physical. Review D* 78 (11): 113003.
- MINOS Collaboration, 2006. Observation of Muon Neutrino Disappearance with The MINOS Detectors in The NuMI Neutrino Beam. *Physics Review Letters* 97 (19): 191801.
- Modak B., 1984. A Neutrino Universe with Viscosity. *Pramana* 23 (6): 809-814.
- Mohanty G., Sahu S.K. ve Sahoo P.K., 2003. Massive Scalar Field in The Bianchi Type I Space Time. *Astrophysics and Space Science* 288 (4): 421-427.
- Myers R.L., 2006. *The Basics of Physics*. Greenwood Publishing Group. USA. 200-205.
- Özemre A.Y., 1981. *Kozmolojiye Giriş*. İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi. İstanbul.
- Paul B.C. ve Paul D., 2008. Anisotropic Bianchi-I Universe with Phantom Energy and Cosmological Constant. *Pramana Journal of Physics* 71 (6): 1247-1257.
- Pauli W., 1930. In Letter to Participants of The Conference in Tübinge. *Septieme Conseil de Physique Solvay Brussels 1933, Noyaux Atomiques* 324, 1934.
- Peebles P.J.E., 1993. *Principles of Physical Cosmology*. Princeton University Press. Princeton, N.J. 736 p.
- Perlmutter S., Gabi S., Goldhaber G., Goobar A., Groom D.E. ve ark. 1997. Measurements of The Cosmological Parameters Ω and Λ from The First Seven Supernovae at $z \geq 0.35$. *The Astroparticle Journal* 483 (2): 565 – 581.

- Plunkett R. for NOvA Collab., 2008. *Journal of Physics: Conference Series* 120: 052044.
- Pontecorvo B. ve Smorodinsky Y.A., 1962. The Neutrino and The Density of Matter in The Universe. *Soviet Physics Journal of Experimental and Theoretical Physics* 14: 173.
- Pradhan A. ve Chouhan D.S., 2011. Anisotropic Bianchi Type-I Models in String Cosmology. *Astrophysics and Space Science* 331 (3): 697-704.
- Pradhan A. ve Amirhashchi H., 2011. Dark Energy Model in Anisotropic Bianchi Type-III Space-Time with Variable EoS Parameter. *Astrophysics and Space Science* 332 (2): 441-448.
- Pradhan A., Amirhashchi H. ve Saha B., 2011. Bianchi Type-I Anisotropic Dark Energy Models with Constant Deceleration Parameter. *International Journal of Theoretical Physics* 50: 2923-2938.
- Pradhan A., Ram P. ve Singh R., 2011. LRS Bianchi Type-II Massive String Cosmological Model in General Relativity. *Astrophysics and Space Science* 331 (1): 275-279.
- Ratra B., 1992. Inflation in An Exponential-Potential Scalar Field Model. *Physical Review D* 45 (6): 1913 – 1952.
- Ren J. ve Liu H., 2010. Neutrino Oscillations in The Robertson-Walker Metric and The Cosmological Blue Shift of The Oscillation Length. *International Journal of Theoretical Physics* 49 (11): 2805-2814.
- Roy S.R. ve Banerjee S.K., 1992. Bianchi VI Cosmological Models Representing Perfect Fluid and Radiation with Electric-Type Free Gravitational Fields. *General Relativity and Gravitation* 24 (11): 1117-1124.
- Saadat H. ve Rostampour M., 2012. R-Charged Black Hole and Neutrino Oscillation. *International Journal of Theoretical Physics* 51 (9): 2900-2908.
- Sanders R.H, 2004. Observational Cosmology. *arXiv:astro-ph/0402065v1*.
- Saha B. ve Rikhvitsky V., 2006. Bianchi Type I Universe With Viscous Fluid and a Λ Term: A Qualitative Analysis. *Physica D* 219 (2): 168-176.

- Schramm David N. ve Steigman G., 1981. Relic Neutrinos and the Density of The Universe. *The Astrophysical Journal* 243: 1-7.
- Sharif M. ve Rizwana Kausar H., 2011. Non-vacuum Solutions of Bianchi Type VI0 Universe in F(R) Gravity. *Astrophysics and Space Science* 332 (2): 463-471.
- Sharma K.V.L., 1995. Recent Results in Neutrino Physics. *International Journal of Modern Physics A* 10 (6): 767-783.
- Shaw J.R. ve Lewis A., 2010. Massive Neutrinos and Magnetic Field in The Early Universe. *Physical Review D* 81 (4): 043517.
- Singh C.P., Ram S. ve Zeyauddin M., 2008. Bianchi Type V Perfect Fluid Space-Time Models in General Relativity. *Astrophysics and Space Science* 315 (1-4): 181-189.
- Spiro M. ve Vignaud D., 1999. Neutrino Physics and Astrophysics. *Nuclear Physics A* 654 (1-2): 350c-372c.
- Stephani H., 1982. *General Relativity: An Introduction to The Theory of Gravitational Field*. Cambridge University Press. USA.
- Stuhlik Z., Urbanec M. ve Török G., 2004-2005. Trapping of Neutrinos in The Internal Schwarzschild-(anti)de Sitter Spacetime. *Proceedings of RAGtime 6/7: Workshops on Black Holes and Neutron Stars*, Opava. 265-280.
- Szymanski M. ve Jaroszyński M., 1983. Cosmic Neutrinos and The Anisotropy of The Cosmic Microwave Background Radiation. *Monthly Notices of The Royal Astronomical Society* 205: 91-104.
- Thorne K.S., 1967. Primordial Element Formation, Primordial Magnetic Fields and The Isotropy of The Universe. *Astrophysical Journal* 148: 51-68.
- Unsöld A. ve Baschek B., 2005. *The New Cosmos: An Introduction to Astronomy and Astrophysics*. Springer. New York. 490 p.
- Vilenkin A., 1981. Cosmic Strings. *Physical Review D* 24 (8): 2082–2089.
- Yadav A.K., 2011. Some Anisotropic Dark Energy Models in Bianchi Type-V Space-Time. *Astrophysics and Space Science* 335 (2): 565-575.

Zel'dovich Ya.B., 1980. Cosmological Fluctuations Produced Near a Singularity. *Monthly Notices of The Royal Astronomical Society* 192: 663-667.

Zeyauddin M. ve Ram S., 2009. Bianchi Type V Imperfect Fluid Cosmological Models With Heat Flow. *Fizika B* 18(2): 87-98.

ŞEKİLLER

Sayfa No

Şekil 1. Bianchi I-II-V-VI ₀ uzay zamanlarına ait metrik potansiyellerin zamanla değişim grafiği.....	55
Şekil 2. Bianchi III uzay zamanlarına ait metrik potansiyellerin zamanla değişim grafiği.....	56
Şekil 3. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda basıncı zamanla değişimi ($q = 1$).....	56
Şekil 4. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda basıncı zamanla değişimi ($q = -0,5$).....	57
Şekil 5. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda parçacık yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = 1$).....	58
Şekil 6. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda parçacık yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = -0,5$).....	59
Şekil 7. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda kozmik nötrino yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = 1$).....	60
Şekil 8. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda kozmik nötrino yoğunluğunun zamanla değişimi ($q = -0,5$).....	61
Şekil 9. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda ısı akısının zamanla değişimi ($q = 1$).....	62

Şekil 10. Kuvvet yasası tip genişlemeye sahip, kozmik nötrino, ideal akışkan, skaler alan ve ısı akısı içeren uzay zamanlarda ısı akısının zamanla değişimi ($q = 0,5$).....	62
Şekil 11. Skaler alan potansiyelinin zamanla değişimi.....	63
Şekil 12. Basıncın zamanla değişimi.....	66
Şekil 13. Parçacık enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.....	67
Şekil 14. Kozmik nötrino enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.....	67
Şekil 15. Kozmik sicim enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.....	68
Şekil 16. Kozmik sicim ve kozmik nötrino yoğunlukları oranının zamanla değişimi.....	68

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Neriman VARLIKLİ

Doğum Yeri: Ödemiş

Doğum Tarihi: 18.02.1983

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi: Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü-2004

Yüksek Lisans Öğrenimi: Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı - 2007

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) SCI tarafından taranan dergilerde yapılan yayınlar

1. Ulu Doğru, M., Varlıklı, N., Baykal, D., Kıy, G., Taşer, D., Çağlar, H., Gündüz, E., 2011. Energy and Momentum of Higher Dimensional Black Holes, Int. J. Theor. Phys., 51 (5), 1545-1554 .
- 2.) M. Ulu Doğru, D. Baykal, G.Kıy, D.Taşer, H.Çağlar, N. Varlıklı, “Energy-Momentum Distributions of Five Dimensional Homogeneous-AnisotropicUniverses” Int. J. Mod. Phys. D 21, 1250078 DOI:10. 1142/s0218271812500782/.

b) SCI dışındaki indeksler tarafından taranan dergilerde yapılan yayınlar

1. Baykal, D., Ulu Doğru, M., Kıy, G., Taşer, D., Çağlar, H. ve Varlıklı, N., 2012. Total Energy and Momentum of Five Dimesional Kaluza-Klein Space-Time, Balkan Physics Letter, 20, 201030, 255-268.
2. Taşer D., Ulu Doğru M., Çağlar H., Varlıklı N., Baykal D. ve Kıy G., 2012. Balkan Physics Letter, 20, 201021, 181-193.

c) Bildiriler

1. Varlıkl, N., Tarhan, İ.; “ Some Cosmological Models With Cosmic Neutrinos In Bianchi Type V Spacetime” 28 th. International Physics Congress 6-9 September 2011.page 403 Bodrum.
2. Neriman VARLIKLI, Pavel BAKALA, İsmail TARHAN, Slovak Acedemy of Science, “ Some Properties of Gödel Spacetimes with Viscous Fluid and Scalar Field”, June 2006, Bezovec, Slovakia.

d) Projeler

1. Viskoz Akışkan Dolu Bir Evrenin Bazı Özellikleri ve Kozmolojik Evrimi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi, yardımcı araştırmacı, (2005/114).
2. Kozmik Nötrino Kaynaklı Bazı Uzay zamanlar ve Özellikleri, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi, yardımcı araştırmacı, (2009/40).